ชื่อ-สกุล_____รหัสนักศึกษา_____อาจารย์ผู้สอน_____

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2558

วันพฤหัสที่ 3 มีนาคม 2559 เวลา 13.30-16:30 น.

วิชา 215-221 Engineering Mechanics II : (01) S201, (02) A401, (03) ROBOT *รหัส 216 สอบห้อง ROBOT*

คำสั่ง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 3 ตอน 11 หน้า บังคับทำทุกตอน ยกเว้น ข้อโบนัส จะทำหรือไม่ทำก็ได้
2. จงเขียน เลขที่ นั่งสอบ ช่องบนขวามือ เลขที่ดูได้จาก เลขที่ในใบเซ็นชื่อ
3. ให้เขียนชื่อ-สกุล, รหัสนักศึกษา, และ ชื่ออาจารย์ผู้สอน ลงในข้อสอบทุกหน้า
4. ไม่อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ
5. ห้ามยืมอุปกรณ์ใดๆในห้องสอบ
6. บังคับ ใช้ค่า g = 10 m/s² ทุกข้อ เพื่อให้ง่ายในการคำนวณ

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือปรับตกในรายวิชาที่ทุจริตและพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา

ตอนที่	ผู้ออกข้อสอบ	TOPIC		คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	อ.จีระภา	Kinematics of a Particle		40	
2	อ.สมชาย	Kinetics	Kinematics : BONUS	10	
			F=ma, Work & Energy	30	
3	อ.ชลิตา	Kinetics	Work&Energy, Momentum	35	
รวม คิดส่วนแค่ 100				100 (50%)	

อ. สมชาย แซ่อึ้ง (01 : 2MaE, 2MnE และ รหัส ตกค้าง 216)

อ. จีระภา สุขแก้ว (02 : วศ. ตกค้าง)

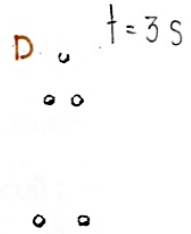
อ.ชลิตา หิรัญสุข (03 : 2MtE)

(ผู้ออกข้อสอบ)

ชื่อ-สกุล_____รหัสนักศึกษา_____อาจารย์ผู้สอน_____

ตอนที่ 1 Kinematics of a Particle ออกและตรวจโดย อาจารย์ จีระภา สุขแก้ว

1) [8 คะแนน] ชายหนุ่ม ขว้างลูกบอลดิ่งขึ้นฟ้า ด้วยอัตราเร็วเริ่มต้นค่าหนึ่ง v_A ลูกบอลขึ้นถึงจุดสูงสุดใช้เวลา 3 วินาที (A->D) ดังรูป ด้านข้าง แสดงการเคลื่อนที่ ที่แต่ละวินาที จาก A -->H จง แสดงวิธีการหาคำตอบ ต่อไปนี้



+↑ A→D : $v = v_0 + at$; $v_A = 30$ m/s #

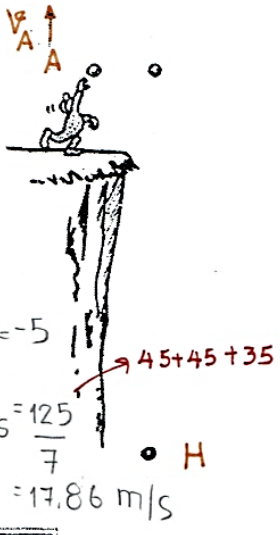
$0 = v_A - 10(3)$

- *อัตราเร็วของลูกบอลขณะออกจากมือ* => $v_A = 30 \frac{m}{s}$

+↑ A→D : $v^2 = v_0^2 + 2as$; $s_D = \frac{900}{20} = 45$ m #

$0 = 30^2 - 2(10)s_D$

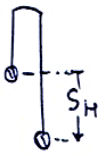
- *ระยะสูงสุดที่ลูกบอลขึ้นไปได้* => $s_D = 45$ m



- *ความเร็วเฉลี่ย และ อัตราเร็วเฉลี่ย ภายใน 7 วินาที แรก*

+↑ A→H : $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$; ติดลบ ; $v_{av} = \frac{-35}{7} = -5$

$s_H = 30(7) + \frac{1}{2}(-10)(7)^2 = -35$ m

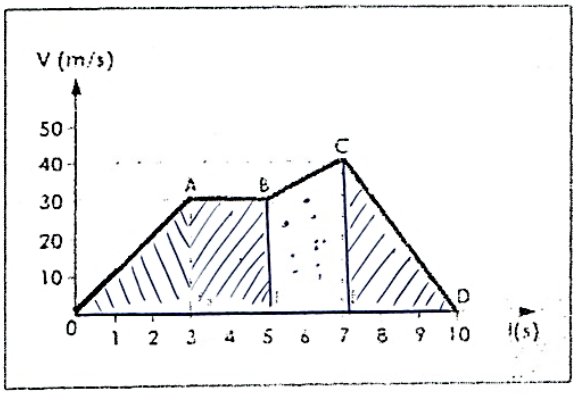


=> average velocity$_{A\to H}$ = -5 m/s

$v_{av,s} = \frac{125}{7} = 17.86$ m/s

=> average speed$_{A\to H}$ = 17.86 m/s

2) [4 คะแนน] ในขณะที่ สมชาย กำลังทดสอบเร่งเครื่องรถฟอร์มูลา ใน เส้นทางตรง ได้กราฟ ความสัมพันธ์ระหว่าง ความเร็วต่อเวลาเป็นดังรูป จงหา **ระยะทาง ที่สมชายขับได้ ในช่วง 5 วินาที แรก** และ **ระยะทางในช่วง 5 วินาทีสุดท้าย** **คำตอบที่ปราศจาก การแสดงการหาคำตอบ จะไม่ได้รับคะแนนใดๆ**



$s_{0-5s} = \frac{1}{2}(3)30 + 2(30) = 105$ m

$s_{5-10s} = \frac{1}{2}(30+40)2 + \frac{1}{2}(3)40$

$= 70 + 60 = 130$ m

distance$_{0-5}$ = 105 m

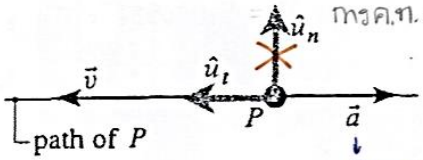
distance$_{5-10}$ = 130 m

ชื่อ-สกุล_____รหัสนักศึกษา_____อาจารย์ผู้สอน_____

3) [8 คะแนน] อนุภาค P เลื่อนที่บนระนาบ แสดงทิศทางการเลื่อนที่ด้วย เวคเตอร์ ความเร็ว ($\vec{v}$) ดังรูป (1) (2)
จงพิจารณาว่า ลูกศรแสดง ทิศทางของ เวคเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{u}_n$, $\hat{u}_t$, $\hat{u}_r$, $\hat{u}_\theta$ และ ทิศทาง ความเร่ง ($\vec{a}$)
ที่แสดง ในแต่ละรูป ถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้อง ให้ขีดกากบาทฆ่า และ เขียนคำอธิบายสั้นๆ

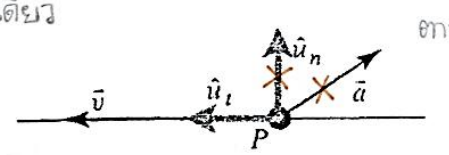
เส้นทางตรง

แนวตรง มีเฉพาะ กรค.ท. แกนเดียว



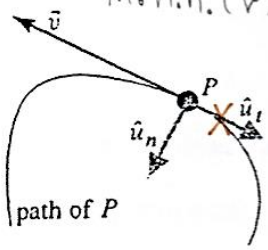
ความหน่วง

แนวตรง มีเฉพาะ กรค.ท. แกนเดียว จึงไม่มี ค่า parameter ตามแนว ⊥

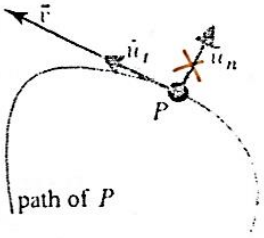


เส้นทางโค้ง

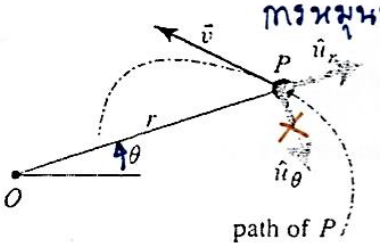
$\hat{u}_t$ มีทิศเดียวกับ กร ค.ท. ($\vec{v}$)

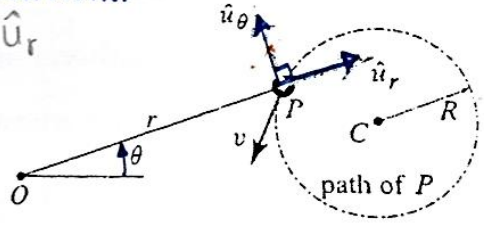


$\hat{u}_n$ มีทิศพุ่งเข้าสู่ ศ.ก. ความโค้ง เสมอ



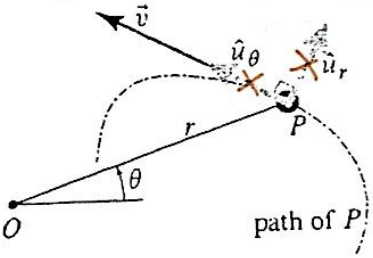
$\hat{u}_\theta$ มีทิศ ตามแนว ทรงมุมของแกน และ $\perp \hat{u}_r$



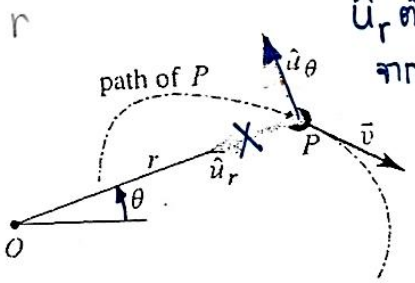


$\hat{u}_r$ มีทิศพุ่งออก ตามแนว r

$\hat{u}_\theta$ ต้อง $\perp$ กับ $\hat{u}_r$ และ $\perp$ กับแนว r

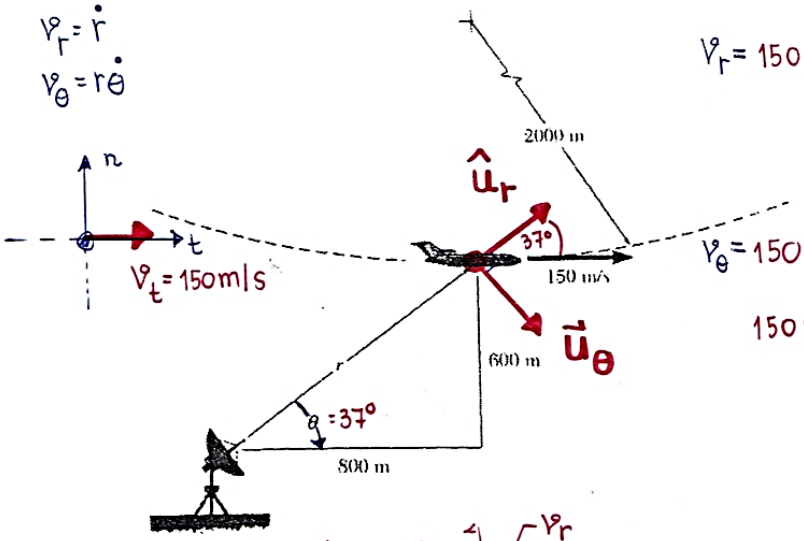


$\hat{u}_r$ ต้อง มีทิศพุ่งออก จาก O ตามแนว r



ชื่อ-สกุล_____รหัสนักศึกษา_____อาจารย์ผู้สอน_____

4) [6 คะแนน] เครื่องบินโดยสาร บินในเส้นทางโค้งที่มีรัศมีความโค้งอยู่ที่ 2 km ณ ตำแหน่งนี้ เครื่องบินมีอัตราเร็วอยู่ในแนวระดับที่ 150 m/s จงแสดงทิศทาง $\hat{u}_r$ และ $\hat{u}_\theta$ ลงบนรูป และ จงหาว่าเรดาร์ด้านล่างซึ่งกำลังติดตาม (track) เครื่องบินอยู่ อ่านค่า *อัตราเร็วแนวรัศมี ($\dot{r}$)* และ *อัตราการหมุน ($\dot{\theta}$)* ได้เท่าไรพร้อมแสดงทิศทาง *แสดงวิธีการหา ให้เห็นได้ชัดเจนลงบนรูป จึงจะได้คะแนน*



$v_r = \dot{r}$

$v_\theta = r\dot{\theta}$

$v_r = 150\cos 37^\circ = \dot{r}$

$\dot{r} = 120$ m/s #

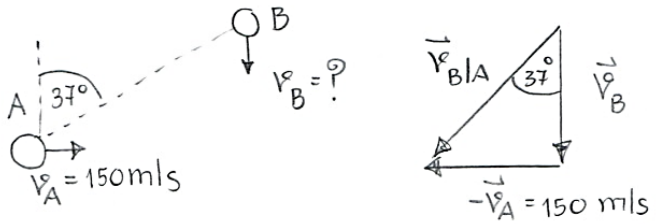
$v_\theta = 150\sin 37^\circ = r\dot{\theta}$

$150\sin 37^\circ = 1000\,\dot{\theta}$

$\dot{\theta} = 0.09$ rad/s #

แตก v_t เป็น $\begin{cases} v_r \\ v_\theta \end{cases}$

5) [6 คะแนน] จากข้อ 4 หากในขณะนั้นมี จรวดลำหนึ่ง กำลังดิ่งตรงลงสู่ผิวโลก และ ตัวนักบินซึ่งอยู่ในเครื่องบิน มองเห็นจรวดพุ่งเข้าหาตัวเขาในทิศทาง ทำมุม 37 องศากับแนวดิ่ง จงหา ความเร็วของจรวด เมื่อเทียบกับผิวโลก และ จงหาว่า นักบินเห็นจรวดพุ่งเข้าหาเขาด้วยอัตราเร็วเท่าไร จงแสดงการหาคำตอบด้วย การวาด สามเหลี่ยมเวคเตอร์ แสดง ขนาดและทิศทาง



$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B + (-\vec{v}_A)$

$\tan 37^\circ = \dfrac{150}{v_B} \rightsquigarrow v_B = 200$ m/s

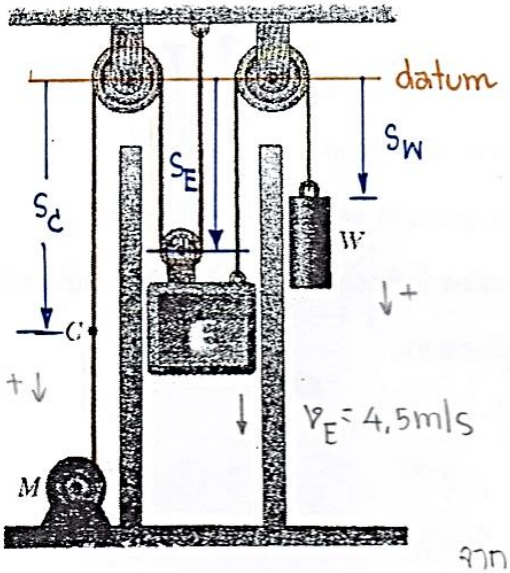
$\sin 37^\circ = \dfrac{150}{v_{B/A}} \rightsquigarrow v_{B/A} = 250$ m/s

∴ $\vec{v}_B = -200\,\vec{j}$ m/s

$v_{B/A} = 250$ m/s 53° ↙ #

ชื่อ-สกุล_____รหัสนักศึกษา_____อาจารย์ผู้สอน_____

6) [8 คะแนน] ลิฟท์โดยสาร E ณ ขณะดังรูป กำลังเคลื่อนที่ลงด้วยอัตราเร็วคงที่ 4.5 m/s จง ใช้หลักการของความยาวเชือก เพื่อหา ความเร็วเส้นเชือก ที่จุด C และ หา ความเร็วของ น้ำหนักถ่วง W



$L_1 = S_C + 2S_E$ —①

$L_2 = S_E + S_W$ —②

$\frac{d①}{dt}$; $v_C + 2v_E = 0$ —③

$\frac{d②}{dt}$; $v_E + v_W = 0$ —④

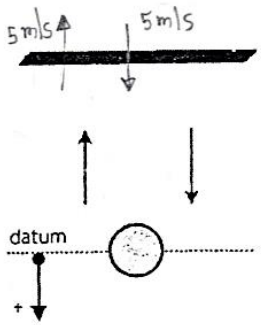
จาก ③ ; $v_C + 2(4.5) = 0 \rightsquigarrow v_C = -9 \frac{m}{s}$

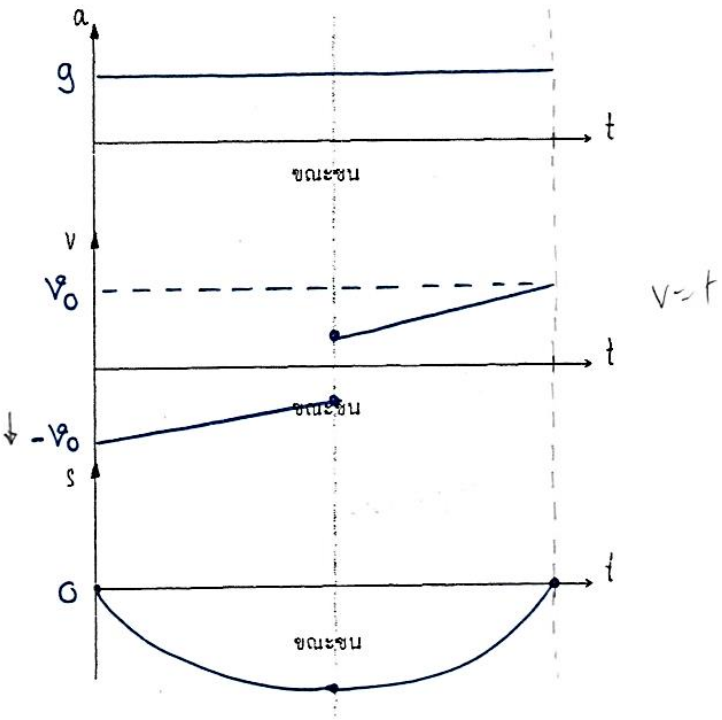
$v_C = 9$ m/s ↑ #

จาก ④ ; $4.5 + v_W = 0 \rightsquigarrow v_W = -4.5$

$v_W = 4.5$ m/s ↑ #

7) [Bonus 10 คะแนน ตรวจโดย อาจารย์สมชาย] เด็กคนหนึ่งโยนบอลขึ้นไปในแนวดิ่ง ชนเพดาน กระดอนตกลงมาในแนวดิ่งเดิม จงเขียนกราฟ ความเร่ง ความเร็ว และ ระยะทาง กับเวลา ตั้งแต่ลูกบอลหลุดมือและกลับมาที่เดิมอีกครั้ง กำหนด datum และทิศลงเป็นบวก ดังรูป สมมุติการชนใช้เวลาน้อยมากเกือบเป็นศูนย์ และ คิดว่าไม่มีการสูญเสียพลังงาน





ตกอิสระ: $a = g$ คงที่ ทิศ ↓

ขณะชน $\vec{v}$ เปลี่ยนทิศ

↓+ $s = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$

$s = -v_0 t + 5t^2$ ขาขึ้น

+↓ $s = vt + 5t^2$ ขาลง

ตอนที่ 2 Kinetics of a Particle ✍ ออกและตรวจโดย อาจารย์ สมชาย แซ่อึ้ง

1) [15 คะแนน] วัตถุมวล 1 kg ถูกดันด้วยแรง F คงที่ขนาด 4 นิวตัน ตลอดเวลา ให้เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งไปตามพื้นราบ ดังรูป โดย ช่วงแรกของการเคลื่อนที่พื้นลื่นไร้แรงเสียดทาน ในช่วงหลังพื้นมีความฝืด โดยระยะทางในช่วงแรก และ ช่วงหลังมีค่าเท่ากัน พบว่าวัตถุหยุดพอดีที่จุดสุดท้ายของการเคลื่อนที่

a) จงเขียน FBD ของวัตถุขณะที่เคลื่อนที่อยู่ใน ครึ่งแรก และ ครึ่งหลัง ของการเคลื่อนที่

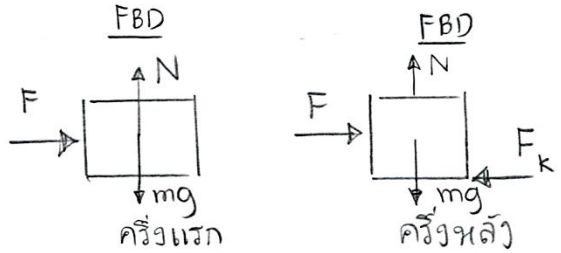
b) เขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความเร็ว และ เวลา ของการเคลื่อนที่

c) อัตราส่วนของขนาดของ แรงลัพธ์ที่กระทำต่อกล่อง ที่บริเวณครึ่งแรก ต่อครึ่งหลัง ของการเคลื่อนที่

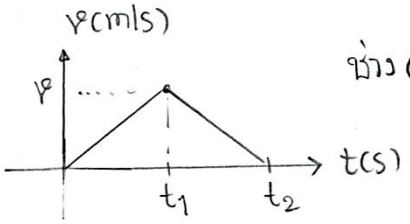
d) จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างผิววัตถุกับกระดาน

[ใช้วิธี กฎข้อที่สองของนิวตัน]

a)



b)



ช่วง ① : $v=v_0+at$

$v=4t$

$\Sigma F = ma$

$4 = 1(a)$

$a = 4\ m/s^2$

$v^2=v_0^2+2as$

$v^2=0+8s$ —①

ช่วง ② : $v^2=v_0^2+2as$

$0=8s+2as$

$a=-4\ m/s^2$

c) $\frac{\Sigma F_{①}}{\Sigma F_{②}} = \frac{ma}{ma} = 1$ #

d) $x: \Sigma F_x = ma_x$

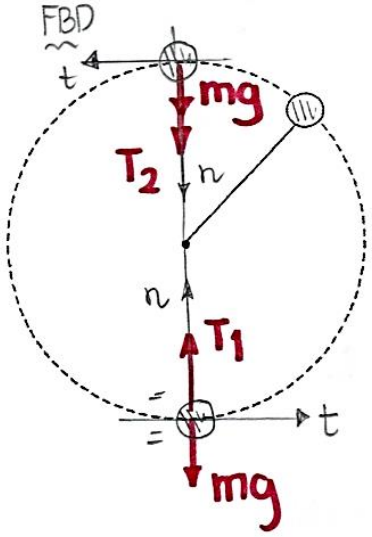
$F-\mu N = ma_x$

$4-\mu(10) = 1(-4)$

$\mu = 0.8$ #

2) [15 คะแนน] ผูกเชือกเบาไว้กับก้อนหินมวล m แล้วแกว่งให้เป็นวงกลมในระนาบดิ่งดังรูป จงหาว่าในการแกว่งเป็นวงกลมนี้ แรงดึงเชือกที่มีขนาดสูงสุด มีค่ามากกว่า ขนาดของ แรงดึงเชือกที่น้อยที่สุด อยู่เท่าไร [ตอบในรูปของ mg]

[ใช้ร่วมกัน ทั้งวิธี กฎข้อที่สองของนิวตัน และ วิธี งานและพลังงาน]



$T_1 \sim T_{max}$

$T_2 \sim T_{min}$

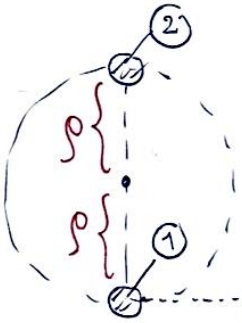
ต.ห.① : $\Sigma F_n = ma_n$

$$T_1 - mg = m\frac{v_1^2}{\rho} \quad -①$$

ต.ห.② : $\Sigma F_n = ma_n$

$$T_2 + mg = m\frac{v_2^2}{\rho} \quad -②$$

①-②; $$(T_1 - T_2) - 2mg = \frac{m}{\rho}(v_1^2 - v_2^2) \quad -*$$



$T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to2} = T_2 + V_2$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg(2\rho)$$

$$mv_1^2 - mv_2^2 = 4mg\rho \quad -③$$

จาก * ; $$(T_1 - T_2) - 2mg = \frac{m}{\rho}(4g\rho)$$

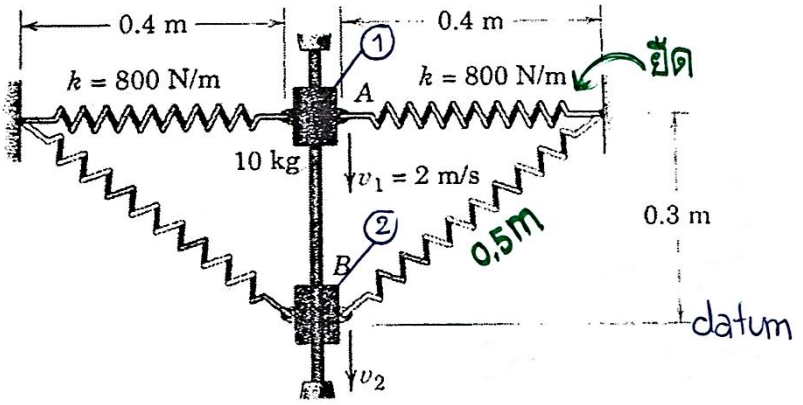
$$T_{max} - T_{min} = 6mg \quad \#$$

ชื่อ-สกุล_____รหัสนักศึกษา_____อาจารย์ผู้สอน_____

ตอนที่ 3 Kinetics of a Particle ✍ ออกและตรวจโดย อาจารย์ ชลิตา หิรัญสข

1) [15 คะแนน] ปลอกมวล 10 kg ผูกยึดติดกับสปริงทั้งสองข้าง เคลื่อนที่ลงบนแท่ง rod ผิวลื่น ดังรูป ปลอกมีอัตราเร็ว 2 m/s ในขณะที่ผ่านตำแหน่ง A จงหา อัตราเร็วของปลอกเมื่อปลอกเลื่อนมาถึงตำแหน่ง B กำหนดให้ ค่าคงที่ของสปริง ทั้งสองคือ k=800 N/m และ ความยาวสมดุลของสปริงอยู่ที่ 0.3 m

[ใช้วิธี งานและพลังงาน คำนวน ค่า แต่ละเทอมให้เห็น, โดยคำตอบติดอยู่ในรูป square root ของ ตัวเลข ได้]



$$T_1 + V_1 + \cancel{\Sigma U_{1\to 2}}^{0} = T_2 + V_2 \quad \text{—①}$$

$$T_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(10)2^2 = 20 \quad J$$

$$V_1 = mgh + \left(\frac{1}{2}kx^2\right)2 = 10(10)(0.3) + 800(0.1)^2 = 38 \quad J$$

$$T_2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(10)v_2^2 = 5v_2^2 \quad J$$

$$V_2 = \left(\frac{1}{2}kx^2\right)2 = \frac{1}{2}(800)(0.2)^2 2 = 32 \quad J$$

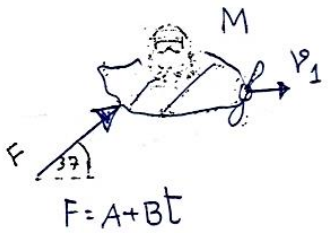
จาก ①; $20 + 38 = 5v_2^2 + 32$

$$v_2 = \sqrt{5.2} \quad m/s \quad \#$$

ชื่อ-สกุล_____รหัสนักศึกษา_____อาจารย์ผู้สอน_____

2) [10 คะแนน] เครื่องบินมวล M kg กำลังบินอยู่ในแนวราบด้วยอัตราเร็ว v_1 m/s ถ้าเครื่องยนต์พ่นเจ็ทเร่งความเร็ว ด้วย แรง F = A + Bt นิวตัน (A และ B เป็นค่าคงที่) กระทำในทิศทาง ทำมุม 37° กับพื้นราบ หาความเร็วลัพท์ ของเครื่องบิน เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที <u>คำตอบอยู่ในรูปของตัวแปรที่กำหนดให้เท่านั้น</u>

[ใช้วิธี principle of linear impulse & momentum]

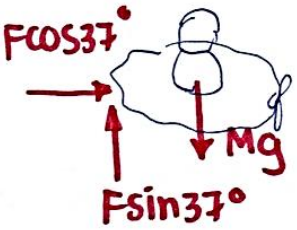


$F = A + Bt$

$$m\vec{v} = m\vec{u} + \int \Sigma \vec{F}\,dt$$

$$m\vec{v}_2 = m\vec{v}_1 + \int \underset{\sim}{\Sigma F}\,dt$$

FBD



$$X: \quad Mv_2 = Mv_1 + \int (F\cos 37^\circ)\,dt$$

$$Mv_2 = Mv_1 + \frac{4}{5}\int_0^t (A+Bt)\,dt$$

$$Mv_2 = Mv_1 + \frac{4}{5}\left(At + B\frac{t^2}{2}\right)$$

$$\therefore \quad v_{2x} = v_1 + \frac{4}{5M}\left(At + B\frac{t^2}{2}\right) \quad -(1)$$

ไม่มี u แกน y

$$y: \quad Mv_2 = 0 + \int (F\sin 37^\circ - Mg)\,dt$$

$$= \int_0^t \left[\frac{3}{5}(A+Bt) - Mg\right] dt \quad \text{(Mg คือค่าคงที่)}$$

$$Mv_2 = \frac{3}{5}\left(At + B\frac{t^2}{2}\right) - Mgt \rightsquigarrow \therefore \quad v_{2y} = \frac{3}{5M}\left(At + B\frac{t^2}{2}\right) - gt \quad -(2)$$

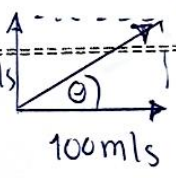
$$\therefore \quad v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} = \sqrt{\left[v_1 + \frac{4}{5M}\left(At + B\frac{t^2}{2}\right)\right]^2 + \left[\frac{3}{5M}\left(At + B\frac{t^2}{2}\right) - gt\right]^2} \quad \#$$

3) [5 คะแนน] จากคำตอบข้างบน แทนค่าตัวแปร A = B = 10M, t = 2 s, และ v_1 = 68 m/s จงหา v_2 =? พร้อมวาดรูปแสดงทิศทางของ v_2

1▶ $$v_{2x} = 68 + \frac{4}{5M}\left(10M\cdot 2 + 10M\cdot\frac{2^2}{2}\right) = 100 \text{ m/s}$$

$$v_{2y} = \frac{3}{5M}\left(10M\cdot 2 + 10M\cdot\frac{2^2}{2}\right) - 10(2) = 4 \text{ m/s}$$

1▶ $v_2 = \sqrt{10016}$ m/s ; $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{25}\right)$



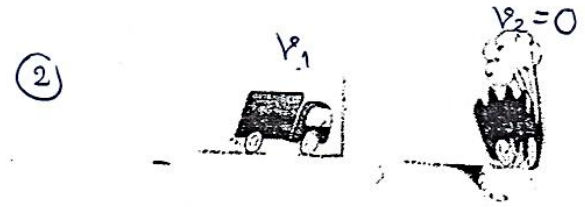
#

4) [Bonus 5 คะแนน] นาย ข ขับรถมวล M kg วิ่งด้วยอัตราเร็ว v m/s เบรคแตก ต้องหยุดรถโดยด่วน ขณะนั้น นาย ข มีทางเลือกแค่สองทาง คือ พุ่งชนกองฟาง กับ พุ่งชนกำแพง ดังรูป จงเปรียบเทียบ อิมพัลส์ ที่เกิดขึ้น ทั้งสองทางเลือก มีค่าเท่ากันหรือไม่ อย่างไร จงอธิบายด้วยหลักการ Impulse & Momentum และ ใช้ อิมพัลส์ อธิบาย ถึงแรงที่กระทำกับรถ ทั้งสองกรณี

(1) $m\vec{v}_2 = m\vec{v}_1 + \int \Sigma F dt$

$\int \Sigma F dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$

Impulse



$\text{Impulse}_{①} = \text{Impulse}_{②}$ เพราะ ค่าของ $m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$ เท่ากัน #

(2) พิจารณา $\Sigma F = \dfrac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t}$

พบว่า $\Delta t_1 > \Delta t_2$ จะได้ $\Sigma F_1 < \Sigma F_2$

เวลาชนกองฟางนาน → เวลาชนกำแพงน้อย #