



M

CHAPTER MOMENTUM AND COLLISION

การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมและการดล

1 โมเมนตัม

โมเมนตัม ($\vec{P}$) : เป็นปริมาณที่บอกสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งพยายามทำให้วัตถุพุ่งตัวไปข้างหน้าในทิศทางของความเร็ว เป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทิศเดียวกับความเร็วมีค่าเท่ากับ

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

$$P = \sqrt{2mE_k}$$

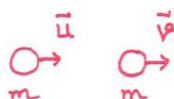
$h \begin{cases} u=0 \\ v=\sqrt{2gh} \end{cases}$

2 การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม ($\Delta\vec{P}$)

วัตถุที่ถูกแรงภายนอกมากระทำจะทำให้มีการเปลี่ยนแปลงความเร็ว ซึ่งมีผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมตามสมการ

$$\Delta\vec{P} = m\vec{v} - m\vec{u}$$

$$\rightarrow \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ or } \text{Ns}$$



พิจารณารูปแบบการหาการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม ($\Delta\vec{P}$)

① $\Delta\vec{P}$ ใน 1 มิติ

กำหนดทิศ $\vec{v}$ เป็น $\oplus$

แบบ 1 ทางเดิม

$\Delta P = mv - mu$

แบบ 2 in-out

$\Delta P = mv + mu$

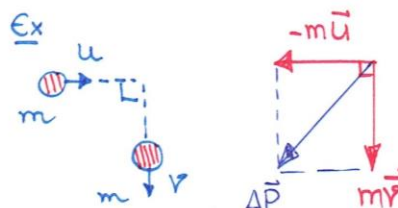
② $\Delta\vec{P}$ ใน 2 มิติ

s1 สร้าง Vector : $m\vec{v}$, $-m\vec{u}$

s2 $\Delta P = \text{Vector สลับ}$

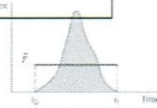
or s1 แยก Vector : $\Delta P_x, \Delta P_y$

$$s2 \Delta P = \sqrt{(\Delta P_x)^2 + (\Delta P_y)^2}$$



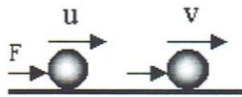
$$\Delta P = m\sqrt{v^2 + u^2}$$

รวม Vector เหลือ v



3 การดลและแรงดล

การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมมาจากการออกแรง F คงตัวกระทำต่อวัตถุ เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุในช่วงเวลาสั้นๆ ($\Delta t \rightarrow 0$) เราจะเรียกแรงที่กระทำนี้ว่า "แรงดล" (Impulsive Force) และเรียกผลคูณของ F กับช่วง Δt ว่า "การดล" (Impulse) ดังสมการพิจารณา



$$\text{จาก } \Sigma F = ma = m \left(\frac{v-u}{t} \right) \text{ จะได้}$$

สมการหา แรงดล และ การดล ดังนี้

$$I = \Sigma F \cdot t = \Delta P$$

$\Delta \vec{P} = m\vec{v} - m\vec{u}$

$N \cdot s, kg \cdot m / s^2$

① มีติ ▶ เคลื่อนที่ปกติเดิม จะได้ $\Delta P = mv - mu$
▶ เคลื่อนที่แบบ in-out จะได้ $\Delta P = mv + mu$

② มีติ สร้าง $m\vec{v}$ และ $-m\vec{u}$ รวมแบบเวกเตอร์ด้วย

$= \Sigma \vec{F} \cdot t$
 $= \text{Area (F and t)}$

$\Delta \vec{P} = I$

$\text{slope} = \frac{P}{t} = F$

$\uparrow \Sigma F = \Delta P$
 $\oplus \downarrow$

Ent 1 ปล่อยลูกเทนนิสมวล 0.5 กิโลกรัม จากตึกสูง 5 เมตร เมื่อลูกเทนนิสกระทบพื้นจะมีโมเมนตัมเท่าใด

$m = 0.5 \text{ kg}$

5 m

$p = mv = m\sqrt{2gh}$

$= 0.5 \sqrt{2(10)5} = 5 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s}$ # ทิศ ↓

Ent 2 วัตถุมวล m กำลังเคลื่อนที่ด้วยพลังงานจลน์เท่ากับ E จะมีโมเมนตัมเท่าใด

1. $\frac{E}{2m}$

2. $\frac{2E}{m}$

3. $\sqrt{\frac{m}{E}}$

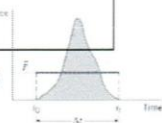
4. $\sqrt{2mE}$

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$2mE = m^2v^2$

$2mE = (mv)^2$

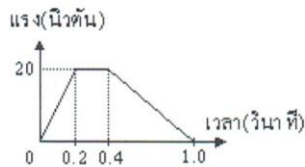
$p = \sqrt{2mE}$ #





Ent 3 ถ้าแรงกระทำกับวัตถุหนึ่ง (ดังรูป) ในช่วงเวลาที่มีแรงกระทำนั้นจะทำให้วัตถุเปลี่ยนโมเมนตัมไปเท่าใด
(Ent Oct'42)

1. 4.0 kg·m/s
2. 6.0 kg·m/s
3. 9.0 kg·m/s
4. 12.0 kg·m/s



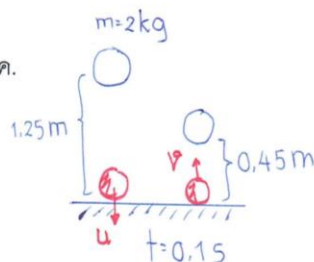
$$\begin{aligned}\Delta P &= \text{Area} \\ &= \frac{1}{2}(1+0.2)20 \\ &= 12 \text{ kg}\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}} \# \end{aligned}$$

Ent 4 ลูกบอลมวล 2.0 กิโลกรัมตกจากที่สูง 1.25 เมตร ในแนวตั้ง กระแทกพื้นราบแล้วสะท้อนกลับขึ้นไปได้สูงสุด 0.45 เมตร ถ้าลูกบอลกระทบพื้นเป็นเวลา 0.1 วินาที แล้วข้อความใดต่อไปนี้เป็นจริง

- ก. การดลที่พื้นกระทำต่อลูกบอลมีขนาดเป็น 4.0 N·s X
- ข. พื้นออกแรงเฉลี่ยกระทำต่อลูกบอลมีขนาดเป็น 160.0 N ✓
- ค. การกระทบพื้นลูกบอลสูญเสียพลังงานจลน์ไป 16.0 J ✓

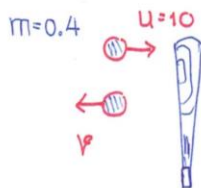
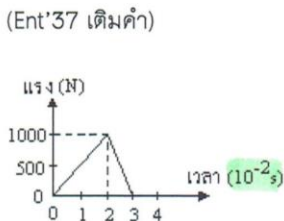
คำตอบที่ถูกต้องคือข้อใด (Ent'37)

1. ข้อ ก., ข. และ ค.
2. ข้อ ก. และ ค.
3. ข้อ ข. และ ค. ✓
4. ข้อ ข. เท่านั้น

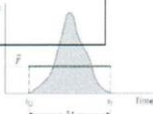


$$\begin{aligned}\text{ก) } \Delta P &= mv + mu \\ &= 2\sqrt{2(10)0.45} + 2\sqrt{2(10)1.25} \\ &= 16 \text{ N}\cdot\text{s} \\ \text{ข) } \Sigma F &= \frac{\Delta P}{t} = \frac{16}{0.1} = 160 \text{ N} \\ \text{ค) } \Delta E_k &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 \\ &= \frac{1}{2}(2)[3^2 - 5^2] \\ &= -16 \text{ J} \# \end{aligned}$$

Ent 5 ลูกบอลมวล 0.4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตรา 10 เมตรต่อวินาทีในแนวระดับ ถูกตีสวนด้วยไม้กอล์ฟระหว่างแรงกับเวลา ในขณะกระทบกันแสดงดังรูป อัตราเร็วหลังถูกตีของลูกบอลเป็นกี่เมตรต่อวินาที
(Ent'37 เดิมคำ)



$$\begin{aligned}mv + mu &= \text{Area} \\ 0.4(v + 10) &= \frac{1}{2}(3 \times 10^2)1000 \\ v &= 27.5 \text{ m/s} \# \end{aligned}$$



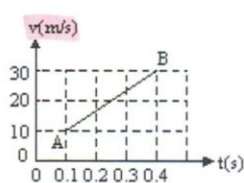
Ent 6 ลูกบิลเลียดมวล 0.4 กิโลกรัม วิ่งเข้าชนขอบโต๊ะด้วยความเร็ว 10 m/s ในลักษณะตั้งฉากกับขอบโต๊ะ หลังจากการชนก็สะท้อน กลับมาด้วยอัตราเร็ว 8 m/s ถ้าเวลาที่ลูกบิลเลียดกระทบโต๊ะเป็น 2×10^{-3} s จงหาการดลและแรงดลที่เกิดขึ้นกับลูกบิลเลียด

$m = 0.4 \text{ kg}$
 10 m/s
 8 m/s
 $t = 2 \times 10^{-3} \text{ s}$
 $\Delta P = mv + mu$
 $= 0.4(8 + 10)$
 $= 7.2 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \#$
 $\Sigma F t = \Delta P$
 $\Sigma F = \frac{7.2}{2 \times 10^{-3}} = 3.6 \times 10^3 \text{ N} \#$

Ent 7 วัตถุมวล 2 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 m/s ได้แรงลัพธ์ขนาด 40 นิวตัน กระทำในทิศเดียวกับการเคลื่อนที่เป็น เวลา 2 s หลังสิ้นสุดแรงกระทำวัตถุจะมีความเร็วเท่าใด

$\Sigma F \cdot t = mv - mu$
 $40(2) = 2(v - 10)$
 $v = 50 \text{ m/s} \#$

Ent 8 แรง F กระทำต่อมวล 0.4 กิโลกรัม ทำให้ขนาดของความเร็ว v เปลี่ยนแปลงตามเวลา t โดยทิศไม่เปลี่ยน ดังกราฟ อัตราการเปลี่ยนการดลในช่วงความเร็วที่ A ไปเป็นความเร็วที่ B มีค่าเท่าใด (Ent'41)



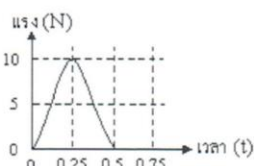
$\frac{\Delta P}{t} = F$

1. 20.4 N 2. 26.7 N
3. 28.8 N 4. 32.6 N

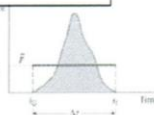
$\therefore F = \frac{mv - mu}{t} = \frac{0.4[30 - 10]}{0.3}$
 $= 26.7 \text{ N} \#$

Ent 9 จากรูปเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับเวลาของวัตถุที่กระทบกัน ถ้าพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับ $2.5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ แรงเฉลี่ยที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าใด (Ent'39)

1. 2.5 N
2. 5 N
3. 10 N
4. 20 N



$\Sigma F \cdot t = \text{Area}$
 $\Sigma F = \frac{2.5}{0.5} = 5 \text{ N} \#$
 แรงรวม





Ent 10 ลูกฟุตบอลมวล 0.5 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ถ้าผู้รักษาประตูใช้มือรับลูกบอลให้หยุดนิ่งภายใน เวลา 0.04 วินาที แรงเฉลี่ยที่มือกระทำต่อลูกบอลมีขนาดเท่าใด (Ent Oct'41)

$$v = 0$$

$$\Sigma Ft = mv - mu$$

1. 100 N

2. 250 N

3. 500 N

4. 750 N

$$\Sigma F(0.04) = 0 - 0.5(20)$$

$$\Sigma F = 250 \text{ N} \quad \#$$

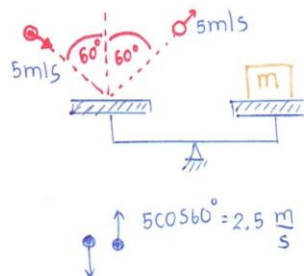
Ent 11 ลูกทรงกลมโลหะมีมวล 2.0 กรัมต่อลูก มีอัตราเร็ว 5.0 เมตรต่อวินาที พุ่งระดมใส่จานข้างหนึ่งของตาชั่งด้วยอัตรา 20 ลูกต่อวินาทีในแนวที่ทำมุม 60 องศา กับเส้นตั้งฉากของจานตาชั่ง และสะท้อนขึ้นจากจานตามกฎของการสะท้อนด้วยอัตราเดียวกัน เพื่อให้ตาชั่งนี้อยู่ในสภาวะที่สมดุล จะต้องวางมวลลงบนจานอีกข้างของตาชั่งนี้ด้วยค่าเท่าใด (Ent'38)

1. 2.0 กรัม

2. 10 กรัม

3. 20 กรัม

4. 40 กรัม



10 (in-out)

$$1 \text{ ลูก ใช้ } t = \frac{1}{20} \text{ s}$$

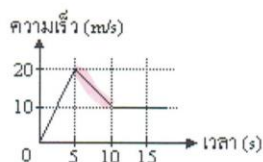
$$\Sigma Ft = mv + mu$$

$$(mg) \frac{1}{20} = \frac{2}{1000} (2.5 + 2.5)$$

$$m = 0.02 \text{ kg}$$

$$= 20 \text{ g} \quad \#$$

Ent 12 จากรูป เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาของวัตถุหนึ่งซึ่งมีมวล 2 กิโลกรัมจงหาขนาดของการดลที่กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลา จากวินาทีที่ 5 ถึงวินาทีที่ 10 ในหน่วยกิโลกรัมเมตรต่อวินาที (Ent'39 เต็มคำ)

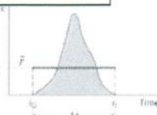


$$\Delta p = mv - mu$$

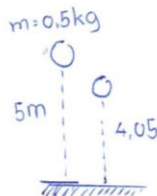
$$= 2 [10 - 20]$$

$$= -20$$

$$\therefore |\Delta p| = 20 \text{ kg.m/s} \quad \#$$

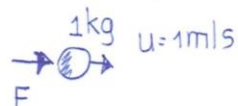
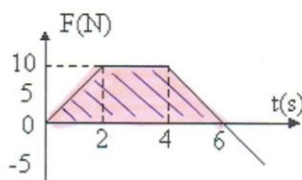


Ent 13 ปล่อยลูกบอลมวล 0.5 กิโลกรัม จากความสูง 5 เมตร ให้ตกลงกระทบพื้นแล้วกระดอนขึ้นไปได้สูงจากพื้น 4.05 เมตร ในการกระทบพื้นลูกบอลเปลี่ยนโมเมนตัมไปเท่าใดในหน่วยกิโลกรัม · เมตร/วินาที (Ent'40 เต็มคำ)



$$\begin{aligned}\Delta p &= mv + mu \\ &= 0.5 \left[\sqrt{2(10)4.05} + \sqrt{2(10)5} \right] \\ &= 9.5 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \# \end{aligned}$$

Ent 14 วัตถุมวล 1 กิโลกรัม เคลื่อนที่อยู่บนพื้นราบด้วยความเร็ว 1 m/s จากนั้นมีแรงลัพธ์กระทำต่อวัตถุในแนวขนานกับพื้นในทิศเดียวกับความเร็วเดิมที่เวลาต่างๆ กัน ดังกราฟ พลังงานจลน์ของวัตถุเมื่อสิ้นวินาทีที่ 6 มีค่ากี่จูล



$$E_k = ?$$

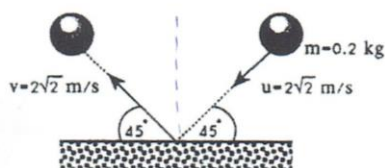
$$mv - mu = \text{Area}$$

$$1(v - 1) = 40$$

$$v = 41 \text{ m/s}$$

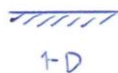
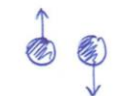
$$\therefore E_k = \frac{1}{2}(1)(41)^2 = 840.5 \text{ J} \quad \#$$

Ent 15 ลูกเทนนิสมวล 0.2 กิโลกรัม วิ่งไปชนพื้น อัตราเร็วของลูกเทนนิสก่อนและหลังชนเท่าเดิม เท่ากับ $2\sqrt{2}$ m/s ในแนว 45° กับพื้น ถ้าช่วงเวลาที่ลูกเทนนิสกระทบพื้นเท่ากับ 0.01 วินาที ขนาดของแรงดลเฉลี่ยที่พื้นออกแรงกระทำต่อลูกเทนนิสมีค่ากี่ นิวตัน



2D

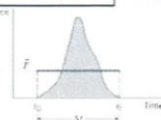
$$v = 2\sqrt{2}\sin 45^\circ = 2 \text{ m/s}$$



$$\Sigma Ft = 2mv \sin 45^\circ$$

$$\Sigma F(0.01) = 2(0.2)(2)$$

$$\Sigma F = 80 \text{ N} \quad \#$$

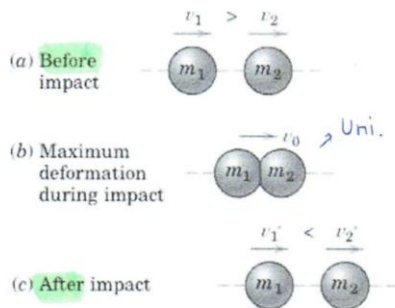


กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม

“เมื่อไม่มีแรงภายนอกกระทำ ($F=0$) จะทำให้การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมคงที่”

จากสมการ $\sum F = \frac{\Delta P}{t}$ จะได้ $\Delta P = 0$ ดังนั้น $mv = mu$

พิจารณาการชนดังรูป



→ หา v ไปเลย หรือมัน

$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$= (m_1 + m_2) \vec{v} \quad \text{ชนติดกัน}$$

หมายเหตุ ผลรวมของโมเมนตัมก่อนชนของระบบ เท่ากับ ผลรวมของโมเมนตัมหลังชนของระบบเสมอ

Ex $1 \text{ kg} \xrightarrow{2 \text{ m/s}} \text{A} \xleftarrow{3 \text{ m/s}} 2 \text{ kg} \text{ B} \xrightarrow{4 \text{ m/s}} \text{A} \xrightarrow{v=?} \text{B}$ BF AF Solⁿ

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$1(2) + 2(-3) = 1(4) + 2v$$

$$v = -4 \text{ m/s} \quad \#$$

◇ รูปแบบการใช้หลักอนุรักษ์โมเมนตัม

A การยิงปืน

สูตร V.

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

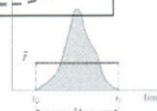
$$0 = m v_1 + M(-v_2)$$

B มวลอัดสปริง

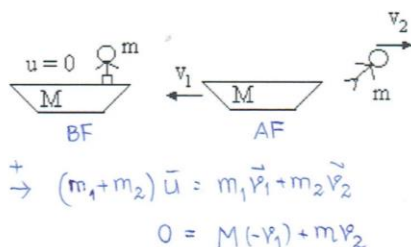
BF AF

→ ชนติดกัน
สปริงหดสั้นสุด

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v \quad \#$$


C การกระโดดออกจากเรือหนึ่ง

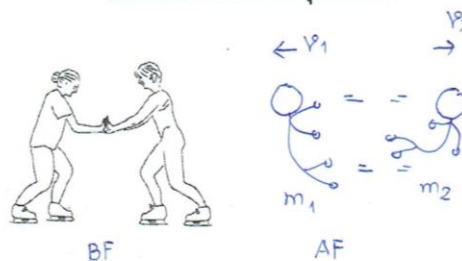


$$\rightarrow (m_1 + m_2) \vec{u} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$0 = M(-v_1) + m v_2$$

Note $v_{\text{เรือ}} = \frac{S}{t}$

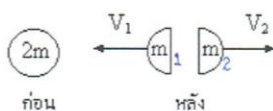
D การผลักของวัตถุ 2 ก้อน



$$0 = m_1(-v_1) + m_2 v_2$$

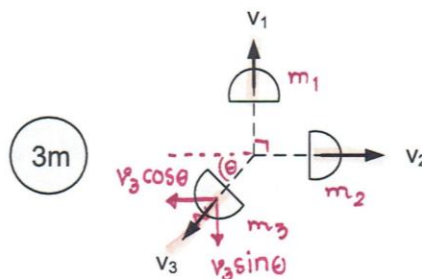
E การระเบิด

CASE 1 ใน 1 มิติ



$$0 = m_1(-v_1) + m_2 v_2$$

CASE 2 ใน 2 มิติ



$$x: m \vec{u} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3$$

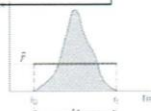
$$0 = 0 + m_2 v_2 + m_3 (-v_3 \cos \theta) \quad \text{--- ①}$$

$$y: 0 = m_1 v_1 + 0 + m_3 (-v_3 \sin \theta) \quad \text{--- ②}$$

Trick

2D สุ่มยาก → ใช้ทฤษฎี

$$(m_3 v_3)^2 = (m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2$$





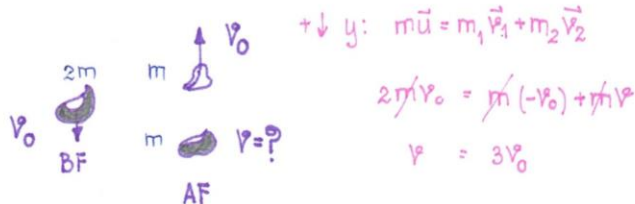
Ent 16 เมล็ดพืชชนิดหนึ่ง ขณะกำลังตกลงสู่พื้นด้วยความเร็วตามแนวตั้งขนาด V_0 เกิดการติดตัวแยกออกจากกันของเมล็ดเป็น **สองส่วนเท่ากัน** ส่วนหนึ่งของเมล็ดมีความเร็วขนาด V_0 ในทิศทางเคลื่อนที่ขึ้น อีกส่วนหนึ่งจะมีขนาดความเร็วเท่าใด (Ent'39)

1. $\frac{1}{2} V_0$

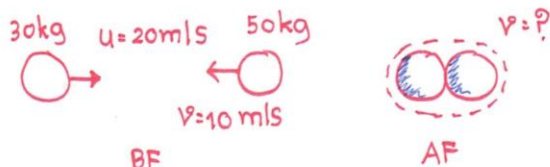
2. $\frac{3}{2} V_0$

3. $2V_0$

4. $3V_0$



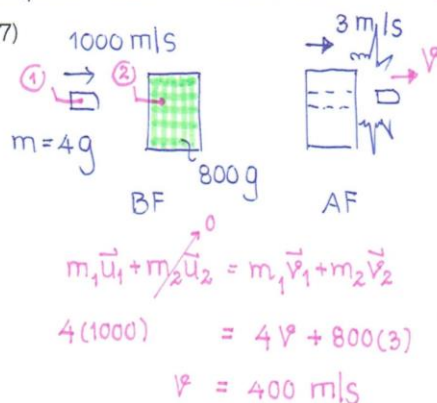
Ent 17 มวล 30 กิโลกรัม มีความเร็ว 20 m/s เข้าชนมวล 50 กิโลกรัม ซึ่งวิ่งสวนมาด้วยความเร็ว 10 m/s หลังชนมวลติดกันไป จงหาความเร็วหลังชนของมวลทั้งสองว่าเป็นกี่เมตรต่อวินาที



$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

$$30(20) + 50(-10) = 80V \rightarrow V = \frac{10}{8} = 1.25 \text{ m/s} \#$$

Ent 18 ยิงลูกปืนมวล 4 กรัม ด้วยความเร็ว 1,000 เมตรต่อวินาที ให้ทะลุแผ่นไม้มวล 800 กรัม ซึ่งแขวนไว้ด้วยเชือกยาว ทันทีที่ ลูกปืนทะลุแผ่นไม้ แผ่นไม้มีความเร็ว 3 เมตรต่อวินาที **ค่าการเปลี่ยนโมเมนตัมของลูกปืนเป็นเท่าใด** (Ent'37)



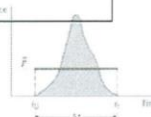
1. 1.6 N·s

2. 2.4 N·s

3. 3.2 N·s

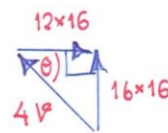
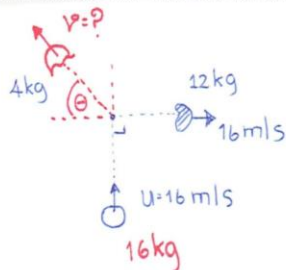
4. 4.0 N·s

bullet
 $\Delta p = m\vec{v} - m\vec{u}$
 $= \frac{4}{1000} (400 - 1000)$
 $= -2.4 \text{ Ns} \#$
↓
ลดถึง



Ent 19 บั้งไฟพุ่งหนึ่งกำลังเคลื่อนที่ขึ้นตามแนวตั้งด้วยความเร็ว 16 เมตรต่อวินาที เกิดระเบิดแตกออกเป็นสองส่วน โดยส่วนแรกมี มวล 12 กิโลกรัม เคลื่อนที่ต้งฉากกับทิศทางเดิมด้วยอัตราเร็ว 16 เมตรต่อวินาที และส่วนที่สองมวล 4 กิโลกรัม จะเคลื่อนที่ ด้วยอัตราเร็วเท่าใด (Ent Oct'42)

1. 90 m/s
2. 80 m/s
3. 70 m/s
4. 60 m/s



แนวภาพ เวกเตอร์
ไม่แนวตั้ง

$$4v = 20 \times 16$$

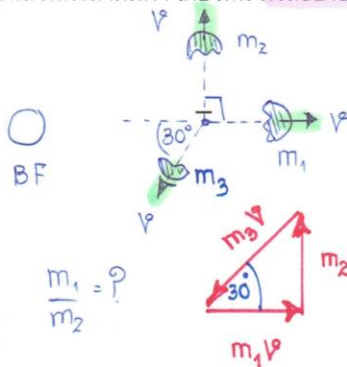
$$v = 80 \frac{m}{s} \quad \#$$

$$\tan \theta = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

$$\theta = 53^\circ$$

Ent 20 วัตถุอันหนึ่งเมื่อเกิดการระเบิดเศษชิ้นส่วนกระจายอยู่ในแนวระดับ 3 ทิศทาง เมื่อวัตถุในทิศทวนเข็มนาฬิกา พบว่าชิ้นส่วนที่ 1 กับชิ้นส่วนที่ 2 ทำมุมกัน 90 องศา ชิ้นส่วนที่ 2 กับชิ้นส่วนที่ 3 ทำมุมกัน 120 องศา ถ้าอัตราเร็วของชิ้นส่วนทั้งสามมีค่าเดียวกัน มวลของชิ้นส่วนที่ 1 จะเป็นกี่เท่าของชิ้นส่วนที่ 2 (Ent'38)

1. (1/2) เท่า
2. (1/√3) เท่า
3. (√3/2) เท่า
4. √3 เท่า



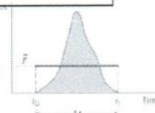
$$\tan 30^\circ = \frac{m_2 v}{m_1 v}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$\therefore \frac{m_1}{m_2} = \sqrt{3} \quad \#$$

Ent 21 วัตถุเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ด้วยอัตราเร็ว 4u ที่ตำแหน่งสูงสุดและขณะนั้นวัตถุได้แตกออกเป็น 2 ส่วนที่มีมวลเท่ากัน ส่วนหนึ่งตกลงในแนวตั้ง อัตราเร็วในแนวราบของส่วนที่สองเป็นเท่าใด (Ent'40)

1. 2u
2. 4u
3. 6u
4. 8u



Ent 22 ยิงลูกปืนมวล 5 กรัม ให้มีความเร็ว 900 เมตรต่อวินาที ตามแนวระดับ ขณะกระทบถุงทรายมวล 1 กิโลกรัมซึ่งแขวนไว้ ด้วยเชือกตามแนวดิ่ง ทันทีที่ลูกปืนทะลุผ่านถุงทราย พบว่าถุงทรายมีความเร็ว 4 เมตรต่อวินาที จงหาขนาดของความเร็วที่ลูกปืนออกจากถุงทราย (Ent Mar'43)

1. 400 m/s
2. 300 m/s
3. 200 m/s
4. 100 m/s

BF AF

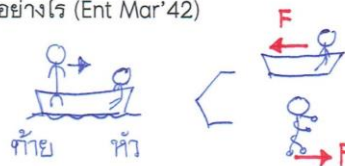
$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$

$\frac{5}{1000} (900) + 0 = \frac{5}{1000} v + 1 (4)$

$v = 100 \text{ m/s}$

Ent 23 ชายสองคนมีมวลเท่ากัน นั่งอยู่บนหัวเรือและท้ายเรือของเรือพายขนาดเล็กซึ่งลอยนิ่งในน้ำนิ่ง ถ้าชายที่อยู่หัวเรือเดินไปหา ชายที่อยู่ท้ายเรือ เรือนี้จะเคลื่อนที่อย่างไร (Ent Mar'42)

1. เรือจะเคลื่อนที่ไปทางด้านท้ายเรือ
2. เรือจะเคลื่อนที่ไปทางด้านหัวเรือ
3. เรือนี้จะอยู่นิ่ง
4. เรือจะเคลื่อนที่ไปทางด้านท้ายเรือแล้วกลับที่เดิม



รูปแบบการชน (Collision)

การชน คือ การกระทบของวัตถุในช่วงเวลาสั้นๆ เช่น การชนกันของรถ, การตีเทนนิส, การตีปิงปอง, การกระทบกันของลูกตุ้มกับเสาเข็ม, การยิงปืน, การระเบิดของวัตถุระเบิด, การเตะลูกฟุตบอล เป็นต้น พิจารณาเป็น 2 ประเภท

① การชนแบบยืดหยุ่น (Elastic Collision)

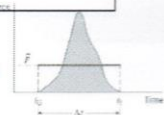
ชนแล้วรูปร่างของวัตถุไม่เปลี่ยนแปลง โดยพลังงานจลน์ของระบบไม่หายไปไหน (E_k คงที่)

① พลังงานจลน์ไม่หายไปไหน

② $\Sigma \vec{P}_i = \Sigma \vec{P}_f \rightarrow m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$ (ถ้าชน 2 วัตถุ ให้คิดแยกกัน)

③ $\vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2$ คิดเครื่องหมายด้วย

เคาะ: ยืดหยุ่น





นอกจากนี้เรายังจำแนกรูปแบบการชนแบบยืดหยุ่นเป็น 2 ลักษณะ คือ

Pattern 1 dimension

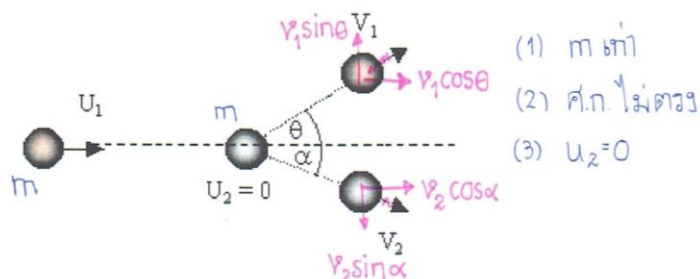


(a) Before coupling



(b) After coupling

Pattern 2 dimension (แยกคิด 2 แกนเสมอ)



$$\Sigma P_{\text{ก่อน}} = \Sigma P_{\text{หลัง}} \text{ แยกคิดเป็น 2 แกน}$$

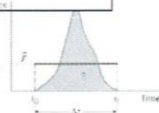
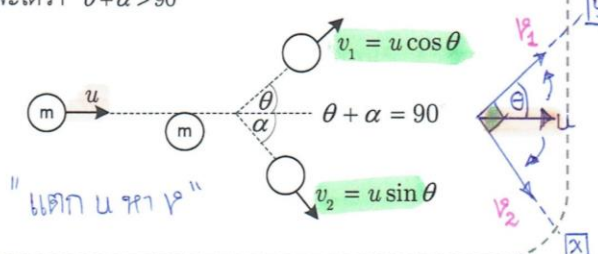
$$\begin{aligned} \text{X: } m_1 u_1 + m_2 u_2 &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ m_1 u_1 + 0 &= m_1 v_1 \cos \theta + m_2 v_2 \cos \alpha \quad \text{--- (1)} \end{aligned}$$

$$\text{Y: } 0 + 0 = m_1 v_1 \sin \theta + m_2 (-v_2 \sin \alpha) \quad \text{--- (2)}$$

TRICK

1. ถ้า $m_1 = m_2$, ศูนย์กลางการชนไม่ตรงกัน, ลูก 2 นี้ จะได้ว่า $\theta + \alpha = 90^\circ$
2. ถ้า $m_1 > m_2$ จะได้ว่า $\theta + \alpha < 90^\circ$
3. ถ้า $m_1 < m_2$ จะได้ว่า $\theta + \alpha > 90^\circ$

4. สำหรับการคำนวณตามสมการสามารถใช้สูตรลัดได้ดังนี้



เทคนิค การชน 2 มิติ มุมฉาก ใช้พีทาโกรัส ช่วยคำนวณ

② การชนแบบไม่ยืดหยุ่น (Inelastic Collision)

เป็นการชนของวัตถุแล้วรูปร่างมีการเปลี่ยนแปลง โดยมักชนแล้วติดกันไป การชนแบบนี้พลังงานจลน์จะไม่คงที่ (E_k ไม่คงที่) โดยพลังงานจลน์หลังชนจะน้อยกว่าก่อนชน เพราะพลังงานจลน์ที่หายไปจะนำไปใช้ในการเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุ



$$\Sigma \vec{P}_i = \Sigma \vec{P}_f \longrightarrow m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$\Delta E_k = \Sigma E_{k,i} - \Sigma E_{k,f} = \left(\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right)$$

↳ กลายเป็นความร้อน, พลังงานเสียง, พลังงานศักย์สปริง

Ent 24 ลูกเหล็ก A มวล 0.4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 3 m/s เข้าชนลูกเหล็ก B ซึ่งมีมวล 0.6 กิโลกรัม และเดิมหยุดนิ่ง จงหาความเร็วของลูกเหล็กทั้งสองหลังชน ถ้าการชนครั้งนี้ไม่มีการสูญเสียพลังงาน → ยืดหยุ่น



$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$\therefore v_1 = -0.6 \text{ m/s} = 0.6 \text{ m/s} \leftarrow$$

$$0.4(3) + 0 = 0.4v_1 + 0.6v_2$$

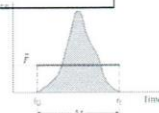
$$v_2 = 2.4 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$2v_1 + 3v_2 = 6 \quad \text{--- (1)}$$

$$\vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2$$

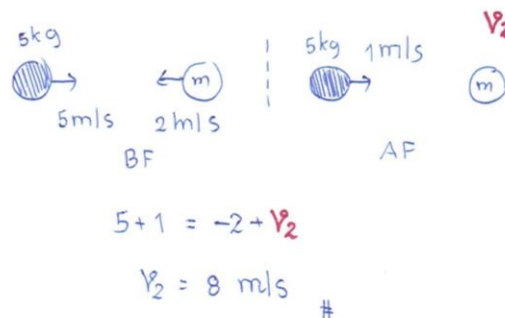
$$3 + v_1 = 0 + v_2$$

$$v_1 - v_2 = -3 \quad \text{--- (2)}$$

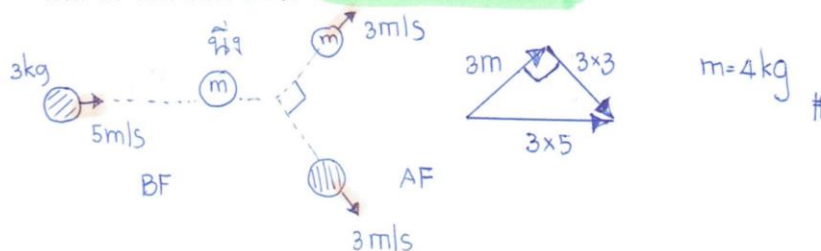


Ent 25 วัตถุมวล 5 กิโลกรัม วิ่งไปทางขวาด้วยอัตราเร็ว 5 m/s เข้าชนแบบยืดหยุ่นกับวัตถุมวล m ที่เคลื่อนที่สวนมาด้วยอัตราเร็ว 2 m/s ถ้าหลังการชนมวล 5 กิโลกรัม ยังคงเคลื่อนที่ในทิศเดิมด้วยอัตราเร็ว 1 m/s ความเร็วหลังการชนของมวล m เป็นอย่างไร

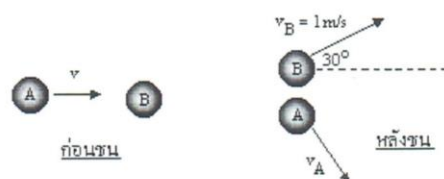
1. 3 m/s ทิศไปทางขวา
2. 8 m/s ทิศไปทางขวา
3. 3 m/s ทิศไปทางซ้าย
4. 8 m/s ทิศไปทางซ้าย



Ent 26 วัตถุมวล 3 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 5 m/s ชนวัตถุมวล m ที่หยุดนิ่งอยู่ ภายหลังการชนทำให้มวล 3 กิโลกรัม และมวล m เบี่ยงเบนไปจากแนวเดิม และทำมุมต่อกัน 90° ถ้ามวล 3 กิโลกรัม และมวล m มีความเร็ว 3 m/s มวล m ควรมีค่ากี่กิโลกรัม



Ent 27 วัตถุ A มีมวลเท่ากับวัตถุ B เท่ากับ m วัตถุทั้งสองวางบนพื้นราบไม่มีความเสียด เมื่อให้ A เข้าชนวัตถุ B แล้วทำให้ B เคลื่อนที่ ด้วยความเร็ว 1 m/s ในทิศทางทำมุม 30° องศา กับแนวการเคลื่อนที่ที่เข้าชนตามรูป ความเร็วของวัตถุ A ก่อนชน มีค่าเท่าใด ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่น (Ent'39)



$$v_B = v \cos 30^\circ$$

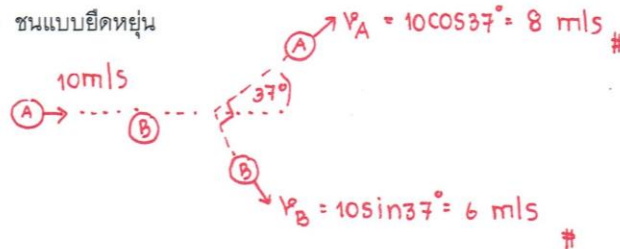
$$1 = v \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ m/s}$$

1. $1/\sqrt{3} \text{ m/s}$
2. $2/\sqrt{3} \text{ m/s}$
3. $\sqrt{3} \text{ m/s}$
4. $\sqrt{3}/2 \text{ m/s}$

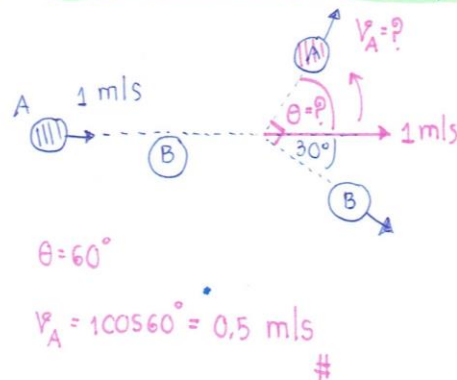


Ent 28 ลูกทรงกลม A, B มีมวลและขนาดเท่ากัน A วิ่งเข้าชน B ซึ่งอยู่นิ่งด้วยความเร็ว 10 m/s ในแนวที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลาง มวล ทำให้ A เบี่ยงไปจากแนวเดิม 37° หลังการชน อัตราเร็วของ A, B เป็นเท่าใด เมื่อ A, B ชนแบบยืดหยุ่น



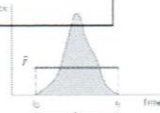
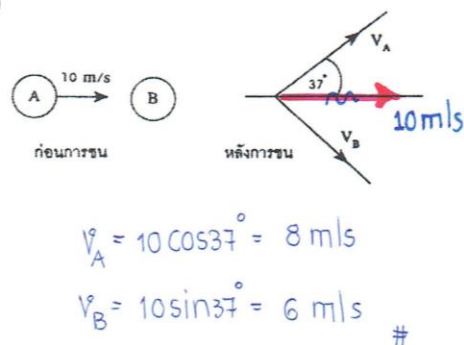
Ent 29 มวล A วิ่งด้วยอัตราเร็ว 1.0 เมตร/วินาที เข้าชนมวล B ซึ่งอยู่นิ่ง หลังการชนมวล B วิ่งไปในทิศ 30 องศา กับแนวเดิม ของ A หลังการชนมวล A จะวิ่งด้วยอัตราเร็วเท่าใด และในทิศทำมุมเท่าใดกับแนวเดิม (Ent'40)

1. 0.86 m/s และ 30° X
2. 0.86 m/s และ 60°
3. 0.50 m/s และ 30° X
4. 0.50 m/s และ 60°



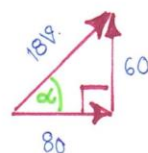
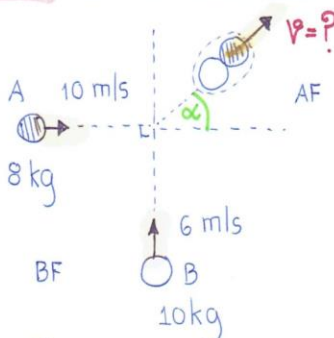
Ent/30 ลูกบิลเลียด A วิ่งด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาที เข้าชนกับลูกบิลเลียด B ที่อยู่นิ่งและมีมวลเท่ากับ A หลังจากชนกัน แล้วลูกบิลเลียดทั้งสองเคลื่อนที่แยกออกจากกัน โดย A ทำมุม 37° กับแนวเดิม ดังรูป ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่นและไม่ คิดผลจากการหมุนและความผิดของพื้นกับลูกบิลเลียด อัตราเร็วของลูกบิลเลียดทั้งสองจะเป็นเท่าใด (Ent Oct'43)

1. $V_A = 4 \text{ m/s}$, $V_B = 3 \text{ m/s}$
2. $V_A = 3 \text{ m/s}$, $V_B = 4 \text{ m/s}$
3. $V_A = 8 \text{ m/s}$, $V_B = 6 \text{ m/s}$
4. $V_A = 6 \text{ m/s}$, $V_B = 8 \text{ m/s}$



Ent 31 วัตถุ A มีมวล 8 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไปทางแกน +X ด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที ได้ชนกับวัตถุ B มวล 10 กิโลกรัม ซึ่งกำลังเคลื่อนที่ไปทางแกน +Y ด้วยความเร็ว 6 เมตรต่อวินาที ภายหลังการชน วัตถุทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป จงหาความเร็วลัพธ์ภายหลังการชนดังกล่าว (Ent Oct'41)

1. 3.3 m/s
2. 4.0 m/s
3. 5.6 m/s
4. 8.0 m/s



$$180^\circ = 100$$

$$v = 5.6 \text{ m/s}$$

$$\tan \alpha = \frac{60}{80} = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = 37^\circ$$

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

Ent 32 รถทดลองมวล 1.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2 เมตรต่อวินาทีเข้าชนรถทดลองอีกคันหนึ่ง ซึ่งมีมวลเท่ากันและอยู่นิ่ง ภายหลังการชนรถทดลองทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป จงหาค่าพลังงานความร้อนที่เกิดจากการชน (Ent'41)



1. 0.25 J
2. 0.5 J
3. 0.75 J
4. 1.0 J

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$$

$$1(2) + 0 = (1+1) v$$

$$v = 1 \text{ m/s}$$

$$\Delta E_k = \left[\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \right] - \left[\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} (1) 2^2 + 0 \right] - \left[\frac{1}{2} (1+1) 1^2 \right] = 1 \text{ J} \#$$

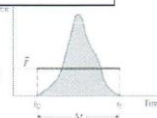
Ent 33 วัตถุ A มวล 2 กิโลกรัม เคลื่อนที่บนโต๊ะเรียบเกลี้ยงด้วยความเร็ว 10 m/s พุ่งเข้าชนกับวัตถุ B มวล 5 กิโลกรัมที่กำลังเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกัน ด้วยความเร็ว 4 m/s หลังชนพบว่าวัตถุ B เคลื่อนที่ในทิศทางเดิมด้วยความเร็ว 6 m/s การชนกันทำให้พลังงานจลน์หายไปกี่จูล

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$2(10) + 5(4) = 2v_1 + 5(6)$$

$$v_1 = 5 \text{ m/s}$$

$$\Delta E_k = \left[\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \right] - \left[\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right] = 25 \text{ J} \#$$





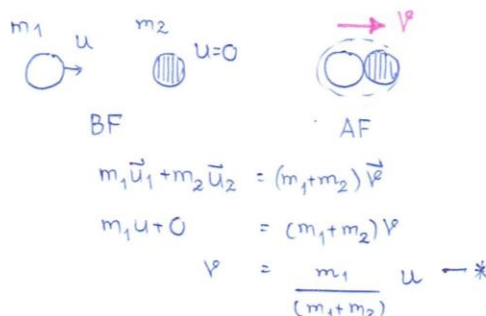
Ent 34 มวล m_1 วิ่งด้วยความเร็ว u เข้าชนมวล m_2 ซึ่งวางนิ่ง แล้วเคลื่อนที่ติดไปด้วยกัน จงหาว่าในการชนครั้งนี้ มีพลังงานหายไป เท่าใด

1. $\frac{1}{2} m_1 u^2 \left[\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right]$

2. $\frac{1}{2} m_1 u^2 \left[\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right]$

3. $\frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 \left[\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right]$

4. $\frac{1}{2} (m_1 + m_2) u^2 \left[\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right]$

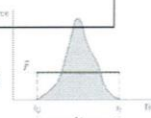


$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2} m_1 u^2 - \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left[\frac{m_1}{m_1 + m_2} u \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 u^2 \left[1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right] \\ &= \frac{1}{2} m_1 u^2 \left[\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right] \quad \# \end{aligned}$$

Ent 35 สำหรับการศึกษาเรื่องการชนของวัตถุในแนวตรง และเรื่องการติดตัวแยกออกจากกันของวัตถุในแนวตรง จงพิจารณา ข้อความต่อไปนี้

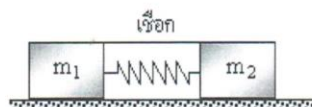
- การชนของรถทดลองที่ติดแผ่นเหล็กสปริงไว้ด้านที่ถูกชน พลังงานจลน์ของระบบก่อนชนกับหลังชน เท่ากันเสมอ ไม่ว่า จะเพิ่มมวลคันที่พุ่งเข้าชนเป็น 2 หรือ 3 เท่า
- การติดตัวแยกออกจากกันของรถทดลองสองคันอัดแผ่นเหล็กสปริง โมเมนตัมของระบบไม่คงตัว เพราะ ก่อนติดตัวแยก ออกจากกัน โมเมนตัมของระบบเป็นศูนย์ แต่หลังติดตัวแยกออกจากกัน โมเมนตัมของระบบไม่เป็นศูนย์
- การติดตัวแยกออกจากกันของรถทดลองคันอัดแผ่นเหล็กสปริง พลังงานจลน์ของระบบไม่คงตัว คำตอบที่ถูกต้องคือข้อใด (Ent'37)

- ข้อ ก, ข และ ค
- ข้อ ก และ ข
- ข้อ ก และ ค
- ข้อ ค เท่านั้น

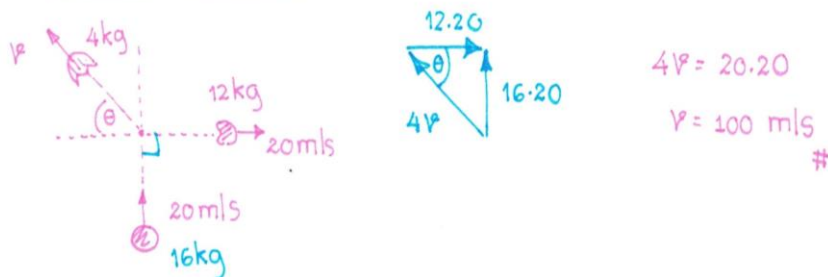




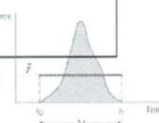
Ent 36 กล้องมวล m_1 และ m_2 ขนาด 1 และ 2 กิโลกรัมตามลำดับ เอาเชือกผูกติดกันให้อัดสปริงไว้ดังรูป เมื่อตัดเชือกให้ขาด สปริงจะดีดให้กล้องทั้งสองต่างเคลื่อนที่ไปบนพื้นราบผิวดูได้ไกลสุด S_1 และ S_2 ตามลำดับ จงหา $S_1 : S_2$



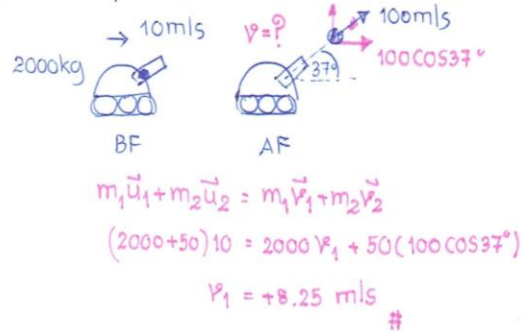
Ent 37 ดาวเทียมดวงหนึ่ง ขณะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 20 m/s ก็ระเบิดออกเป็น 2 ส่วนโดยส่วนแรกมีมวล 12 กิโลกรัม เคลื่อนที่ดัง ฉากกับแนวการเคลื่อนที่เดิมด้วยอัตราเร็ว 20 m/s ส่วนที่สองมีมวล 4 กิโลกรัม จะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเท่าใด



Ent 38 เรือลำหนึ่งลอยอยู่ในทะเลสาบ โดยมีแนวของลำเรือตั้งฉากกับบนฝั่ง และหันหัวเรือเข้าหาฝั่ง หัวเรือห่างจากฝั่งเป็นระยะ 0.75 เมตร ขณะเริ่มต้นเรือหยุดนิ่ง มีชายคนหนึ่งยืนอยู่ที่หัวเรือและออกเดินไปทางท้ายเรือ ความยาวของลำเรือควรจะยาว อย่างน้อยที่สุดเท่าใด เรือจึงจะเคลื่อนที่ได้ถึงฝั่งพอดี ถ้ามวลของเรือและคนเป็น 140 กิโลกรัมและ 60 กิโลกรัม ตามลำดับ



Ent 39 รถถังคันหนึ่งมวล 2,000 กิโลกรัมกำลังเคลื่อนที่ในแนวราบด้วยความเร็ว 10 m/s ยิ่งกระสุนปืนมวล 50 กิโลกรัมออกไป ด้วยความเร็ว 100 m/s ในทิศทำมุม 37° กับแนวราบ จงหาว่าขณะยิงปืนใหญ่ รถถังเคลื่อนที่อย่างไร



- เคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยอัตราเร็ว 4.5 m/s
- เคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยอัตราเร็ว 8.25 m/s
- เคลื่อนที่ถอยหลังด้วยอัตราเร็ว 2.5 m/s
- เคลื่อนที่ถอยหลังด้วยอัตราเร็ว 8.25 m/s

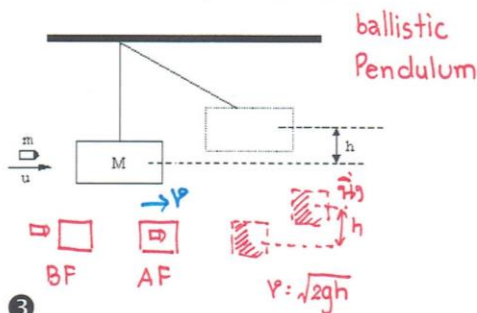
ความสัมพันธ์ระหว่าง พลังงาน และ โมเมนตัม และการประยุกต์

หลัก

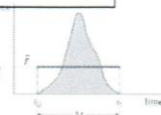
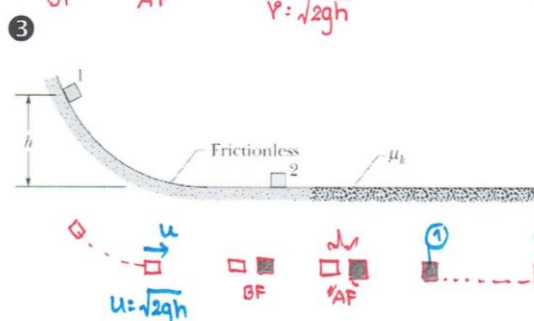
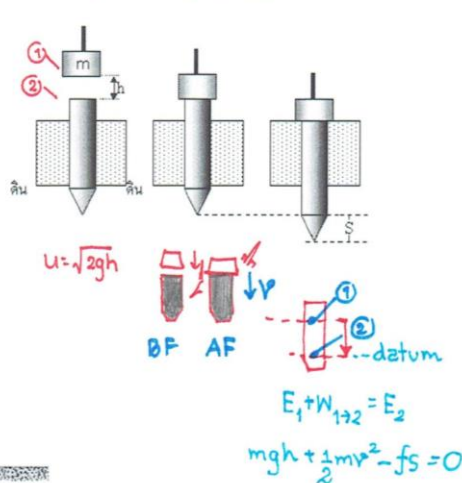
- แยกวิเคราะห์การเคลื่อนที่เป็น { ช่วงที่ใช้พลังงาน : $E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$
ช่วงที่ใช้การชน : $\sum P_{\text{ก่อน}} = \sum P_{\text{หลัง}}$
- วิเคราะห์สมการจากข้อ ① ทั้งหมดรวมกันเพื่อหา Solution

ตัวอย่างโจทย์ที่ต้องใช้ทั้งพลังงานและการชนมาคำนวณ เช่น

① การยิงปืนฝังวัตถุแล้วลอยตั้งขึ้นไป

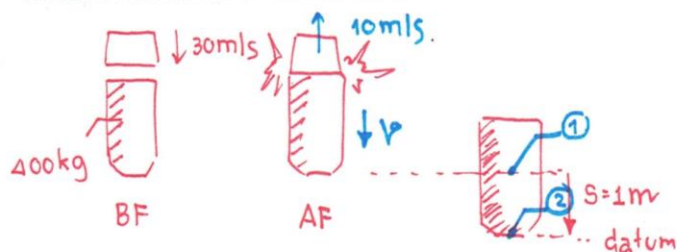


② การตกเสาเข็ม



Ent 40 ปล่องลูกตุ้มเหล็กมวล 2,000 กิโลกรัมของเครื่องตอกเสาเข็ม จากที่สูง 5 เมตรเหนือหัวเสาเข็ม มวล 500 กิโลกรัม โดยที่ตุ้ม เหล็กไม่กระดอนจากหัวเสาถ้าดินมีแรงต้าน 1×10^5 นิวตัน จงหาว่าเสาเข็ม จมลงไปได้ลึกกี่เซนติเมตร

Ent 41 ที่ตอกเข็มมวล 2,000 กิโลกรัมเคลื่อนที่ในแนวตั้งด้วยความเร็ว 30 m/s เข้าชนเสาเข็มมวล 400 กิโลกรัมซึ่งอยู่นิ่ง ปรากฏว่า ที่ตอกเข็มสะท้อนกลับด้วยความเร็ว 10 m/s และเสาเข็มจมดินลึก 1 เมตร จงหาแรงต้านทานเฉลี่ยของดินเป็นกี่นิวตัน



$$+ \downarrow m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$2000(30) + 0 = 2000(-10) + 400v$$

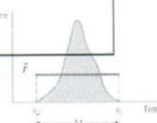
$$v = 200 \text{ m/s}$$

$$F_1 + W_{1 \rightarrow 2} = F_2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh - fs = 0$$

$$\frac{1}{2}(400)200^2 + 400(10)1 = f(1)$$

$$f = 8,004,000 \text{ N}$$

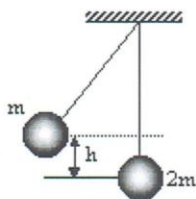




Ent 42 ใช้ก้อนมวล 400 กรัม ตอกตะปู ในขณะที่ก้อนเริ่มกระทบหัวตะปู ก้อนมีขนาดความเร็ว 10 เมตร/วินาที หลังจากกระทบหัว ตะปูแล้ว ก้อนสะท้อนกลับด้วยขนาดความเร็วเท่าเดิม ถ้าช่วงเวลาที่ก้อนกระทบ ตะปูเป็น 0.5 มิลลิวินาที จงหาแรงเฉลี่ยที่ ก้อนกระทำต่อตะปู (Ent Mar'43)

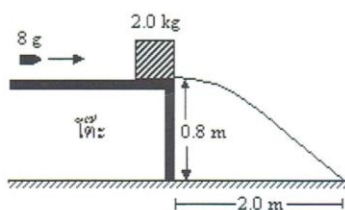
1. 1.6×10^4 N
2. 3.2×10^4 N
3. 6.4×10^4 N
4. 8×10^4 N

Ent 43 มวล m และ $2m$ แหวนกับเชือกน้ำหนักเบาที่ยาวเท่ากันดังรูป ถ้าจับมวล m ให้สูงกว่า $2m$ เป็น ระยะ h แล้วปล่อยให้ ตกมากระทบกับมวล $2m$ หลังจากกระทบกันแล้วมวล m หยุดนิ่ง จงคำนวณว่า มวล $2m$ จะแกว่งขึ้นไปได้สูงสุดจาก ตำแหน่งเดิมเท่าใด และการชนเป็นแบบยืดหยุ่นหรือไม่ (Ent Oct'43)



1. $\frac{h}{2}$ เป็นการชนแบบยืดหยุ่น
2. $\frac{h}{2}$ เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น
3. $\frac{h}{4}$ เป็นการชนแบบยืดหยุ่น
4. $\frac{h}{4}$ เป็นการชนแบบไม่ยืดหยุ่น

Ent 44 ลูกปืนมวล 8 กรัม ยิงตรงไปยังก้อนไม้มวล 2.0 กิโลกรัม ซึ่งวางอยู่บนขอบโต๊ะที่พื้นผิวที่มีความสูง 0.8 เมตร เมื่อลูกปืน กระทบก้อนไม้และฝังในเนื้อไม้ ก้อนไม้เคลื่อนที่หล่นจากโต๊ะและตกถึงพื้นห่างจากโต๊ะ 2 เมตร จงหาอัตราเร็วของลูกปืนใน หน่วยเมตรต่อวินาที (Ent Oct'43 เดิมคำ)



Handwritten solution for Ent 44:

Conservation of momentum: $m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v$

$\frac{8}{1000} u + 0 = \left(\frac{8}{1000} + 2\right) v$

$u = 1225$

Projectile motion:

$y = u_y t + \frac{1}{2} g t^2$

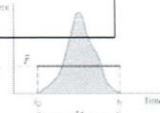
$0.8 = 0 + 5 t^2$

$t = 0.4$

$x = u_x t$

$2 = v (0.4)$

$v = 5 \text{ m/s}$



Ent 45 กระสุนปืนมวล 20 กรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 500 เมตรต่อวินาที เข้าไปในกระสอบทราย ใช้เวลา

1.0 มิลลิวินาที กระสุน จึงหยุด ถ้าแรงต้านทานของทรายที่กระทำต่อกระสุนมีค่าคงตัวแรงต้านทานนี้มีค่าเท่าใดในหน่วยกิโลนิวตัน (Ent Mar'42 เต็มคำ)



$$\sum \vec{F}t = m\vec{v} - m\vec{u}$$

$$\sum F(1 \times 10^{-3}) = -\frac{20}{1000}(500)$$

$$\sum F = -10000 \text{ N} = -10 \text{ kN}$$

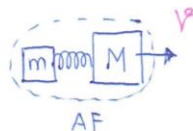
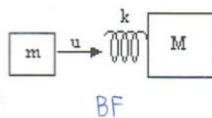
Ent 46 มวล m วิ่งเข้าชนมวล M ที่ติดสปริงเบาที่มีค่าคงตัวของสปริง k ด้วยความเร็ว u ดังรูป พลังงานจลน์ของระบบเป็นเท่าไร เมื่อ m กับ M ไกลกันที่สุด (Ent'39)

$$1. \frac{1}{2}mu^2$$

$$2. \frac{1}{2}\left(\frac{m}{M}\right)mu^2$$

$$3. \frac{1}{2}\left(\frac{M}{m+M}\right)mu^2$$

$$4. \frac{1}{2}\left(\frac{m}{m+M}\right)mu^2$$



$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

$$mu + 0 = (m+M)v$$

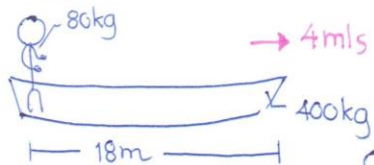
$$v = \frac{mu}{m+M}$$

$$E_k = \frac{1}{2}(m+M)v^2$$

$$= \frac{1}{2}(m+M)\left[\frac{mu}{(m+M)}\right]^2$$

$$= \frac{1}{2}\frac{m}{(m+M)}mu^2$$

Ent 47 ชายคนหนึ่งมีมวล 80 กิโลกรัม ยืนอยู่ที่ท้ายเรือซึ่งยาว 18 เมตร และมีมวล 400 กิโลกรัมซึ่งกำลังแล่นบนผิวน้ำด้วยอัตราเร็ว 4 m/s ครั้นชายผู้นี้เดินไปทางหัวเรือด้วยอัตราเร็ว 2 m/s เทียบกับเรือ จงหาว่าขณะที่ชายผู้นี้เดินเรือแล่นได้ไกลกี่เมตร



$$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$(80+400)4 = 80(2+v) + 400v$$

$$v = \frac{11}{3} \text{ m/s}$$

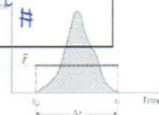
$$\text{คห: } s = vt$$

$$18 = 2t \rightarrow t = 9 \text{ s}$$

$$\text{เรือ: } s = vt$$

$$= \frac{11}{3}(9) = 33 \text{ m}$$

รวมที่
เห็นภายนอก
ของเรือ



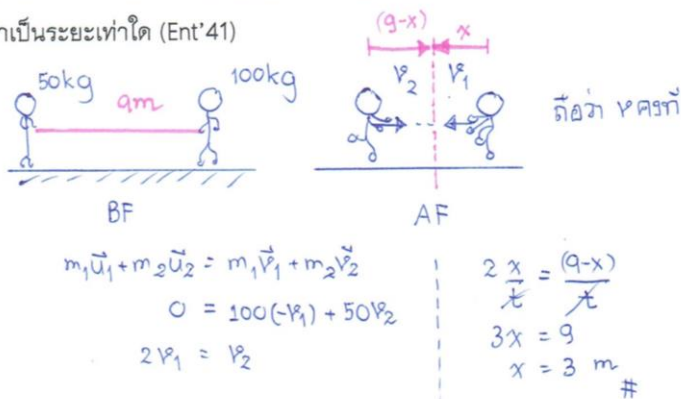
Ent 48 ชายสองคนมวล 50 และ 100 กิโลกรัม ยืนอยู่บนลานน้ำแข็งราบและลื่น ผูกติดกันด้วยเชือกเบายาว 9 เมตร เมื่อชายมวล 100 กิโลกรัม ดึงเชือกเข้าหาตัวเอง เขาจะเลื่อนไปชนกัน ณ ตำแหน่งที่ห่างจากตำแหน่งเดิมของเขาเป็นระยะเท่าใด (Ent'41)

1. 0 เมตร

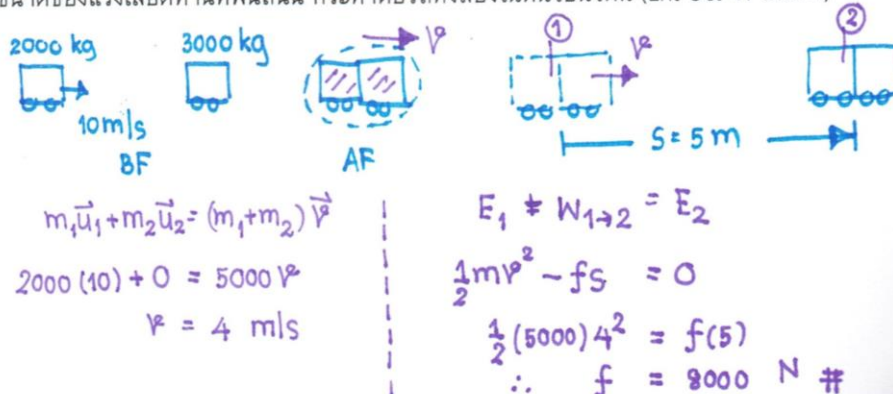
2. 3 เมตร

3. 4.5 เมตร

4. 6 เมตร



Ent 49 รถยนต์คันหนึ่งมวล 2000 กิโลกรัม แล่นด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที แล้วชนกับรถยนต์อีกคันหนึ่งมวล 3000 กิโลกรัม ซึ่งจอดอยู่นิ่ง ภายหลังการชนรถทั้งสองติดกันและไถลไปได้ไกล 5 เมตร แล้วหยุด จงหาขนาดของแรงเสียดทานที่พื้นถนน กระทำต่อรถทั้งสองในหน่วยนิวตัน (Ent Oct'41 เดิมคำ)



Ent 50 ช่างไม้ใช้ค้อน 200 กรัม ตีตะปูมวล 2 กรัมในแนวราบ โดยมีความเร็วต้นของค้อนก่อนกระทบตะปู 10 m/s และค้อนไม่ กระดอนจากหัวตะปู ถ้าเนื้อไม้มีแรงต้านเฉลี่ย 1,000 นิวตัน ตะปูจะเจาะลึกในเนื้อไม้เท่าใด

