

MED 14 Calculus

PAT1 < ปลาย @ 6 → 30 ~ 180
เต็ม @ 8 → 15 ~ 120

1. ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1+x-2x^2}{\sqrt{x+3}-2}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1 Oct'55)

1. -12

2. 0

3. 12

4. หาค่าไม่ได้

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1+x-2x^2}{\sqrt{x+3}-2} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2-x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(2x+1)(x-1)}{(\sqrt{x+3}-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(2x+1)(x-1)}{(x+3)-4} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(2x+1)(x-1)}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x+1) = 3 \end{aligned}$$

2. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x|+2}{x+2}$ (Quota CMU' 56)

1. 0

2. 1

3. $+\infty$

4. หาค่าไม่ได้

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x|+2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x+2}{x+2} = \frac{4}{0} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|x|+2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-x+2}{x+2} = \frac{4}{0} = +\infty \end{aligned}$$

$$\rightarrow f(-2^+) \neq f(-2^-)$$

3. กำหนดให้ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0} \sin 8x \cot 3x$

1. $\frac{1}{24}$

2. $\frac{3}{8}$

3. $\frac{8}{3}$

4. 24

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \sin 8x \cot 3x &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{8x} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\tan 3x}{3x}\right)} \times \frac{8x}{3x} \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

For

$$\frac{d}{dx} (3x^2-2x)^4 = 4(3x^2-2x)^3 \cdot (6x-2)$$

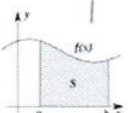
$$\frac{d}{dx} \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{d}{dx} \sqrt[3]{x} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x, \quad \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x, \quad \frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$$



4. ให้ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x - 3 & , x \geq 2 \\ x - 3 & , x < 2 \end{cases}$

ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ เท่ากับข้อใด

1. 4

2. 5

3. 6

4. หาค่าไม่ได้

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x-3)(x+1)}{x-3} + (3-2)$$

$$= 4 + 1$$

$$= 5$$

#

5. ให้ $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 3 & , x \leq 2 \\ x^3 - a & , x > 2 \end{cases}$

โดยที่ a เป็นค่าคงตัว ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $(-\infty, \infty)$ แล้ว $f'(1)$ มีค่าเท่าใด (PSU Quota'56)

1. 0

2. 1

3. 2

4. 3

5. 4

$$f(2^+) = f(2^-) = f(2)$$

$$f'(x) = 2ax$$

$$8 - a = 4a + 3$$

$$f'(1) = 2$$

$$5 = 5a$$

$$a = 1$$

6. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง และ f เป็นฟังก์ชัน ซึ่งกำหนดโดย

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2} & , x < 2 \\ a - b & , x = 2 \\ x^2 + ax + 1 & , x > 2 \end{cases}$$

ถ้า f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริงแล้ว ค่าของ $a^2 + b^2$ เท่ากับเท่าใด

$$f(2) = f(2^-) = f(2^+)$$

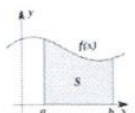
$$a - b = 3(2)^2 - 3 = 5 + 2a$$

$$\therefore a = \frac{9-5}{2} = 2$$

$$b = -7$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 2 \\ b = -7 \end{array} \right\} a^2 + b^2 = 4 + 49 = 53$$

#



7. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามโดยที่ $P(0) = 1$ และสอดคล้องกับ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3hx + 2h}{P(x+h+2) + P(h+2) - P(x+2) - P(2)} = 1$$

ค่าของ $P(12)$ เท่ากับเท่าใด (PAT 1 Oct' 55)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3x+2)}{h} = 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(x+h+2) - P(x+2)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(h+2) - P(2)}{h} = 1$$

8. กำหนดให้ $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$ ถ้า $f(x) = \ln \sqrt{x^2+1}$ แล้ว $f'(3)$ มีค่าเท่าใด (PSU Quota'56)

1. 0.3
2. 0.4
3. 0.5
4. 0.6
5. 0.7

$$f'(x) = \frac{d}{du} \ln u \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{d}{dx} \sqrt{x^2+1} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{x}{x^2+1} \quad \therefore f'(3) = \frac{3}{10} = 0.3 \quad \#$$

9. ให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

ให้ $f: R \rightarrow R, g: R \rightarrow R$ และ $s: R \rightarrow R$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่

$$f(x) = x+1 \text{ สำหรับทุก } x \in R$$

$$g(f(x)) = x^2 + 2x - 1 \text{ สำหรับทุก } x \in R$$

$$\text{และ } s(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(g(x+h))^2 - (g(x))^2}{h} \text{ สำหรับทุก } x \in R$$

ค่าของ $(sg)(1)$ เท่ากับเท่าใด (คณิต PAT 1: Nov' 57) (4)

$$\rightarrow g(x+1) = x^2 + 2x - 1 = (x+1)^2 - 2$$

$$g(x) = x^2 - 2$$

$$g'(x) = 2x$$

$$\rightarrow s(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[g(x+h) - g(x)][g(x+h) + g(x)]}{h}$$

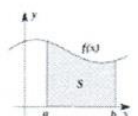
$$= g'(x) \cdot 2g(x)$$

$$= 2x \cdot 2(x^2 - 2)$$

$$= 4x^3 - 8x$$

$$(sg)(1) = s(1)g(1) = (-4)(-1)$$

$$= 4 \quad \#$$



10. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$ ข้อใดต่อไปนี้เป็นจุดต่อเนื่อง (PSU Quota'57)

1. $f'(0) = -3$

~~2. $f'(1) = -1$~~

3. $f'(2) = -\frac{1}{4}$

4. $f(0) = 2$

5. $f(1) = 0$

$f(1^+) = f(1^-) = f(1)$

$1 \neq 1 - 3 + 2 = 1 - 3 + 2$

 $\therefore x=1$ ไม่ต่อเนื่อง diff ไม่ได้

$$f'(x) = \begin{cases} 2x-3, & x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} = -\frac{1}{x^2}, & x > 1 \end{cases}$$

11. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจุดต่อเนื่อง (คณิต 7 วิชาสามัญ : Jan' 55)

1. $f(x) = x|x+1|$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$

2. $f(x) = \frac{x}{|x+1|}$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$

~~3. $f(x) = |x|(x+1)$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$~~

4. $f(x) = x^2|x+1|$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$

5. $f(x) = x|x|$ มีอนุพันธ์ที่จุด $x=0$

$$(3) f(x) = \begin{cases} x(x+1), & x > 0 \\ -x(x+1), & x < 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x+1 \\ -2x-1 \end{cases}$$

$$f'(0) = 1, -1$$

ไม่เท่า

$$(4) f(x) = \begin{cases} x^2(x+1), & x > 1 \\ -x^2(x+1), & x < -1 \end{cases}$$

$$(5) f(x) = \begin{cases} x(x), & x > 0 \\ x(-x), & x < 0 \end{cases}$$

$$(1) f(x) = \begin{cases} x(x+1), & x > -1 \\ -x(x+1), & x < -1 \end{cases} \quad (2) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1}, & x > -1 \\ \frac{x}{-(x+1)}, & x < -1 \end{cases}$$

12. กำหนดให้ L_1 เป็นเส้นตรงซึ่งมีสมการเป็น $4x - 3y + 10 = 0$

และ L_2 เป็นเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง $y = x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{7}{3}$ $y' = 2x - \frac{8}{3}$

ถ้า L_2 ขนานกับ L_1 แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรง L_1 และ L_2 เท่ากับเท่าใด (คณิต 7 วิชาสามัญ : Jan' 55)

$m_1 = m_2$

$\frac{4}{3} = 2x - \frac{8}{3}$

$x = 2$

$$(2, 4 - \frac{16}{3} + \frac{7}{3})$$

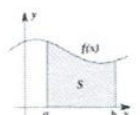
$$= (2, 1)$$

$L_2: y - 1 = \frac{4}{3}(x - 2)$

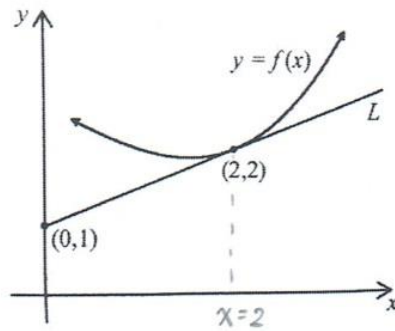
$3y - 3 = 4x - 8$

$0 = 4x - 3y - 5$

$$\therefore d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|10 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3 \quad \#$$



13. ให้ L เป็นเส้นสัมผัสเส้นกราฟของ $y = f(x)$ ที่จุด $(2,2)$ ดังรูป



$$m_L = \frac{2-1}{2-0} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow f'(2) = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow f(2) = 2$$

$$(f \circ f)(x)$$

ถ้า $g(x) = f(f(x))$ แล้ว $g'(2)$ มีค่าเท่าใด (PSU Quota'57)

$$g'(x) = f'(f(x)) \cdot f'(x)$$

$$g'(2) = f'(f(2)) \cdot f'(2)$$

$$= [f'(2)]^2$$

$$= \frac{1}{4} = 0.25 \quad \#$$

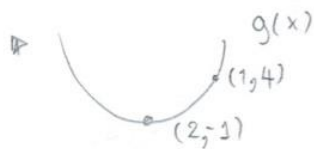
14. กำหนดให้ g เป็นฟังก์ชันพหุนามซึ่งมีจุด $(2,-1)$ เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ และกราฟของ g ผ่านจุด $(1,4)$

ถ้า c เป็นค่าคงตัวที่ทำให้ฟังก์ชัน f นิยามโดย

$$f(x) = \begin{cases} (cx^2 + 1)g(x) & \text{เมื่อ } x \geq 1 \\ 2x + 10 & \text{เมื่อ } x < 1 \end{cases}$$

ต่อเนื่องที่จุด $x = 1$ แล้ว $f'(2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี (คณิต 7 วิชาสามัญ : Jan' 55)

1. -8
2. -4
3. 0
4. 4
5. 8



$$g(2) = -1, g'(2) = 0$$

$$g(1) = 4$$

$$f(1) = f(1) = f(1)$$

$$(c+1)g(1) = 12$$

$$c+1 = 3$$

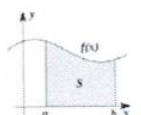
$$c = 2$$

$$f'(x) = (cx^2 + 1)g'(x) + g(x) \cdot (2cx)$$

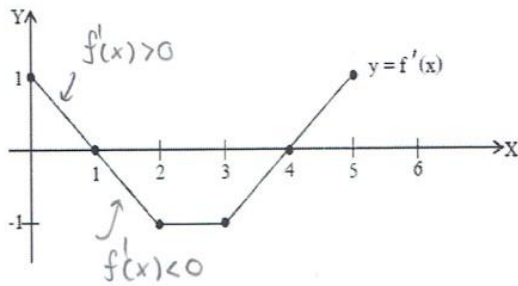
$$f'(2) = (8+1)g'(2) + g(2) \cdot 8$$

$$= 9(0) + (-8)$$

$$= -8$$



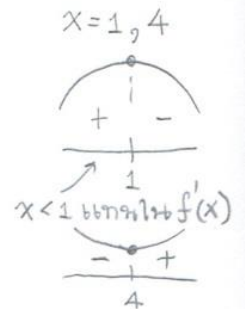
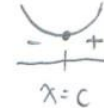
15. กำหนดให้กราฟของอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f เป็นดังรูป



S1 $f(x)$

S2 $f'(x) = 0 \rightarrow x = C$

S3. check



นักเรียนคนหนึ่งได้สรุปว่า f ต้องเป็นดังข้อความต่อไปนี้

- ☒ (ก) $f(x) = -x$ เมื่อ $2 < x < 3$
- ☒ (ข) f เป็นฟังก์ชันลด เมื่อ $0 < x < 2$
- ☒ (ค) f มีจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ที่จุด $x = 4$
- ☒ (ง) f มีจุดสูงสุดสัมพัทธ์ที่จุด $x = 1$

$f'(x) < 0 \sim$ ช่วง f^n ลด
 $f'(x) > 0 \sim$ ช่วง f^n เพิ่ม

จำนวนข้อความที่นักเรียนคนนี้ได้สรุปได้อย่างถูกต้อง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิต 7 วิชาสามัญ : Jan' 56)

1. 0 (ไม่มีข้อความถูกต้อง)

2. 1

☒ 3. 2

4. 3

5. 4

☒ ก) $f'(x) = -1$

$f(x) = -x + C$

☒ ข) $(0, 1) : f'(x) > 0 \quad f^n$ เพิ่ม

☒ ค) $f'(4) = 0$

☒ ง) $f'(1) = 0$

16. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริง

และกำหนดให้ $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ เมื่อ $x \neq 0$

โดยที่ $y = f(x)$ เป็นเส้นโค้งที่สัมผัสกับเส้นตรง $y = 1$ ที่จุด $(1, 1)$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(ก) f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์ที่ $x = -1$ ☒

(ข) $\lim_{x \rightarrow 1} (f \circ f)(x) = f(2a^2 + 2b^2)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง (คณิต PAT 1 : Nov' 57)

☒ 1. (ก) ถูก และ (ข) ถูก

2. (ก) ถูก และ (ข) ผิด

3. (ก) ผิด แต่ (ข) ถูก

4. (ก) ผิด และ (ข) ผิด

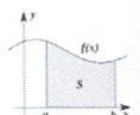
$y = 1$ $f(x) = ax + \frac{b}{x} \rightarrow \frac{x}{2} + \frac{1}{2x}$
 $f'(x) = a - \frac{b}{x^2} \rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2x^2}$

$f(1) = 1 \rightarrow 1 = a + b$
 $f'(1) = 0 \rightarrow 0 = a - b$
 $\left\{ \begin{array}{l} a = b = \frac{1}{2} \end{array} \right.$



$f'(x) = 0$
 $x = 1, -1$ ☒

ก) $\lim_{x \rightarrow 1} f(f(x)) = f(f(1))$
 $= f(1) = f(2a^2 + 2b^2)$
 $= f(1)$ ☒



17. กำหนดให้ R แทนเซตของจำนวนจริง

ให้ $f: R \rightarrow R$ และ $g: R \rightarrow R$ เป็นฟังก์ชัน โดยที่

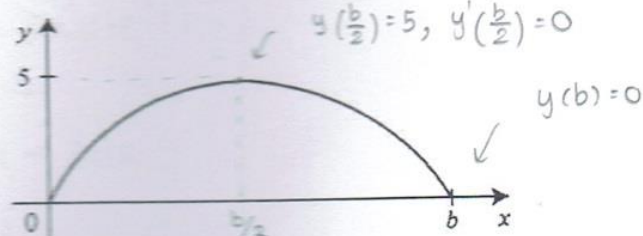
- $(fg)(x) = 2x + 3$ สำหรับทุกจำนวนจริง x
- ฟังก์ชัน f และ g มีอนุพันธ์ทุกอันดับสำหรับทุกจำนวนจริง x
- ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดสัมพัทธ์เท่ากับ 2 ที่ $x = 1$ — $f(1) = 2$, $f'(1) = 0$
- $g''(x) = 2$ สำหรับทุกจำนวนจริง x

ฟังก์ชัน g มีค่าต่ำสุดสัมพัทธ์เท่ากับเท่าใด (PAT 1 Oct' 55) (2.25)

$$\begin{aligned} \triangleright f(x)g(x) &= 2x+3 & \text{--- ①} & \quad \text{จาก ③; } g'(1) = 2+C = 1 \\ & & & \quad C = -1 \\ \triangleright f(x)g'(x) + g(x)f'(x) &= 2 & \text{--- ②} & \quad \triangleright g'(x) = 2x-1 \\ & & & \quad g(x) = \frac{2x^2}{2} - x + d \\ \triangleright g'(x) &= 2 & & \quad \text{--- ③} \\ g'(x) &= \int 2 dx = 2x + C & & \quad \text{--- ③} \\ x=1; & f(1)g'(1) + g(1)f'(1) = 2 & & \quad x=1; \text{ ใน ①, } f(1)g(1) = 5 \\ & 2g'(1) = 2 & & \quad (2) \quad d = 5 \\ & g'(1) = 1 & & \quad d = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

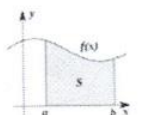
$$\begin{aligned} \text{S1) } g(x) &= x^2 - x + \frac{5}{2} \\ \text{S2) } g'(x) &= 0 \\ x &= \frac{1}{2} \\ \text{S3) } g\left(\frac{1}{2}\right) &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \\ &= 2.25 \end{aligned}$$

18. กำหนดเส้นโค้งรูปพาราโบลาที่มีสมการเป็น $y = ax^2 + x$ เมื่อ a เป็นค่าคงตัว ดังรูป



ถ้าระยะห่างระหว่างจุดยอดของพาราโบลาถึงแกน x เท่ากับ 5 หน่วย และพาราโบลาดัดแกน x ที่จุด $(0,0)$ และ $(b,0)$ โดยที่ $b \neq 0$ แล้ว b มีค่าเท่าใด (PSU Quota' 56)

$$\begin{aligned} y' &= 2ax + 1 \\ y &= a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right) = 5 \\ \text{จุดยอด } m: y' &= 0 & d &= -\frac{1}{2a} \\ x &= -\frac{1}{2a} & \therefore b &= 2x = -\frac{1}{a} = 20 \end{aligned}$$



19. ค่าสูงสุดสัมบูรณ์ของฟังก์ชัน $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ บนช่วง $[-1, 2]$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

(คณิต 7 วิชาสามัญ : Jan' 56) (12)

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x+3)(x-1) = 0$$

$$x = -3, 1$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\quad} f(-1) = -1 + 3 + 9 + 1 = 12 \\ f(1) = 1 + 3 - 9 + 1 = -4 \\ f(2) = 8 + 12 - 18 + 1 = 3 \end{array}$$

20. จงหาค่าของ $\int 2(z-4)\sqrt[3]{z^2-8z} dz$ (Quota CMU' 56)

$$1. \frac{3}{4}(z-4)^{\frac{2}{3}}$$

$$u = z^2 - 8z$$

$$du = (2z-8)dz$$

$$2. \frac{3}{2}(z-4)^{\frac{4}{3}}$$

$$3. \frac{3}{4}(z^2-8z)^{\frac{4}{3}}$$

$$\therefore \int \sqrt[3]{u} du = \frac{2}{4} u^{\frac{4}{3}} + C$$

$$= \frac{2}{4} (z^2-8z)^{\frac{4}{3}} + C$$

$$4. \frac{3}{2}(z^2-8z)^{\frac{4}{3}}$$

21. ถ้า $\int f(x)dx = \frac{1}{x^2} + C$ เมื่อ C เป็นค่าคงตัวใดๆ แล้ว $\int_1^2 f'(x)dx$ มีค่าเท่าใด (PSU Quota'56)

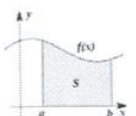
$$f(x) = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

$$f'(x) = 6x^{-4} = \frac{6}{x^4}$$

$$\int_1^2 6x^{-4} dx = 6 \left. \frac{x^{-3}}{-3} \right|_1^2 = -\frac{2}{x^3} \Big|_1^2$$

$$= \left(-\frac{2}{8} \right) - \left(-2 \right)$$

$$= -\frac{1}{4} + 2 = 1.75 \quad \#$$



22. ให้ $f(x) = 2g(x) + 4x^3 - 6$

$(f+g)'(x) = 12x^2 + 6$ และ $\int_1^2 g(x)dx = 9$ จงหาค่าของ $g(3)$

1. 6

2. 12

3. 18

4. 24

$$f'(x) = 2g'(x) + 12x^2$$

$$f'(x) + g'(x) = 12x^2 + 6$$

$$2g'(x) + 12x^2 = 12x^2 + 6$$

23. ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง

โดยที่ $f(2x-1) = 4x^2 - 10x + a$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง และ $f(0) = 12$

ค่าของ $\int_1^4 f(x)dx$ เท่ากับเท่าใด (คณิต PAT 1 : Nov' 57)

$$f(x) = 4\left(\frac{x+1}{2}\right)^2 - 10\left(\frac{x+1}{2}\right) + a$$

$$= x^2 + 2x + 1 - 5x - 5 + a$$

$$f(x) = x^2 - 3x - 4 + a$$

$$f(0) = -4 + a = 12 \rightarrow a = 16$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 12$$

$$\int_1^4 f(x)dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 12x\right)\bigg|_1^4$$

$$= 34.5$$

#

24. $\int_0^2 6|x-2|dx$ มีค่าเท่ากับเท่าใด (คณิต 7 วิชาสามัญ : Jan' 55)

$$x < 2; \int_0^2 6x(-(x-2))dx = \int_0^2 -6x^2 + 12x dx$$

$$= -\frac{6x^3}{3} + \frac{12x^2}{2}\bigg|_0^2$$

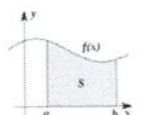
$$= -2(8) + 6(4)$$

$$= 8$$

#

$$|x-2| = \begin{cases} x-2, & x-2 \geq 0 \\ -(x-2), & x-2 < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x-2, & x \geq 2 \\ -(x-2), & x < 2 \end{cases}$$



25. กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามที่สอดคล้องกับ $P(x^2 + 3) = 3x^4 + 24x^2 + 40$ และให้ $f(x) = \int_0^x P(t)dt$

ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{P(x) - f(x)}$ เท่ากับเท่าใด (PAT 1 Oct' 55)

$$\triangleright P(x^2 + 3) = 3(x^2 + 3)^2 + 24(x^2 + 3) + 40$$

$$\text{ให้ } x^2 + 3 = t, \quad x^2 = t - 3$$

$$P(t) = 3(t - 3)^2 + 24(t - 3) + 40$$

$$P(t) = 3t^2 + 6t - 5 \quad - *$$

$$\triangleright f(x) = \left(\frac{3t^3}{3} + \frac{6t^2}{2} - 5t \right) \Big|_0^x$$

$$= x^3 + 3x^2 - 5x \quad - **$$

$$\triangleright \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{P(x) - f(x)}$$

$$= \sqrt{P(2) - f(2)}$$

$$= \sqrt{19 - 10}$$

$$= 3 \quad \#$$

26. กำหนดให้ $f(x) = 4x^3 + bx^2 + cx + d$ เมื่อ b, c , และ d เป็นจำนวนจริง

$$\text{โดยที่ } \int_{-2}^2 f(x)dx = -\frac{64}{3}$$

ถ้า $g(x)$ เป็นพหุนามซึ่ง $g'(x) = f(x)$ และ $g'(1) = g'(0) = g(0) = 0$

แล้ว $g''(x) = g'(x) + g(x)$ ตรงกับสมการในข้อใดต่อไปนี้ (คณิต PAT 1 : Nov' 57)

$$1. x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 6x = 0$$

$$2. x^4 - 8x^3 - 12x^2 - 6x = 0$$

$$3. 3x^4 - 16x^3 + 48x^2 - 24x = 0$$

$$4. 3x^4 + 8x^3 - 48x^2 + 24x = 0$$

$$\triangleright g'(x) = f(x) = 4x^3 + bx^2 + cx + d$$

$$\text{จ. } g'(1) = 0 \quad \because 4 + b + c + d = 0 \quad - ①$$

$$g'(0) = 0 \quad \because d = 0 \quad - ②$$

$$\triangleright \int_{-2}^2 f(x)dx = -\frac{64}{3}$$

$$\left[\frac{4x^4}{4} + \frac{bx^3}{3} + \frac{cx^2}{2} + dx \right]_{-2}^2 = -\frac{64}{3}$$

$$(16 + \frac{8b}{3} + 2c) - (16 - \frac{8b}{3} + 2c) = -\frac{64}{3}$$

$$\frac{16b}{3} = -\frac{64}{3}$$

$$b = -4 \quad \text{ใน } ①, \quad c = 0$$

$$\triangleright g'(x) = 4x^3 - 4x^2$$

$$g''(x) = 12x^2 - 8x$$

$$g(x) = \frac{4x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + C$$

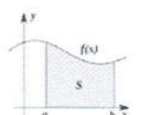
$$\text{จ. } g(0) = 0$$

$$C = 0$$

$$\therefore g''(x) = g'(x) + g(x)$$

$$12x^2 - 8x = 4x^3 - 4x^2 + x^4 - \frac{4x^3}{3}$$

$$3x^4 + 8x^3 - 48x^2 + 24x = 0$$



27. กำหนดให้ $g(x)$ เป็นฟังก์ชันซึ่งมีอนุพันธ์ที่ทุกจุด และ $f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{1-x^2} & ; x < -1 \\ g(x) & ; -1 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{2x-3} & ; x > 2 \end{cases}$

ถ้า f ต่อเนื่องที่ทุกจุด แล้ว $\int_{-1}^2 g'(x) dx$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิต 7 วิชาสามัญ : Jan' 56)

1. $-\frac{3}{2}$
 2. $-\frac{1}{2}$
 3. 0
 4. $\frac{1}{2}$
 5. $\frac{3}{2}$ #

$x = -1 : g(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)}{(1-x)(1+x)} = -\frac{1}{2}$
 $x = 2 : g(2) = 1$
 $\therefore \int_{-1}^2 g'(x) dx = g(x) \Big|_{-1}^2 = g(2) - g(-1) = 1 - (-\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$ #

28. กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นปฏิยานุพันธ์ของ $2x+5$ และความชันของเส้นโค้ง $y = g(x)$ ที่จุด (x, y) คือ

คือ $3x^2$ ถ้ากราฟของฟังก์ชัน f และ g ตัดกันที่จุด $(1, 2)$ แล้ว $\left(\frac{f}{g}\right)'(1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

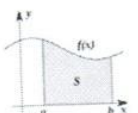
(คณิต 7 วิชาสามัญ : Jan' 56)

1. -5
 2. -2
 3. 1
 4. 2
 5. 5

$f'(x) = 2x+5$
 $f(x) = \int (2x+5) dx$
 $f(1) = 2$
 $f(x) = x^2 + 5x + C$
 $1+5+C=2$
 $C = -4$
 $\therefore f(x) = x^2 + 5x - 4$

$g'(x) = 3x^2$
 $g(1) = 2$

$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{g(1) \cdot f'(1) - f(1) g'(1)}{g(1)^2} = \frac{2(7) - (2)(3)}{2^2} = 2$ #



29. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันชันซึ่งมีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของจำนวนจริง

โดยทั้ง f และ g เป็นฟังก์ชันที่สามารถหาอนุพันธ์ได้ และสอดคล้องกับ

$$(f \circ g)(x) = \sqrt{x^2 + 5} \text{ สำหรับทุก } x \text{ ที่อยู่ในโดเมนของ } f \circ g$$

และ $\int g(x) dx = x^2 - 4x + C$ เมื่อ C เป็นค่าคงตัว

ถ้า L เป็นเส้นตรงที่สัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ ณ $x = 0$

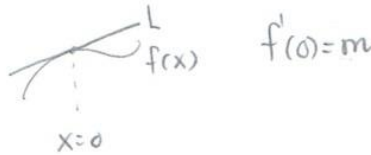
แล้วเส้นตรง L ตั้งฉากกับเส้นตรงที่มีสมการตรงกับข้อใดต่อไปนี้ (คณิต PAT 1 : Nov' 57)

1. $x + y - 3 = 0$

2. $2x + y - 7 = 0$

3. $3x + y - 5 = 0$

4. $5x + y - 2 = 0$



▶ $\int g(x) dx = x^2 - 4x + C$

▶ $f'(g(x)) \cdot g'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}}$

$m = \frac{1}{3}$

$\frac{d}{dx}$:

$g(x) = 2x - 4$

$\therefore g'(x) = 2$

$f'(2x-4) \cdot 2 = \frac{2}{\sqrt{x^2+5}}$

▶ เส้น $\perp$ $m = -3$

$x = 2; f'(0) \cdot 2 = \frac{2}{3}$

30. กำหนดให้ $f(x)$ เป็นพหุนามกำลังสอง โดยที่ $f(0) = 1$ และ

$f(x+1) = f(x-1) + x + 1$ สำหรับจำนวนจริง x ใดๆ

ค่าของ $\int_{-2}^1 f(x) dx$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (PAT 1 Oct' 55)

1. 3

2. 2

3. $\frac{2}{3}$

4. $\frac{1}{3}$

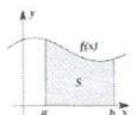
$f(x) = ax^2 + bx + C$ $f(0) = 1 \rightarrow C = 1$

$a(x+1)^2 + b(x+1) + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 1 + x + 1$

$4ax + 2b = x + 1$

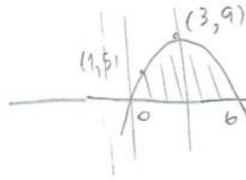
$a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2}$

$\int_{-2}^1 \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 1\right) dx = 3$



31. พาราโบลาหนึ่งมีแกนสมมาตรขนานกับแกน Y มีจุดยอดอยู่ที่จุด (3,9) และผ่านจุด (1,5) บริเวณที่ปิดล้อมด้วย พาราโบลาและแกน X มีพื้นที่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (คณิต 7 วิชาสามัญ : Jan' 55)

1. 9 ตารางหน่วย
2. 18 ตารางหน่วย
3. 27 ตารางหน่วย
4. 36 ตารางหน่วย
5. 54 ตารางหน่วย

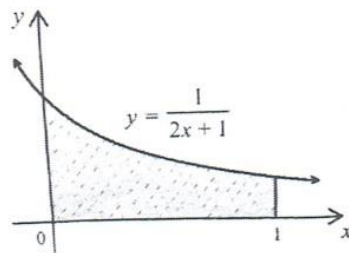


$$(x-3)^2 = -(y-9) \rightarrow y = 6x - x^2$$

$$y=0; \quad x=0, 6$$

$$\begin{aligned} \text{Area} &= 2 \int_0^3 (6x - x^2) dx \\ &= 36 \end{aligned}$$

32. กำหนดให้ $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$



$$A = \int_0^1 \frac{1}{2x+1} dx$$

$$\begin{aligned} u &= 2x+1 \\ du &= 2dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{u} \frac{du}{2} &= \frac{1}{2} \int \frac{1}{u} du \\ &= \frac{1}{2} \ln u + C \end{aligned}$$

พื้นที่ของบริเวณที่แรเงาเท่ากับข้อใด (PSU Quota'57)

1. $\ln \sqrt{2}$ ตารางหน่วย
2. $\ln \frac{1}{\sqrt{2}}$ ตารางหน่วย
3. $\ln \sqrt{3}$ ตารางหน่วย
4. $\ln \frac{1}{\sqrt{3}}$ ตารางหน่วย
5. $\ln \sqrt{5}$ ตารางหน่วย

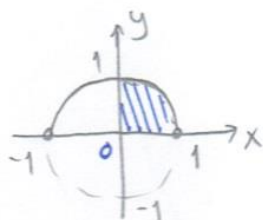
$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \ln(2x+1) \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 1 \\ &= \ln \sqrt{3} \quad \# \end{aligned}$$

Don't

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx \rightarrow \text{พ.ท.ไต้ } y = \sqrt{1-x^2} \text{ จาก } x=0 \text{ ถึง } x=1$$

$$\begin{aligned} y^2 &= 1-x^2, y \geq 0 \\ x^2 + y^2 &= 1, y \geq 0 \end{aligned}$$

ครึ่งวงกลม



$$\therefore \int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi(1)^2}{4} \quad \#$$

