เลขที่นั่งสอบ

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำปีการศึกษา 1/2558

วันที่ 11 ตุลาคม 2558 เวลา 09.00-12.00 น.

วิชา 215-221 Engineering Mechanics II ห้อง R200, A400, S201, หัวหุ่นยนต์

คำสั่ง

ข้อสอบมีทั้งหมด 4 ข้อ 10 หน้า ทำหมดทุกข้อในข้อสอบ
ห้ามนำเอกสารใด ๆ และ เครื่องคิดเลข เข้าห้องสอบ
อนุญาตใช้ดินสอ และใช้หน้าหลัง ได้
เขียนเลขที่นั่งสอบ (จากใบเซ็นชื่อ) ลงใน□ที่หน้าปก (ถ้าไม่มีหัก 1 คะแนน)

ผู้สอบ ชื่อ-สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ผู้สอน.....

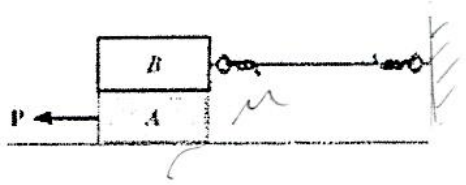
ผู้ออกข้อสอบ และ คะแนน

ข้อ	ผู้สอน	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	อ.ชลิดา หิรัญสุข	20	.....
2	รศ.ไพโรจน์ คีรีรัตน์	20	.....
3	ดร.จีระภา สุขแก้ว	20	.....
4	ดร.สมชาย แซ่อึ้ง	20	.....
	รวม	80	.....

ข้อ 1. (20 คะแนน) แรงและความเร่ง ออกข้อสอบโดย อ.ชลิตา หิรัญสุข

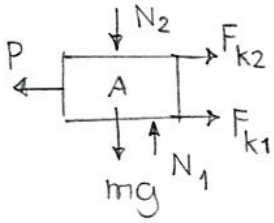
กล่อง A และ B ต่างมีมวล m และมีสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของทุกพื้นผิวเท่ากับ μ ถ้าแรง P ดึงให้กล่อง A เคลื่อนที่ จงหาความเร่งของ A ในแต่ละกรณี (a) และ (b)

ให้เริ่มจากวาด Free Body Diagram (FBD), Kinetic Diagram (KD), และตั้งสมการการเคลื่อนที่ของแต่ละกรณี

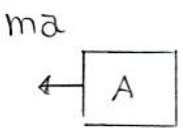


(a)

FBD



kD



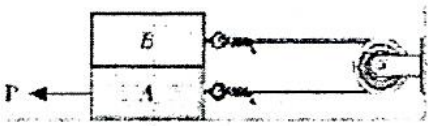
$\Sigma F = ma$ $\rightarrow$ $N_2 = mg$

$P - (\mu N)_1 - (\mu N_2) = ma$

$P - \mu[mg + N_2] - \mu mg = ma$

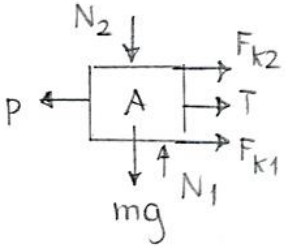
$P - 3\mu mg = ma$

$a = \frac{P}{m} - 3\mu g$ #

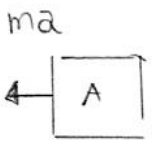


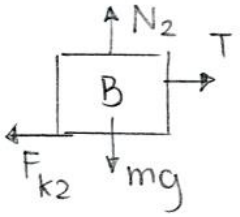
(b)

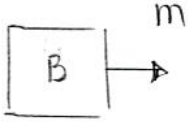
FBD



kD







B: $\Sigma F = ma$

$T - \mu N_2 = ma$

$ma = T - \mu mg$

$T = ma + \mu mg$ ---------- ①

A: $\Sigma F = ma$

$P - T - (\mu N)_1 - (\mu N)_2 = ma$

$P - [ma + \mu mg] - \mu(2mg) - \mu mg = ma$

$P - 4\mu mg = 2ma$

$a = \frac{P}{2m} - 2\mu g$ #

ข้อ 2. (20 คะแนน) แรงและความเร่ง ออกข้อสอบโดย อ.ไพโรจน์ คีรีรัตน์

2.1 จากรูปที่ 1 รถ : มีมวล m = 2000 kg , เคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงที่ 2 m/s² ไปตามถนนเอียง

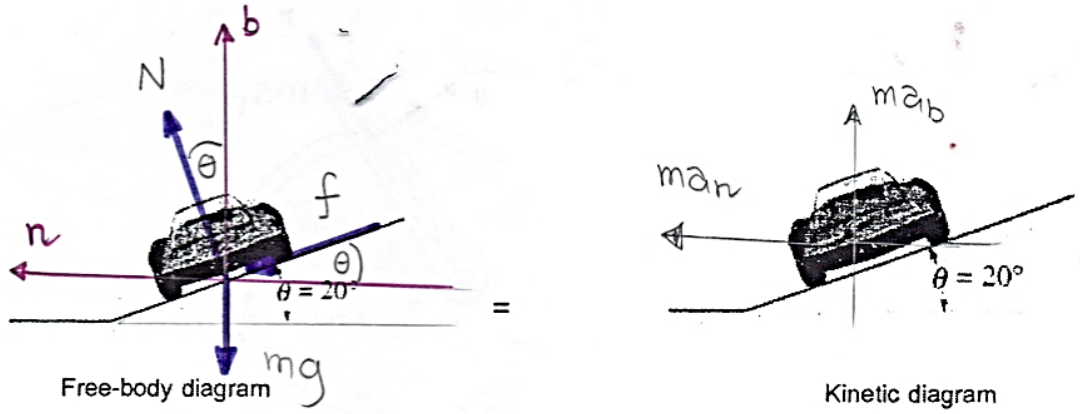
ถนน : เอียงทำมุม θ = 20°, รัศมีความโค้ง ρ = 100 m, สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน $\mu_s = 0.2$

ถ้าโจทย์ให้หาความเร็วน้อยที่สุดของรถ ที่รถสามารถเคลื่อนที่ไปได้โดยไม่ลื่นไถล

จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) จงตั้งแกนสำหรับใช้วิเคราะห์ปัญหานี้ โดยวาดบนรูปที่ 1 (1 คะแนน)

(ข) จงแสดงแรงบน free-body diagram และผลของแรงบน kinetic diagram โดยวาดบนรูปที่ 1 (2 คะแนน)



Free-body diagram Kinetic diagram

รูปที่ 1

แกน t
อยู่ในทิศ ⊗

ma_t อยู่ในทิศ ⊗

(ค) ถ้ากำหนดให้ cos 20° = 0.9, sin 20° = 0.3 และ g = 10 m/s²

จงเขียนสมการของการเคลื่อนที่ $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ในแกนต่างๆ และแทนค่าด้วยตัวเลขหรือค่าที่โจทย์กำหนดให้ โดยไม่ต้องดำเนินการหาคำตอบ (4 คแนน)

n: $\Sigma F_n = ma_n$

$(N\sin 20^\circ + f\cos 20^\circ) = \frac{mv^2}{\rho}$

$N\sin 20^\circ + \mu N\cos 20^\circ = \frac{mv^2}{\rho}$

$0.3N + 0.2N(0.9) = \frac{2000v^2}{100}$

$0.418N = 20v^2$

$v^2 = 0.0209N$ —①

b: $\Sigma F_b = m\overset{0}{a_b}$

$N\cos 20^\circ = f\sin 20^\circ + mg$

$N\cos 20^\circ - \mu N\sin 20^\circ = mg$

$N(0.9) - 0.2N(0.3) = 2000(10)$

$0.84N = 20000$ —②

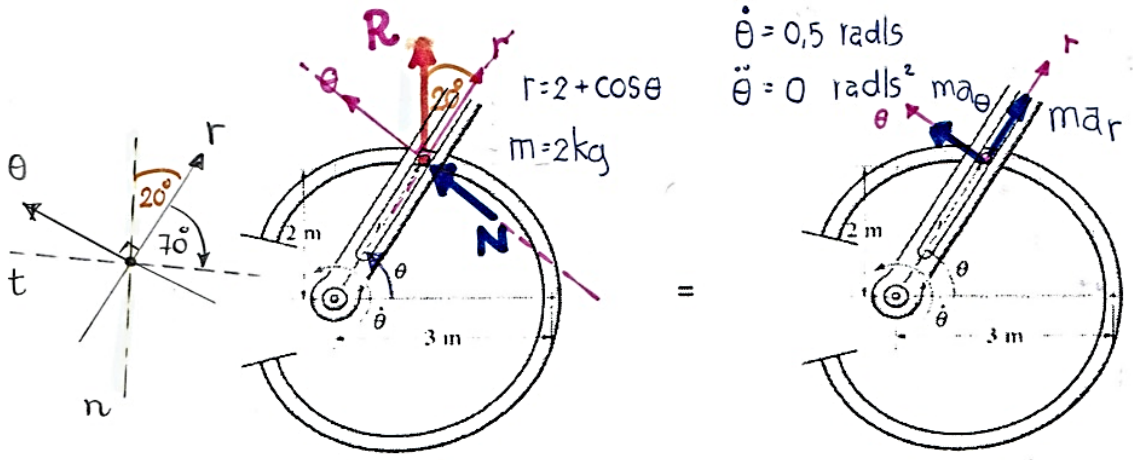
2.2 จากรูปที่ 2 วัตถุกลมผิวเรียบ : มีมวล m = 2 kg, เคลื่อนไปตามรางวงกลมในระนาบระดับ โดยการผลักของแขนที่มีร่อง ถ้าวัตถุมีตำแหน่ง $r = 2 + \cos\theta$ และเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ 0.5 rad/s ในทิศทวนเข็มนาฬิกา สมมติโจทย์ให้หา แรงที่แขนร่องกระทำต่อวัตถุทรงกลมนี้ ที่มุม θ = 60° โดยไม่คิดความเสียดทาน

เมื่อใช้ $\tan\varphi = \frac{r}{dr/d\theta}$ หาค่ามุม พบว่า $\varphi = -70^o$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) จงตั้งแกนบนรูป สำหรับใช้วิเคราะห์ปัญหา ในรูปที่ 2 (1 คะแนน)

(ข) จงแสดงแรงบน free-body diagram และผลของแรง บน kinetic diagram บนรูปที่ 2 (2 คะแนน)



Free-body diagram Kinetic diagram

รูปที่ 2

(ค) ถ้า $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$, $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$, cos 60° = 0.5, sin 60° = 0.8, cos 70°= 0.3 และ sin 70°= 0.9 จงเขียนสมการของการเคลื่อนที่ $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ ในทิศ r และ θ และแทนค่าตัวเลขที่โจทย์กำหนด โดยไม่ต้องดำเนินการหาคำตอบ (4 คแนน)

$r = 2 + \cos\theta$

$\dot{r} = (-\sin\theta)\dot{\theta} = -0.5\sin\theta$

$\ddot{r} = (-0.5\cos\theta)\dot{\theta} = -0.25\cos\theta$

θ

$\dot{\theta} = 0.5$ rad/s

$\ddot{\theta} = 0$ rad/s²

ง.ช.

$r = 2 + 0.5 = 2.5$

$\dot{r} = -0.4$

$\ddot{r} = -0.125$

$\theta = 60^\circ$

r: $\sum F_r = ma_r$

$\sum F_r = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$

$R\cos 20^\circ = 2(-0.125 - 2.5(0.5)^2)$ ← $\sin 70^\circ$

$R(0.9) = -1.5$ #

θ: $\sum F_\theta = ma_\theta$

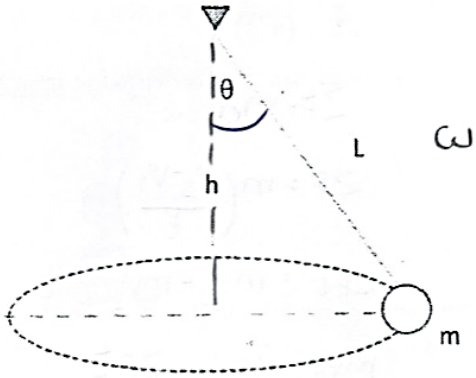
$\sum F_\theta = m[r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}]$

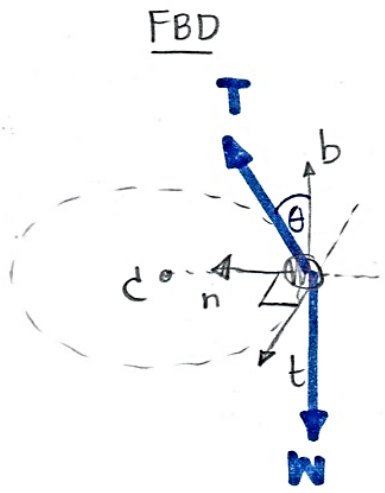
$N + R\sin 20^\circ = 2(2(-0.4)0.5)$ ← $\cos 70^\circ$

$N + R(0.3) = -0.8$ #

2.3 มวล m ติดอยู่กับปลายเชือกซึ่งมีความยาว L ถ้ามวล m เคลื่อนที่แบบวงกลมอยู่ในแนวระดับ (เป็นการเคลื่อนที่รอบแกนดิ่ง) ด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ ω และเชือกทำมุมกับแนวดิ่งเท่ากับ θ (6 คะแนน)

จากรูป จงหาความสูง h และแรงดึง T ของเชือก ในเทอมของ m, L, θ, ω, g





n: $\Sigma F_n = ma_n$

$T\sin\theta = m\frac{v^2}{\rho}$ → $v = \omega\rho$

$T\sin\theta = m\omega^2\rho$

$T\sin\theta = m\omega^2(L\sin\theta)$

$$\boxed{T = m\omega^2 L}$$ #

$$\boxed{h = L\cos\theta}$$ #

b: $\Sigma F_b = m\cancel{a_b}^{0}$

$T\cos\theta = mg$

ข้อ 3. (20 คะแนน) งานและพลังงาน ออกข้อสอบโดย อ.จีระภา สุขแก้ว

1. [Bonus 4 points] อาจารย์ชอบบอกว่า ทั้งหลักการงานและพลังงาน และ หลักการอิมพัลส์และโมเมนตัม ล้วนพิสูจน์มาจาก กฎการเคลื่อนที่ข้อที่ สองของนิวตัน จงแสดงให้เห็นว่าคำกล่าวที่อาจารย์พร่ำบอกนั้นเป็นจริงได้อย่างไร

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ (+2)

$vdv = ads$ $\quad \Sigma F = ma \rightarrow v^2 = u^2 + 2as$

$a = \frac{v^2 - u^2}{2s}$

$\Sigma F = m\left[\frac{v^2 - u^2}{2s}\right]$

$\Sigma Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$

$\frac{1}{2}mu^2 + \Sigma Fs = \frac{1}{2}mv^2$

$T_1 + U_{1-2} = T_2$

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ (+2)

$\Sigma F = ma$

$\Sigma F = m\left(\frac{v_2 - v_1}{t}\right)$

$\Sigma Ft = mv_2 - mv_1$

$mv_2 = mv_1 + \Sigma Ft$

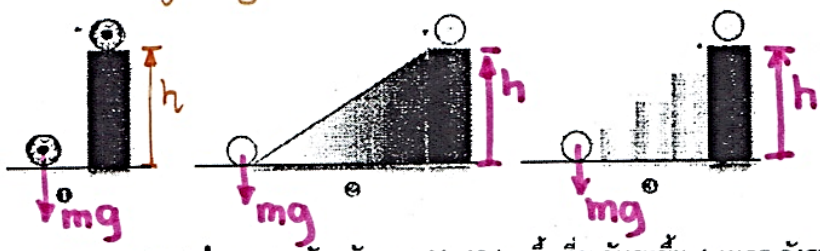
$m\vec{v}_1 + \Sigma \int \vec{F}dt = m\vec{v}_2$

$m\vec{v}_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = m\vec{v}_2$

[Bonus 2 points] จงเปรียบเทียบ งาน เนื่องจาก แรงโน้มถ่วง ในการยกระดับลูกกะตายักษ์มวล m กิโลกรัม ขึ้นสูง ทั้งสามแบบ ดังรูป

$U_{mg} = -mgh$ $\quad U_W = U_{mg}$

==> จงเติมเครื่องหมายแสดง = , > , <



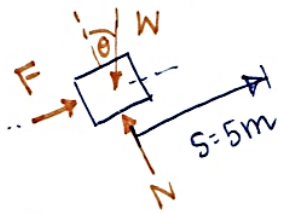
$U_{mg,1} = U_{mg,2} = U_{mg,3}$

[Bonus 4 points] ในการยกลังหนักมวล M=40 kg ขึ้นที่ระดับสูงขึ้น 1 เมตร ดังรูป อยากทราบว่า ทั้ง สาว Girl และ หนุ่ม Boy ได้ งาน เท่ากันหรือไม่ อย่างไร และ ทั้งสองออก แรง ทำงาน เท่ากันหรือไม่ และ อย่างไร (คำตอบตัวเลข)

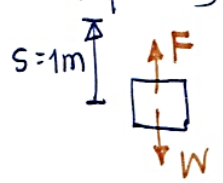
ของ $\vec{F}$

ถือว่า $\vec{F}$ คงที่

สาว Girl



หนุ่ม Boy



$U_F = FS = (W\sin\theta)S$

$= 40(10)\left(\frac{1}{5}\right)(5) = 400$ J

$U_F = +FS$

$= WS$

$= 400(1)$

$= 400$ J

$U_{girl} = U_{boy}$ #

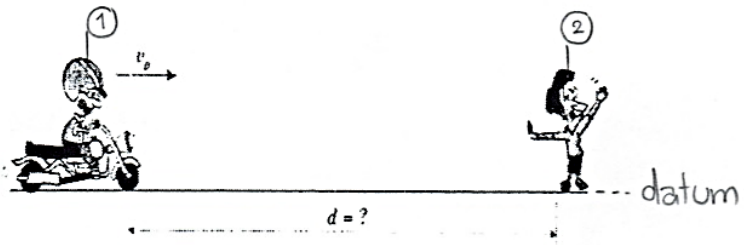
$F_{girl} < F_{boy}$ #

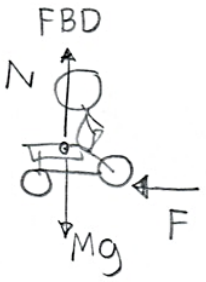
$W\sin\theta = 400\left(\frac{1}{5}\right) = 80$ N

$W = 400$ N

2. [4 points] ชายหนุ่มและรถมอเตอร์ไซค์มวลรวม M kg วิ่งมาด้วยอัตราเร็วคงที่ v_o m/s ชายหนุ่มเหยียบเบรคทันทีที่เห็นคุณครูให้สัญญานหยุดรถหน้าโรงเรียน ทำให้ล้อล็อคและไถลไปจนกระทั่งรถหยุด จงหาระยะหยุดหรือระยะที่เขาควรจะเริ่มแตะเบรคเพื่อสามารถหยุดรถได้ทัน (d=?) ใช้วิธี งาน&พลังงาน เท่านั้น โดย กำหนดให้ μ_k คือสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างล้อรถกับถนน และ g คือความเร่งโน้มถ่วงโลก

[คำตอบ อยู่ในรูปตัวแปรที่กำหนดให้เท่านั้น => d = f (M, v_o, g, μ_k)]





$$T_1 + V_1^{\nearrow 0} + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2^{\nearrow 0}$$

$$\frac{1}{2}Mv_o^2 - FS = 0$$

$$\frac{1}{2}Mv_o^2 = \mu_k Mgd$$

$$d = \frac{v_o^2}{2\mu_k g} \quad \#$$

[4 points] จากคำตอบที่ได้ สมมุติว่า ถ้าเขาขับรถมาด้วยอัตราเร็ว 36 km/hr เขาจะต้องเหยียบเบรคที่ระยะ d=5 เมตร อยากทราบว่า หากเขาขับรถมาด้วยอัตราเร็ว 72 km/hr เขาจะต้องเหยียบเบรคที่ระยะห่างไปเท่าไร จงแสดงวิธีการ ที่ได้มาซึ่งคำตอบด้วยจึงจะได้คะแนน

จาก $d \propto v_o^2$

$$\frac{d_2}{d_1} = \left(\frac{v_{o2}}{v_{o1}}\right)^2$$

$$\frac{d_2}{5} = \left(\frac{72}{36}\right)^2$$

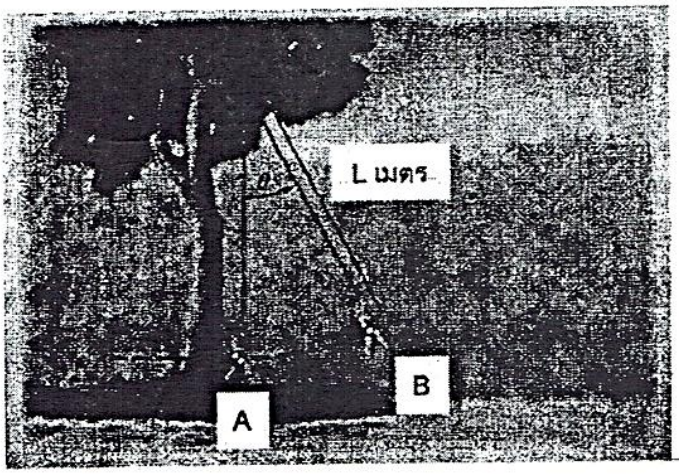
$$\therefore \quad d_2 = 20 \quad m \quad \#$$

3. หลังจากอ่านหนังสือทบทวนวิชาเรียนจนเหนื่อย เด็กชาย Boy มวล m kg ก็ออกไปกระโดดน้ำเล่นโดยการโหนเชือกขึ้นแล้วปล่อยตัวลงน้ำดังรูป อัตราเร็วขณะที่เขาวิ่งไปจับเชือกที่ A คือ v_0 m/s กำหนดให้เชือกมีความยาวคงที่ L เมตร หากเขาเริ่มปล่อยเชือกเมื่อเขาขึ้นได้สูงสุดที่ B

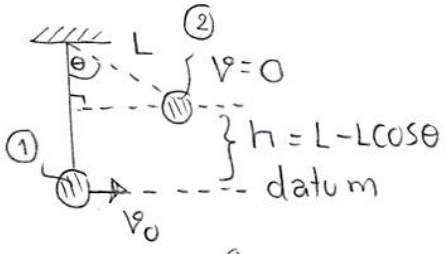
[4 points] จงหาตำแหน่งที่เขาขึ้นได้สูงสุดที่ B และ แสดงในรูปของ มุมสูงสุด (θ_{max} =?)

[4 points] จงหาแรงดึงในเส้นเชือก ณ ตำแหน่งนั้น (T_B=?)

[คำตอบ อยู่ในรูปตัวแปรที่กำหนดให้ เท่านั้น => m, v_0, L, g]



(1)



$$T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2$$

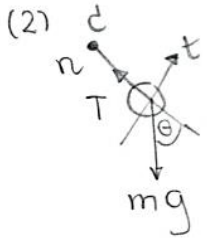
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = 0 + mg(L-L\cos\theta)$$

$$\frac{v_0^2}{2gL} = 1-\cos\theta$$

$$\cos\theta = 1-\frac{v_0^2}{2gL}$$

$$\theta_{max} = \cos^{-1}\left[1-\frac{v_0^2}{2gL}\right] \#$$

(2)

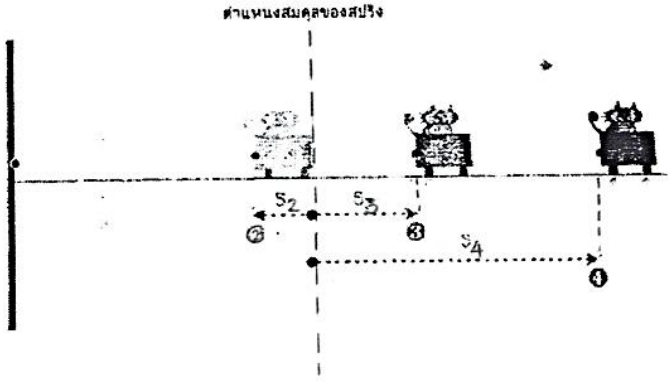


$$\Sigma F_n = ma_n$$

$$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{\rho}$$

$$T_B = mg\left(1-\frac{v_0^2}{2gL}\right) \#$$

4. [4 points] จงหางาน เนื่องจาก แรงสปริง ในการเคลื่อนที่ไปมาบนพื้นราบของกล่องหนู จากตำแหน่ง 3 ไป ตำแหน่ง 4 ดังในรูป กำหนดให้ ค่าความแข็งดึงของสปริงคือ k N/m และสปริงมีการยืดอยู่ s_3 และ s_4 ที่ตำแหน่ง 3 และ 4 ตามลำดับ

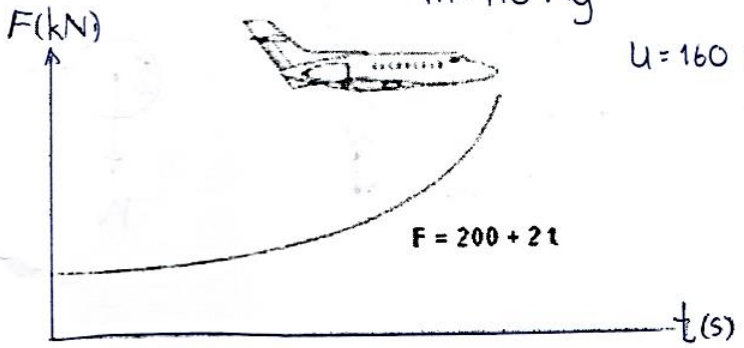


$$U_{F_s} = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$$

$$= -\frac{1}{2}k(s_4^2 - s_3^2) \#$$

ข้อ 4. (20 คะแนน) อิมพัลส์และโมเมนตัม และการกระทบ ออกข้อสอบโดย อ.สมชาย แซ่อึ้ง

4.1 เครื่องบินลำหนึ่งมีมวล 110 Mg กำลังบินอยู่ในแนวราบด้วยอัตราเร็ว 160m/s ถ้าเครื่องยนต์พ่นเจ็ทเร่งความเร็ว โดยมีแรงจากเครื่องยนต์เจ็ทกระทำในแนวราบเท่านั้น และมีขนาดเปลี่ยนแปลงตามเวลาดังกราฟ (F = 200 + 2t kN) จงหาว่าเครื่องบินจะใช้เวลาเท่าไรเพื่อให้มีความเร็วขนาด 200 m/s



$m = 110\ Mg$ $\quad t = ?$

$u = 160\ \frac{m}{s} \rightarrow v = 200\ \frac{m}{s}$

FBD

$+\rightarrow \sum x:\quad m\vec{v} = m\vec{u} + \int \Sigma F\,dt$ ($\vec{v}$: +200, $\vec{u}$: +160)

$$\frac{110\times10^{6}}{1000}(200-160) = \int_{0}^{t}(200+2t)\,dt \times 10^{3}$$

$$110\times40 = \left(200t + \frac{2t^{2}}{2}\right)\Big|_{0}^{t}$$

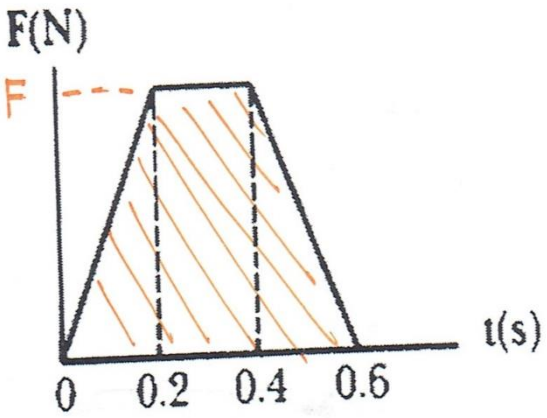
$$4400 = 200t + t^{2}$$

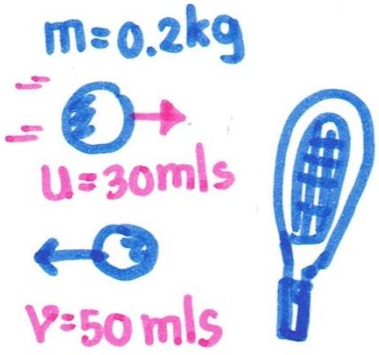
$$t^{2}+200t-4400 = 0$$

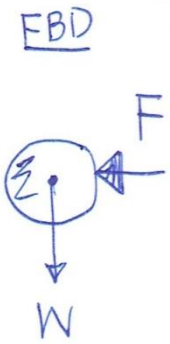
$$(t-20)(t+220) = 0$$

$$t = 20,\ -220\ s \quad \#$$

4.2 ในการตีเทนนิส ลูกบอลมวล 0.2 kg เข้ากระทบไม้เทนนิสในแนวตั้งฉากกับหน้าไม้ด้วยอัตราเร็ว 30 m/s ถ้าลูกบอลกระเด้งกลับไปในแนวเดิมด้วยอัตราเร็ว 50 m/s และพบว่าขนาดแรงที่กระทำต่อลูกบอลเป็นดังกราฟ จงหาขนาดแรงกระทำสูงสุดที่ลูกเทนนิสถูกกระทำ







จาก $m\vec{v} = m\vec{u} + \int \Sigma F dt$

$\overset{+}{\leftarrow}$ $m\vec{v} - m\vec{u} = \int \Sigma F dt$ → Area

$0.2(+50) - 0.2(-30) = F(0.4)$

$F = 40$ N #