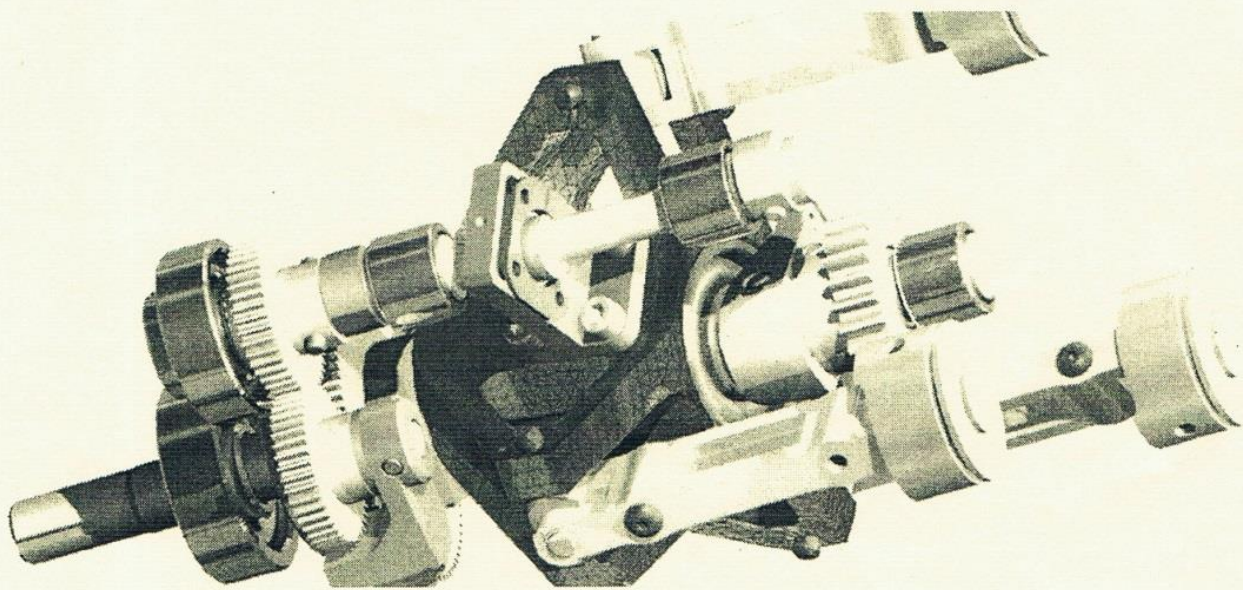




PHYSICS-MATHS BY P'JUE

PRE FLIGHT
MIDTERM
SERIES 2
Physics 1



PSU INTANIA

1-2559

P'JUE

Pre flight Midterm Physics 1-2559 (Series 2)

ข้อ 1 วัตถุเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงมีความเร็ว $v = (18 - 2t^2)$ m/s ที่เวลา $t = 1$ วินาที วัตถุอยู่ที่ตำแหน่ง $x = -10$ m

จงหาความเร่งที่วินาทีที่ 4 การกระจัดและระยะทางในช่วงเวลา 0 – 5 วินาที

(10 คะแนน)

$$(1) \quad a = \frac{dv}{dt} = -4t \text{ m/s}^2$$

$$\therefore a(4s) = -16 \text{ m/s}^2 \quad \#$$

$$(2) \quad \int_{-10}^s ds = \int_1^t (18 - 2t^2) dt$$

$$s + 10 = \left(18t - \frac{2}{3}t^3 \right) \Big|_1^t$$

$$s + 10 = \left(18t - \frac{2}{3}t^3 \right) - \left(18 - \frac{2}{3} \right)$$

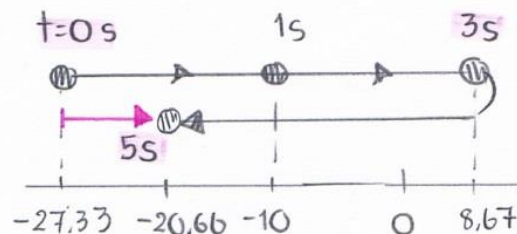
$$s = -\frac{2}{3}t^3 + 18t - 27.33 \text{ m}$$

จุดกลับทิศ $v = 0$

$$0 = 18 - 2t^2$$

$$t^2 = 9$$

$$t = 3, \cancel{7} \text{ s}$$



$$* \quad t = 0 \rightarrow s = -27.33 \text{ m}$$

$$t = 1 \rightarrow s = -10 \text{ m}$$

$$* \quad t = 3 \rightarrow s = -20.66 \text{ m}$$

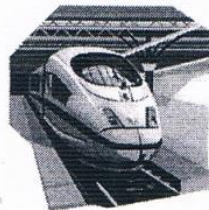
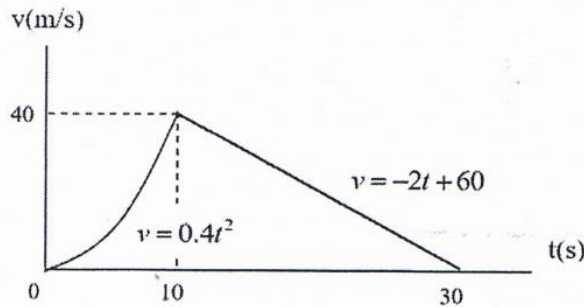
$$* \quad t = 5 \rightarrow s = 8.67 \text{ m} \quad (0-5s)$$

$$\vec{S} = +6.67 \text{ m (ทางขวา)}$$

$$S = 27.33 + 2(8.67) + 20.66 = 65.33 \text{ m}$$

#

- ข้อ 2 จากรูปเป็นกราฟระหว่างความเร็วกับเวลา (v-t) ของรถไฟไฟฟ้าขบวนหนึ่งที่กำลังแล่นระหว่างสองสถานีบนรางในแนวเส้นตรง จงหาสมการและเขียนกราฟระหว่างการกระจัดกับเวลา (s-t) และ ความเร่งกับเวลา (a-t) ของรถไฟไฟฟ้าขบวนนี้ กำหนดให้ ที่ $t = 0$ s, $s = 25$ m (15 คะแนน)



$$0 \leq t < 10 \text{ s}$$

$$v = 0.4t^2$$

$$\int ds = \int v dt$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

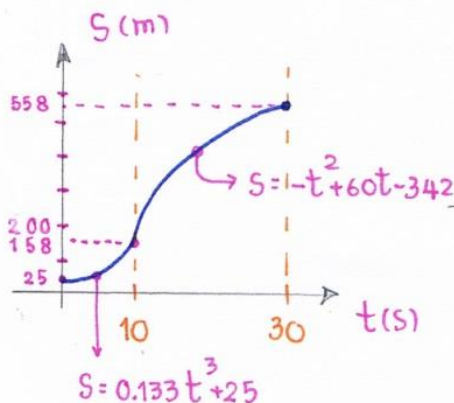
$$\int_{25}^s ds = \int_0^t 0.4t^2 dt$$

$$a = 0.8t \text{ m/s}^2$$

$$s - 25 = 0.4 \frac{t^3}{3}$$

$$s = 0.133t^3 + 25 \text{ m}$$

$$s(10\text{s}) = 133 + 25 = 158 \text{ m}$$



$$10 \leq t \leq 30 \text{ s}$$

$$v = -2t + 60$$

$$\int_{158}^s ds = \int_{10}^t (-2t + 60) dt$$

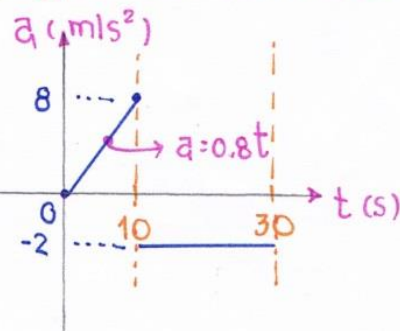
$$a = -2 \text{ m/s}^2$$

$$s - 158 = \left(-\frac{2t^2}{2} + 60t \right) \Big|_{10}^t$$

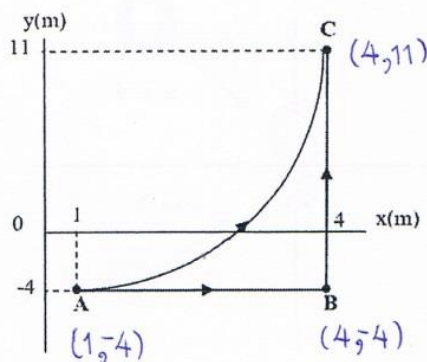
$$s - 158 = (-t^2 + 60t) - (-100 + 600)$$

$$s = -t^2 + 60t - 342 \text{ m}$$

$$s(30\text{s}) = -900 + 1800 - 342 = 558 \text{ m}$$



- ข้อ 3 จงหางานของแรง $\vec{F} = 3x^2y\hat{e}_x + 6y^2\hat{e}_y$ N ที่กระทำกับมวล 2.5 kg ทำให้มวลเปลี่ยนตำแหน่งจากจุด A (1,-4) ไปยัง C (4,11) ตามเส้นทาง ก. ABC ข. พาราโบลา AC ซึ่งมีสมการ $y = x^2 - 5$ ค. แรง $\vec{F}$ อนุรักษ์หรือไม่ เพราะเหตุใด (10 คะแนน)

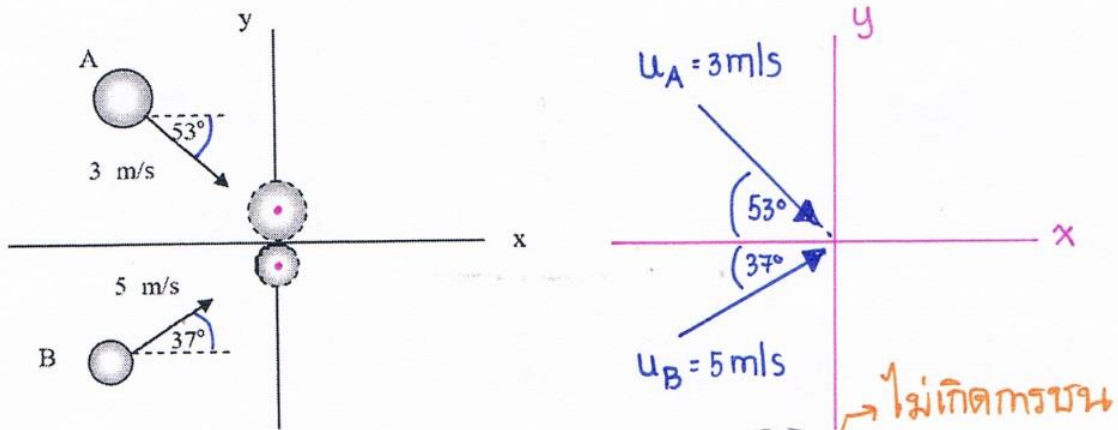


$$\begin{aligned}
 \text{ก) } W_{ABC} &= \int_{ABC} \vec{F} \cdot d\vec{r} \\
 &= \int_{ABC} [3x^2y\hat{e}_x + 6y^2\hat{e}_y] \cdot [dx\hat{e}_x + dy\hat{e}_y] \\
 &= \int_{ABC} 3x^2y dx + 6y^2 dy \\
 &= \int_{ABC} 3x^2y dx + \int_{ABC} 6y^2 dy \\
 &= \int_{AB} 3x^2y dx + \int_{BC} 3x^2y dx + \int_{AB} 6y^2 dy + \int_{BC} 6y^2 dy \\
 &= \int_1^4 -12x^2 dx + \int_{-4}^{11} 6y^2 dy \\
 &= -4x^3 \Big|_1^4 + 2y^3 \Big|_{-4}^{11} \\
 &= -4(4^3 - 1^3) + 2(11^3 - (-4)^3) \\
 &= -252 + 2790 = 2538 \text{ J}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ข) } W_{AC} &= \int_{AC} \vec{F} \cdot d\vec{r} \\
 &= \int_{AC} (3x^2y dx + 6y^2 dy) \\
 &= \int_1^4 3x^2(x^2 - 5) dx + \int_{-4}^{11} 6y^2 dy \\
 &= \int_1^4 (3x^4 - 15x^2) dx + \int_{-4}^{11} 6y^2 dy \\
 &= \left(\frac{3x^5}{5} - 5x^3 \right) \Big|_1^4 + 2y^3 \Big|_{-4}^{11} \\
 &= \left[\frac{3}{5}(4)^5 - 5(4)^3 \right] - \left[\frac{3}{5} - 5 \right] + \left[2(11)^3 - 2(-4)^3 \right] \\
 &= 294.4 + 4.4 + 2790 \\
 &= 3088.8 \text{ J}
 \end{aligned}$$

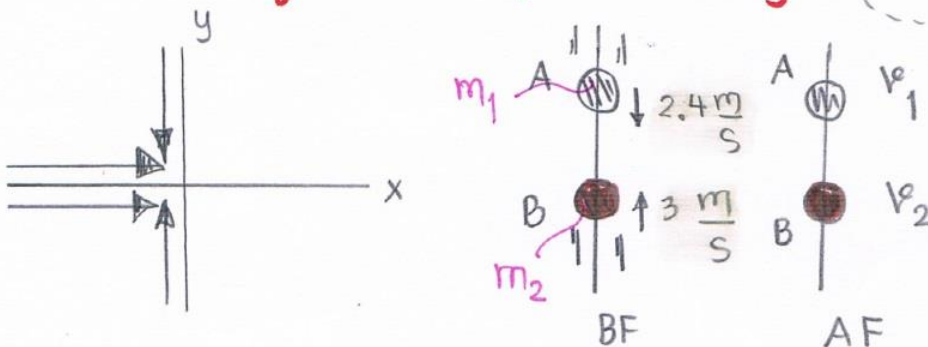
ค) $\vec{F}$ เป็นแรงไม่อนุรักษ์
เพราะ $W_{ABC} \neq W_{AC}$

ข้อ 4 มวล A = 0.8 kg และ มวล B = 0.5 kg เคลื่อนที่ชนกันบนพื้นราบเกลี้ยง มีความเร็วก่อนชน(ดังรูป) ถ้าการชนมีสัมประสิทธิ์คืนตัว (e) = 0.7 จงหาความเร็วหลังชนของมวลทั้งสอง (10 คะแนน)



$$\vec{u}_A = (3\cos 53^\circ)\hat{e}_x - (3\sin 53^\circ)\hat{e}_y = 1.8\hat{e}_x - 2.4\hat{e}_y \text{ m/s}$$

$$\vec{u}_B = (5\cos 37^\circ)\hat{e}_x + (5\sin 37^\circ)\hat{e}_y = 4\hat{e}_x + 3\hat{e}_y \text{ m/s}$$



$$+\uparrow \circ m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$0.8(-2.4) + 0.5(3) = 0.8v_1 + 0.5v_2$$

$$8v_1 + 5v_2 = -4.2 \quad \text{--- (1)}$$

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} \rightarrow 0.7 = \frac{v_2 - v_1}{(-2.4) - 3}$$

$$v_2 - v_1 = -3.78 \quad \text{--- (2)}$$

$$8 \times \text{--- (2)} + \text{--- (1)}; \quad 13v_2 = 8(-3.78) + (-4.2) \rightarrow v_2 = -2.65 \text{ m/s}$$

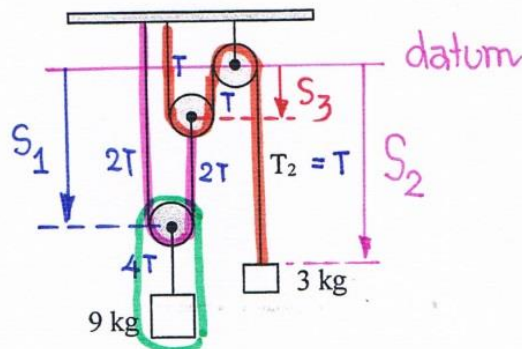
$$v_1 = 1.13 \text{ m/s}$$

∴

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_A = 1.8\hat{e}_x + 1.13\hat{e}_y \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_B = 4\hat{e}_x - 2.65\hat{e}_y \text{ m/s}$$

ข้อ 5 จากรูปเมื่อปล่อยให้มวลเคลื่อนที่ จงหาความตึงของเชือก T_2 และความเร่งของมวล 9 kg
(10 คะแนน)



$$L_1 = S_2 + 2S_3 \rightarrow 0 = v_2 + 2v_3 \rightarrow 0 = a_2 + 2a_3 \quad \text{--- (1)}$$

$$L_2 = S_1 + (S_1 - S_3) \rightarrow 0 = 2v_1 - v_3 \rightarrow 0 = 2a_1 - a_3 \quad \text{--- (2)}$$

$$2 \times (2) + (1); \quad 0 = 4a_1 + a_2$$

$\uparrow T_1 = 4T$
 $\downarrow a$
 9 kg
 $\downarrow 9g = 88.29 \text{ N}$
 $\Sigma F = ma$

$$88.29 - 4T = 9a \quad \text{--- (1)}$$

$\uparrow T_2 = T$ ให้ $T_2 = T$
 $\downarrow -4a$ $T_1 = 4T$
 3 kg
 $\downarrow 3g = 29.43 \text{ N}$ ให้ $a_1 = a$
 $\downarrow -4a$ $a_2 = -4a$
 $\Sigma F = ma$

$$29.43 - T = 3(-4a)$$

$$29.43 - T = -12a \quad \text{--- (2)}$$

แทน (2) ใน (1); $88.29 - 4(29.43 + 12a) = 9a$

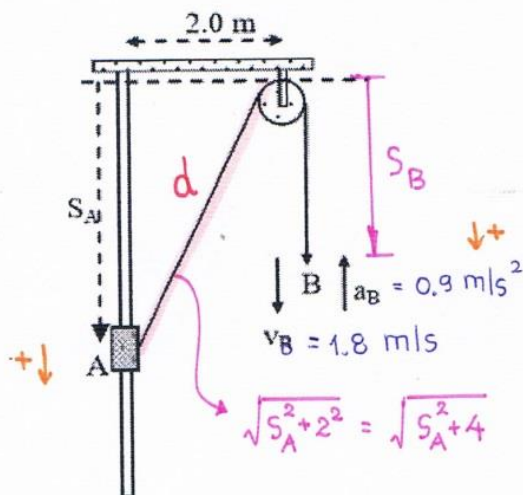
$$a = -0.516 \text{ m/s}^2$$

$$T = 23.24 \text{ N}$$

$$\therefore T_2 = T = 23.24 \text{ N} \quad \#$$

$$a_{9 \text{ kg}} = 0.516 \text{ m/s}^2 \quad \uparrow \quad \#$$

- ข้อ 6 จากรูป วัตถุ A มวล 1.5 kg สวมอยู่กับเสาหลักในแนวตั้ง ผูกกับเชือกยาว 2.0 m ผ่านรอกไม่มีมวล วัตถุ B ลงด้วยความเร็ว 1.8 m/s และมีความหน่วง 0.9 m/s² จงหาความเร็วและความเร่งของวัตถุ A ณ ตำแหน่ง $s_A = 1.5\text{ m}$ (10 คะแนน)



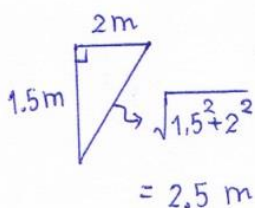
$$\sqrt{s_A^2 + 4} + s_B = L$$

$$s_A^2 + 4 = (L - s_B)^2 \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{d}{dt} \text{ ① ; } 2s_A v_A + 0 = 2(L - s_B)(-v_B) \quad \text{--- ②}$$

$$(L - s_B) = d$$

$$\frac{d}{dt} \text{ ② ; } 2[s_A a_A + v_A v_A] = -2[(L - s_B) a_B + v_B (-v_B)] \quad \text{--- ③}$$



$$\text{จาก ② ; } 2(1.5) v_A = 2(2.5)(-1.8)$$

$$v_A = -3 \text{ m/s} \quad \leadsto \quad v_A = 3 \text{ m/s} \uparrow$$

$$\text{จาก ③ ; } 2[1.5 a_A + 3^2] = -2[2.5(-0.9) - 1.8^2]$$

$$a_A = -2.34 \text{ m/s}^2 \quad \leadsto \quad a_A = 2.34 \text{ m/s}^2 \uparrow$$



ข้อ 7 เวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดวัตถุหนึ่งเป็น $\vec{r}(t) = 2\sin(2t)\hat{e}_x + 2\cos(2t)\hat{e}_y - 1.25t^2\hat{e}_z$ m. เมตร เมื่อเวลา t เป็นวินาที มุมในหน่วยเรเดียน จงหาค่าของ $\vec{v}$, $\vec{a}$, a_T , a_N , R , $\hat{e}_T$ และ $\hat{e}_N$ เมื่อเวลา $t = 1.2$ วินาที พร้อมกับหา $\langle \vec{a}(1-3s) \rangle$ (20 คะแนน)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 4\cos(2t)\hat{e}_x - 4\sin(2t)\hat{e}_y - 2.5t\hat{e}_z \text{ m/s}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -8\sin(2t)\hat{e}_x - 8\cos(2t)\hat{e}_y - 2.5\hat{e}_z \text{ m/s}^2$$

$$1) \vec{v}(1.2s) = 4\cos 2.4\hat{e}_x - 4\sin 2.4\hat{e}_y - 3\hat{e}_z = -2.95\hat{e}_x - 2.70\hat{e}_y - 3\hat{e}_z \text{ m/s} \#$$

$$2) v(1.2s) = |\vec{v}(1.2s)| = \sqrt{2.95^2 + 2.7^2 + 3^2} = 5 \text{ m/s} \#$$

$$3) \vec{a}(1.2s) = -8\sin 2.4\hat{e}_x - 8\cos 2.4\hat{e}_y - 2.5\hat{e}_z = -5.40\hat{e}_x + 5.90\hat{e}_y - 2.5\hat{e}_z \text{ m/s}^2 \#$$

$$4) \langle \vec{a}(1-3s) \rangle = \frac{\vec{v}(3) - \vec{v}(1)}{3-1}$$

$$= \left\{ [4\cos 6\hat{e}_x - 4\sin 6\hat{e}_y - 7.5\hat{e}_z] - [4\cos 2\hat{e}_x - 4\sin 2\hat{e}_y - 2.5\hat{e}_z] \right\} \times \frac{1}{2}$$

$$= 2.75\hat{e}_x + 2.38\hat{e}_y - 2.5\hat{e}_z \text{ m/s}^2 \#$$

$$5) v_T = \sqrt{[4\cos(2t)]^2 + [4\sin(2t)]^2 + (2.5t)^2} = \sqrt{4^2 + (2.5t)^2} = \sqrt{16 + 6.25t^2}$$

$$a_T = \frac{dv_T}{dt} = \frac{12.5t}{2\sqrt{6.25t^2 + 16}} \rightarrow a_T(1.2s) = \frac{12.5(1.2)}{2\sqrt{6.25(1.2)^2 + 16}} = 1.5 \text{ m/s}^2 \#$$

$$6) a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} \rightarrow a(1.2s) = \sqrt{5.4^2 + 5.9^2 + 2.5^2} = 8.38 \text{ m/s}^2$$

$$a_N(1.2s) = \sqrt{a^2 - a_T^2} = \sqrt{8.38^2 - 1.5^2} = 8.24 \text{ m/s}^2 \#$$

$$7) a_N = \frac{v^2}{R} \rightarrow R(1.2s) = \frac{v^2}{a_N} = \frac{5^2}{8.24} = 3.03 \text{ m} \#$$

$$8) \vec{v}_T = v_T \hat{e}_T \rightarrow \hat{e}_T(1.2s) = \frac{\vec{v}_T}{v_T} = \frac{-2.95\hat{e}_x - 2.70\hat{e}_y - 3\hat{e}_z}{5} = -0.59\hat{e}_x - 0.54\hat{e}_y - 0.6\hat{e}_z \#$$

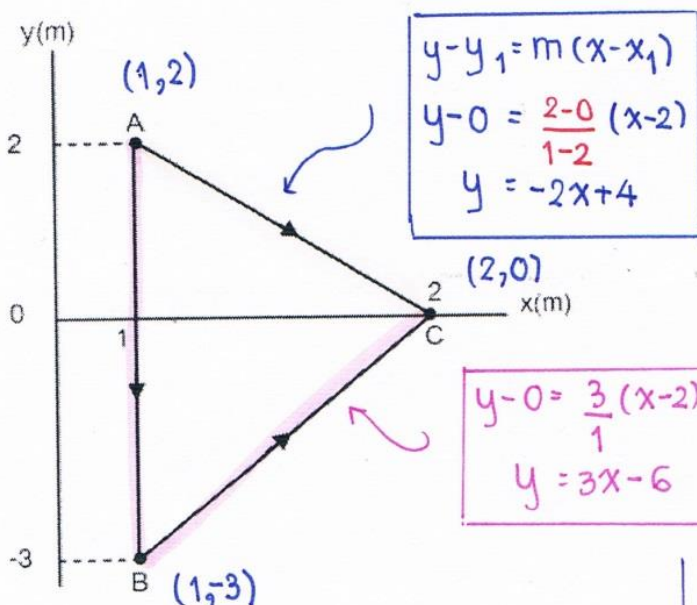
$$9) \vec{a} = a_T \hat{e}_T + a_N \hat{e}_N \rightarrow \hat{e}_N(1.2s) = \frac{\vec{a} - a_T \hat{e}_T}{a_N}$$

$$= \left\{ [-5.40\hat{e}_x + 5.90\hat{e}_y - 2.5\hat{e}_z] - 1.5[-0.59\hat{e}_x - 0.54\hat{e}_y - 0.6\hat{e}_z] \right\} \times \frac{1}{8.24}$$

$$= -0.55\hat{e}_x + 0.81\hat{e}_y - 0.19\hat{e}_z \#$$

ข้อ 8 . จงหางานของแรง $\vec{F} = 2xy\hat{e}_x + (x^2 - 2y)\hat{e}_y$ N ที่กระทำกับมวล 1.2 kg ทำให้มวลเปลี่ยนตำแหน่งจากจุด A(1,2) m ไปยังจุด C(2,0) m ตามเส้นทาง ก. ABC ข. AC ค. แรง $\vec{F}$ อนุรักษ์หรือไม่เพราะเหตุใด

(10 คะแนน)



$$dy = -2dx$$

$$\begin{aligned} \text{ข) } W_{\vec{F}} &= \int_{AC} \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{AC} 2xy dx + (x^2 - 2y) dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \int_{AC} 2xy dx + \int_{AC} (x^2 - 2y) dy \\ &= \int_1^2 2x(-2x+4) dx + \int_{AC} [x^2 - 2(-2x+4)] dy \\ &= \int_1^2 (-4x^2 + 8x - 2x^2 + 8x + 16) dx \\ &= \int_1^2 (-6x^2 + 16x + 16) dx = \left(-\frac{6x^3}{3} + 16x + 16x \right) \Big|_1^2 \\ &= (-2 \cdot 8 + 32) - (-2 + 16) \\ &= 2 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ก) } W_{\vec{F}} &= \int_{ABC} \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{ABC} [2xy\hat{e}_x + (x^2 - 2y)\hat{e}_y] \cdot [dx\hat{e}_x + dy\hat{e}_y] \\ &= \int_{ABC} 2xy dx + (x^2 - 2y) dy \end{aligned}$$

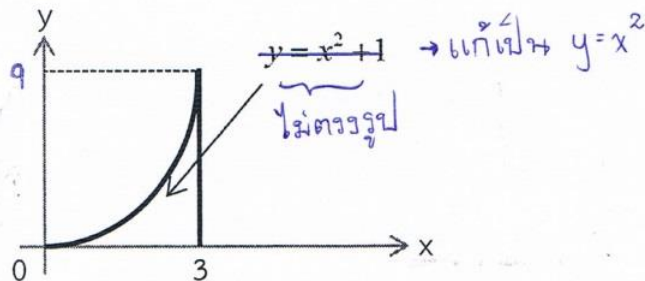
$$= \int_{ABC} 2xy dx + \int_{ABC} (x^2 - 2y) dy$$

$$= \int_{AB} 2xy dx + \int_{BC} 2xy dx + \int_{AB} (x^2 - 2y) dy + \int_{BC} (x^2 - 2y) dy$$

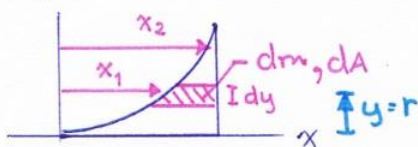
$$\begin{aligned} &= \int_1^2 2x(3x-6) dx + \int_2^{-3} (1-2y) dy + \int_{-3}^0 \left[\left(\frac{y+6}{3} \right)^2 - 2y \right] dy \\ &= \int_1^2 (6x^2 - 12x) dx + \int_2^{-3} (1-2y) dy + \int_{-3}^0 \left(\frac{y^2}{9} + \frac{4y}{3} + 4 - 2y \right) dy \\ &= \left(\frac{6x^3}{3} - 6x^2 \right) \Big|_1^2 + (y - y^2) \Big|_2^{-3} + \left(\frac{y^3}{27} + \frac{2y^2}{3} + 4y - y^2 \right) \Big|_{-3}^0 \\ &= (16 - 24) - (2 - 6) + (-3 - 9) - (2 - 4) + 0 - (-1 + 6 - 12 - 9) \\ &= 2 \text{ J} \end{aligned}$$

ค) $\vec{F}$ เป็นแรงอนุรักษ์
เพราะ $W_{ABC} = W_{AC}$ #

ข้อ 9 จากรูปจงหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x, y และ z ของแผ่นรูปดังกล่าว ถ้าแผ่นนี้มีความหนาแน่น 10 kg/m^2



(1) หา I_x

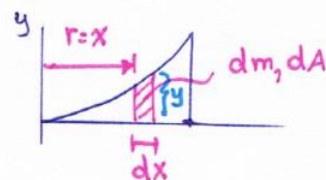


$$\begin{aligned} \text{step1 } dm &= \sigma dA \\ &= \sigma (x_2 - x_1) dy \\ &= \sigma [3 - \sqrt{y}] dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{step2 } I_x &= \int r^2 dm \\ &= \int y^2 \sigma [3 - \sqrt{y}] dy \\ &= \sigma \int_0^9 [3y^2 - y^{\frac{5}{2}}] dy \\ &= \sigma \left[\frac{3y^3}{3} - \frac{2}{7} y^{\frac{7}{2}} \right]_0^9 \\ &= \sigma \left[(9^3 - \frac{2}{7} \cdot 9^{\frac{7}{2}}) - 0 \right] \\ &= 10 \left[729 - \frac{2}{7} \cdot 3^7 \right] \end{aligned}$$

$$I_x = 1041.43 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \#$$

(2) หา I_y



$$\begin{aligned} \text{step1 } dm &= \sigma dA \\ &= \sigma y dx \\ &= \sigma x^2 dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{step2 } I_y &= \int r^2 dm \\ &= \int x^2 \sigma x^2 dx \\ &= \sigma \int_0^3 x^4 dx \\ &= \sigma \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^3 \\ &= 10 \times \frac{3^5}{5} \end{aligned}$$

$$I_y = 486 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \#$$

(3) $I_z = I_x + I_y$

$$I_z = 1041.43 + 486 = 1527.43 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

ข้อ 10 จากรูป $m_1 = 4 \text{ kg}$, $m_2 = 10 \text{ kg}$ รอกมวล $M = 5 \text{ kg}$ ที่มีรัศมี $R = 0.4 \text{ m}$

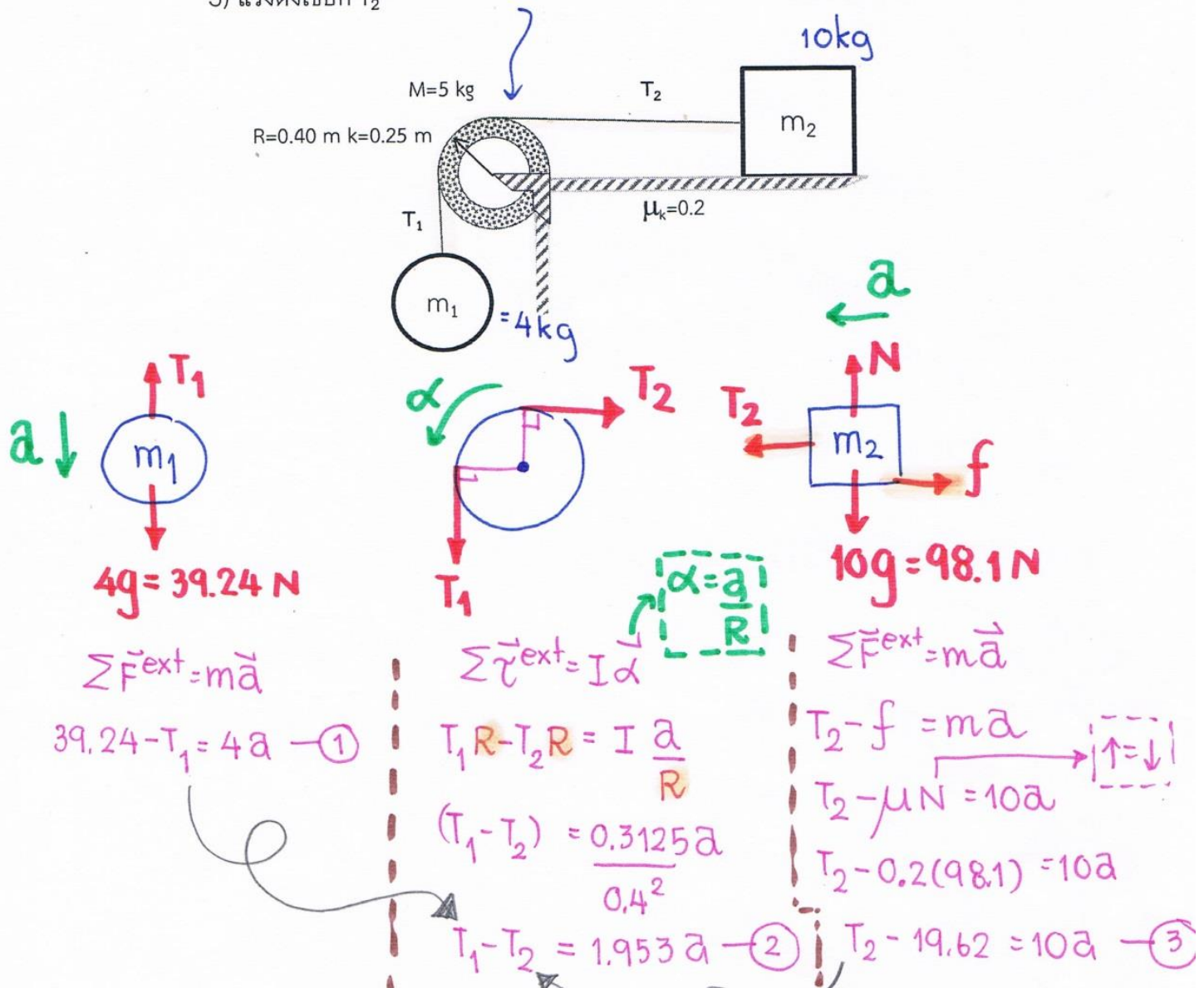
รัศมีใจเรชั่น = $k = 0.25 \text{ m}$ พื้นมี สปส. ความเสียดทาน = 0.2

จงหา 1) ความเร่งเชิงมุมของรอก α

2) ความเร่งของ m_1 a

3) แรงตึงเชือก T_2

$$I = mk^2 = 5(0.25)^2 = 0.3125 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



แทน ①, ③ ใน ②; $(39.24 - 4a) - (19.62 + 10a) = 1.953a$

$$a = 1.23 \text{ m/s}^2$$

1) $\alpha = a/R = \frac{1.23}{0.4} = 3.08 \text{ rad/s}^2 \#$

2) $a_{m_1} = 1.23 \text{ m/s}^2 \#$

3) $T_2 = 10a + 19.62 = 31.92 \text{ N} \#$