มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำปีการศึกษา 1/2556
วันที่ 4 สิงหาคม 2556 เวลา 09.00-12.00 น.
วิชา 215-221, 216-221 Engineering Mechanics II ห้อง Robot, A200, A205, S817, A203

คำสั่ง

ข้อสอบมีทั้งหมด 4 ข้อ 14 หน้า ทำหมดทุกข้อในข้อสอบ
ห้ามนำเอกสารใด ๆ และเครื่องคิดเลข เข้าห้องสอบ
อนุญาตใช้ดินสอได้

ผู้ออกข้อสอบ

ดร.กิตตินันท์ มลิวรรณ
อ.ชลิดา หิรัญสุข
ดร.สมชาย แซ่อึ้ง
รศ.ไพโรจน์ คีรีรัตน์

คะแนน

ข้อ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	25	.....
2	25	.....
3	25	.....
4	25	.....
รวม	100	.....

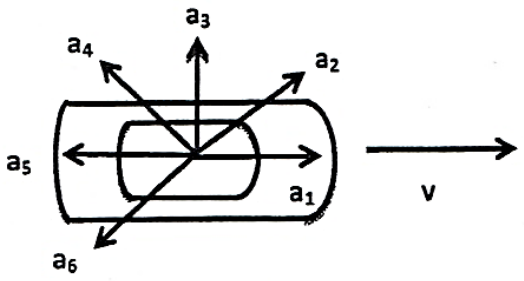
ชื่อผู้สอบ.....
นามสกุล.....
รหัสนักศึกษา.....
ตอน.....
ชื่อผู้สอน.....

ทุจริตเป็นสิ่งที่สังคมรังเกียจเช่นเดียวกับคอรับชั่น ที่บ่อนทำลายคุณภาพแห่งการดำรงชีวิตที่ดีของมนุษย์ในสังคม ปัญญาชนคนดีพึงหนีห่างพฤติกรรมดังกล่าว

ชื่อ/สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ชื่อผู้สอน.....

ข้อ 1. Kinematics of Particles (25 คะแนน)

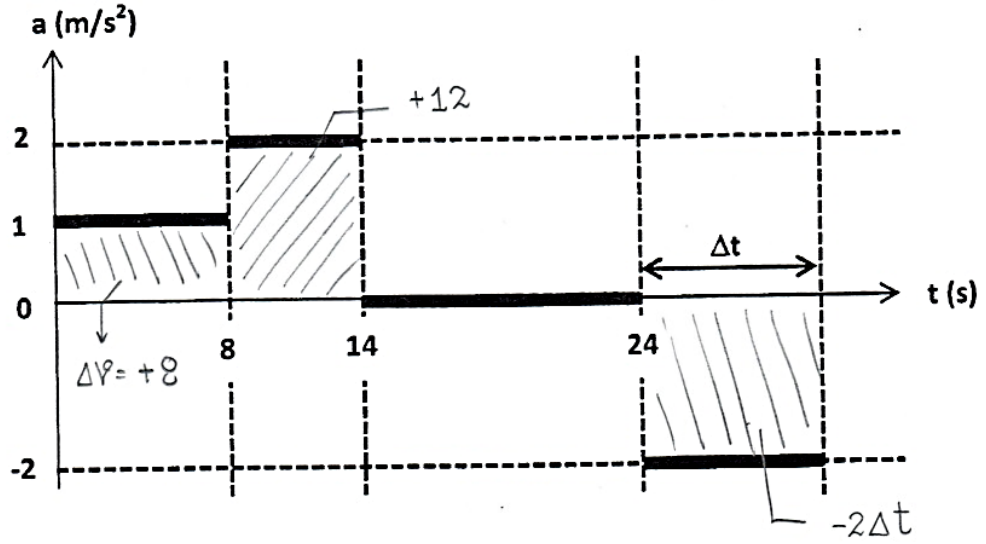
1.1 รถยนต์เคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยความเร็ว v ดังรูป สำหรับความเร่งแต่ละตัวจงบรรยายลักษณะการเคลื่อนที่ของรถนี้ (เส้นตรง หรือเลี้ยวซ้าย หรือเลี้ยวขวา ด้วยอัตราเร็วคงที่หรือเพิ่มขึ้นหรือลดลง)



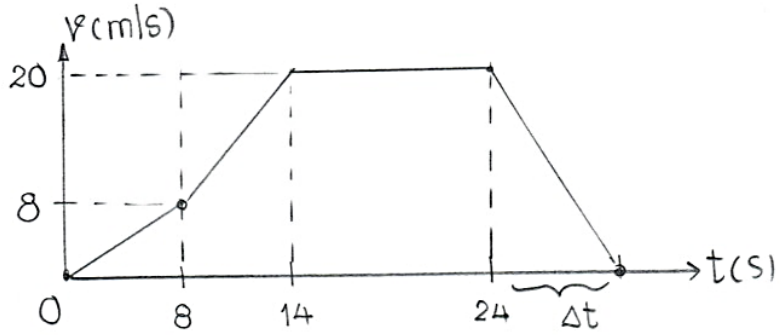
ความเร่ง	การเคลื่อนที่	อัตราเร็ว
a_1	เส้นตรง	เพิ่มขึ้น

ชื่อ/สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ชื่อผู้สอน.....

1.2 รถยนต์เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งด้วยความเร่งดังในกราฟ จงหาเวลา Δt ที่รถยนต์เบรคจนหยุดนิ่ง และระยะทางที่เคลื่อนที่ทั้งหมด



(1)



$-20 = -2\Delta t \rightarrow \Delta t = 10$ s #

(2) S_{Total} = Area

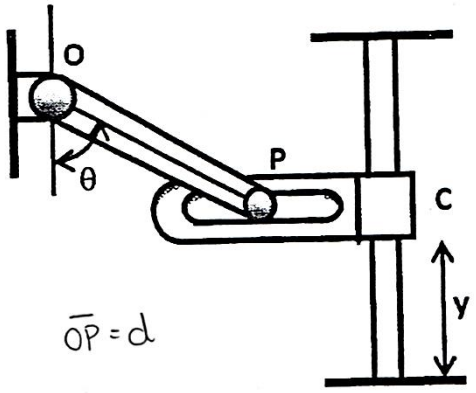
$= \frac{1}{2}(8)(8) + \frac{1}{2}(8+20)6 + 20(10) + \frac{1}{2}(10)20$

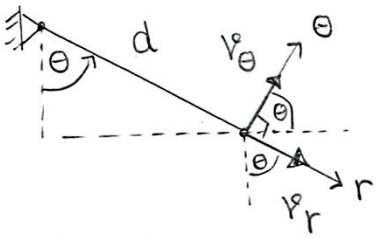
$= 416$ m #

ชื่อ/สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ชื่อผู้สอน.....

1.3 จากรูป จงหาความเร็ว $\dot{y}$ และความเร่ง $\ddot{y}$ ของ C เมื่อแขน OP หมุนในทิศทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วเชิงมุมคงที่ $\dot{\theta}$ $(\ddot{\theta} = 0)$

สูตร $v_r = \dot{r}$ $v_\theta = r\dot{\theta}$ $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$





r	Θ
$\dot{r}$	$\dot{\theta}$
$\ddot{r}$	$\ddot{\theta} = 0$

$$\dot{y} = v_\theta \sin\theta - v_r \cos\theta$$
$$= r\dot{\theta}\sin\theta - \dot{r}\cos\theta \quad \#$$

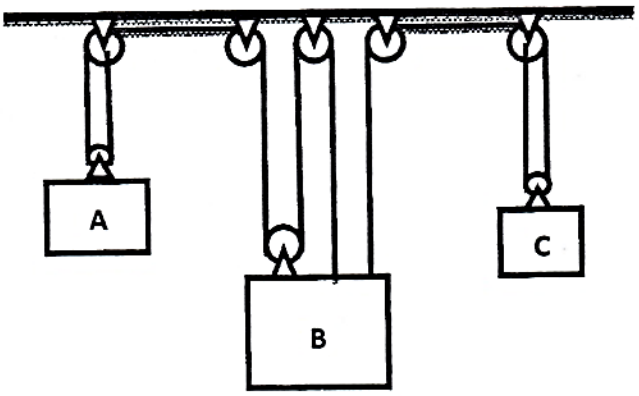
$$\ddot{y} = a_\theta \sin\theta - a_r \cos\theta$$
$$= [r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}]\sin\theta - [\ddot{r} - r\dot{\theta}^2]\cos\theta$$
$$= 2\dot{r}\dot{\theta}\sin\theta - (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\cos\theta \quad \#$$

ชื่อ/สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ชื่อผู้สอน.....

1.4 มวล A เคลื่อนที่ลงจากหยุดนิ่งด้วยความเร่งคงที่ ถ้ามวล A มีความเร็ว 27 cm/s เมื่อเวลาผ่านไป 7 s จงหา

a) ความเร่งของมวล A, B และ C

b) ความเร็วของมวล B เมื่อเวลาผ่านไป 2 s



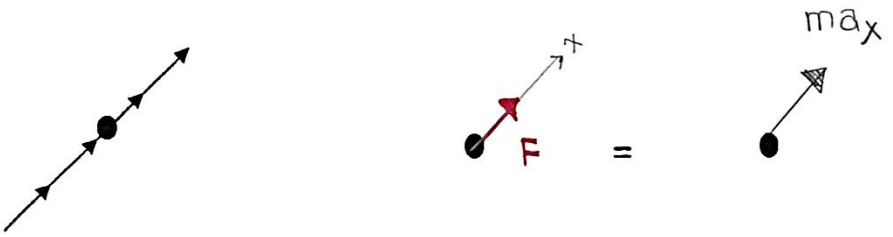
ชื่อ/สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ชื่อผู้สอน.....

ข้อ 2. Force and Acceleration (25 คะแนน)

2.1) Select appropriate coordinate system for each of the following 3 motions of the particle by drawing reference axis, forces acting on the particle, the direction of particle's acceleration onto the diagram and writing down the corresponding equations of motion for each system. (6 marks)

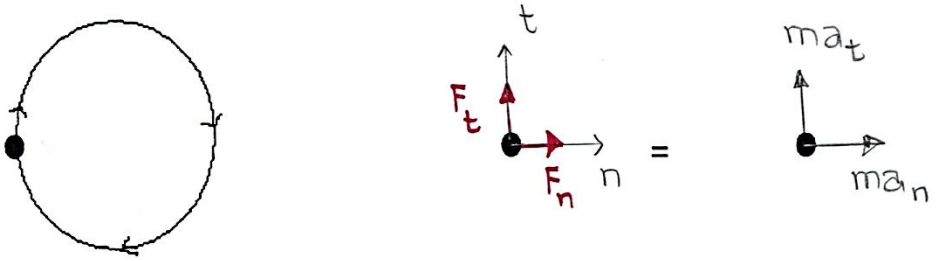
2.1) จงเลือกระบบแกนอ้างอิงที่เหมาะสมกับการเคลื่อนที่ของวัตถุทั้ง 3 แบบ ดังในรูป จงแสดงแกนอ้างอิง แรงที่กระทำกับวัตถุ และทิศทางความเร่งของวัตถุ ลงบนผังรูป (free body diagram และ kinetic diagram) พร้อมเขียนสมการการเคลื่อนที่ของแต่ละระบบแกนอ้างอิง (6 คะแนน)

a)



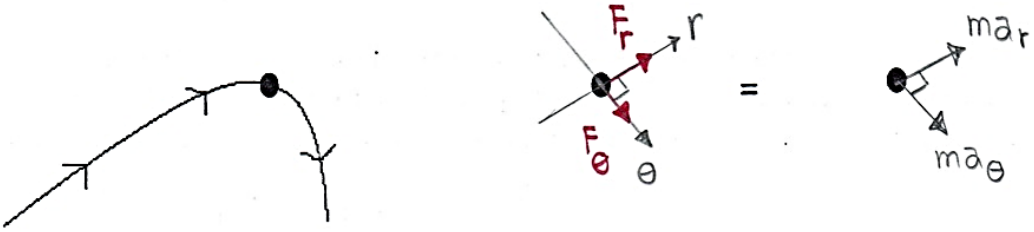
$$x: \Sigma F_x = ma_x$$
$$F = ma_x$$

b)



$$n: \Sigma F_n = ma_n = m\frac{v^2}{\rho}$$
$$t: \Sigma F_t = ma_t$$

c)



$$r: \quad \Sigma F_r = ma_r = m\left[\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right]$$

$$\theta: \quad \Sigma F_\theta = ma_\theta = m\left[r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right]$$

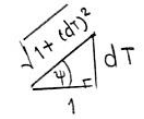
ชื่อ/สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ชื่อผู้สอน.....

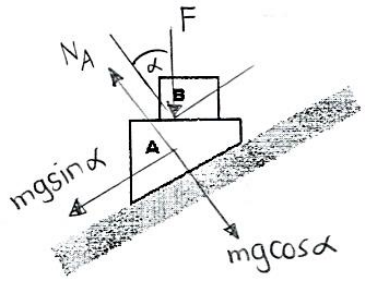
2.2) A b kg block B rests on the upper surface of a a kg wedge A which in turn rested on the α degree incline surface as shown on side view diagram. All surfaces are considered smooth. There is a constant tangential force (P) acting on wedge A causing the motion of wedge A on the incline surface as shown as a curve on the front view diagram. The curve is described as r = ct m and θ = dt rad. Draw the Free Body Diagram and Kinetic Diagram. Find the force acting on wedge A by block B and by incline surface and the tangential force at the instant T seconds. ($a_r = r'' - r\theta'^2$, $a_\theta = r\theta'' + 2r'\theta'$, $\tan\Psi = r / (dr/d\theta)$) (19 marks)

2.2) บล็อก B มีมวล b kg วางอยู่บนแท่น A มีมวล a kg และวางอยู่บนพื้นเอียง α องศา ตาม side view พื้นผิวทุกพื้นลื่น มีแรงคงที่ตามแนวเส้นสัมผัสกระทำกับแท่น A ทำให้ A เคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งบนพื้นเอียงตาม front view เส้นโค้งดังกล่าวอธิบายได้ด้วยสมการ r = ct m และ θ = dt rad จงหาแรงที่บล็อก B กระทำกับแท่น A แรงที่พื้นเอียงกระทำกับแท่น A และแรงตามแนวเส้นสัมผัส ที่เวลา T วินาที (19 คะแนน)

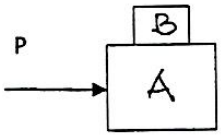
กำหนดให้ $a_r = r'' - r\theta'^2$, $a_\theta = r\theta'' + 2r'\theta'$, $\tan\Psi = r / (dr/d\theta)$

$$\tan\psi = \frac{r}{\frac{dr}{dt}\cdot\frac{dt}{d\theta}} = \frac{r}{c}\cdot d = \frac{rd}{c} = dt = dT$$

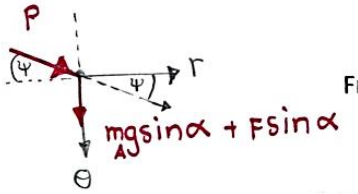




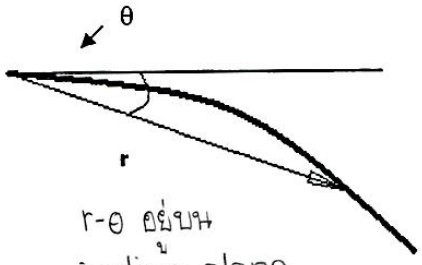
Side View



FBD

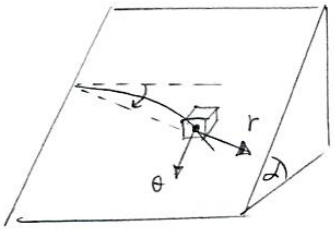


Front View



r-θ อยู่บน
incline plane

Path



$r = ct \qquad \theta = dt$

$\dot{r} = c \qquad \dot{\theta} = d$

$\ddot{r} = 0 \qquad \ddot{\theta} = 0$

r: $\Sigma F_r = ma_r$

$P\cos\psi = a(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$

$P\cos\psi = -acd^2t$

$P = -acd^2T\sqrt{1+d^2T^2}$ #

θ: $\Sigma F_\theta = ma_\theta$

$P\sin\psi + ag\sin\alpha + F\sin\alpha = m[r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}]$

$-acd^2T(dT) + ag\sin\alpha - 2cda = -F\sin\alpha$

$F = \frac{1}{\sin\alpha}[2acd + acd^3T^2] - ag$ #

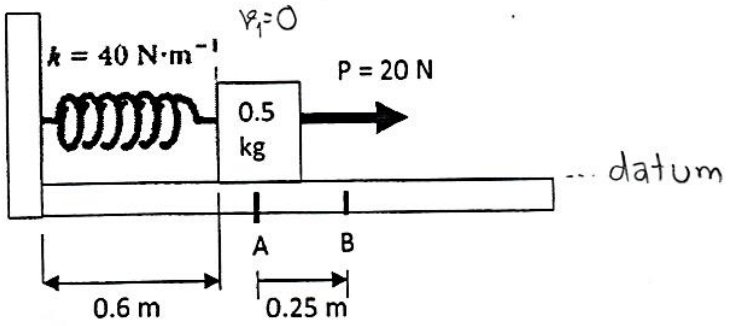
↖: $N_A = ag\cos\alpha + F\sin\alpha$

$= ag\cos\alpha + [2acd + acd^3T^2] - ag\sin\alpha$ #

ชื่อ/สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ชื่อผู้สอน.....

ข้อ 3 Work and Energy (25 คะแนน)

3.1 จากรูป สปริงมีความยาวปกติ 0.6 m ถูกผูกกับวัตถุมวล 0.5 kg วางอยู่บนพื้นราบลื่น เริ่มต้นวัตถุหยุดนิ่ง ต่อมามีแรง P = 20 N ดึงวัตถุออกไป จงหาว่าที่จุด B วัตถุจะมีความเร็วเท่าไร



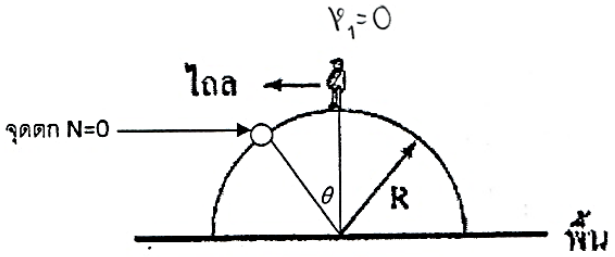
$$T_A + V_A + \Sigma U_{A \to B} = T_B + V_B$$

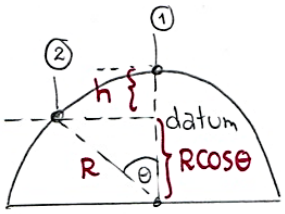
$$0 + 0 + PS = \frac{1}{2} m v_B^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$20(0.25) = \frac{1}{2}(0.5) v_B^2 + \frac{1}{2}(40) 0.25^2$$

$$v_B = \sqrt{15} = 3.87 \ \text{m/s} \quad \#$$

3.1 ก้อนน้ำแข็งลื่นรูปครึ่งทรงกลมรัศมี R มีเด็กคนหนึ่งยืนอยู่บนยอด ทันใดนั้นก็ไถลตกลงมาจากสภาพหยุดนิ่งนั้น อยากทราบว่าเด็กจะเริ่มไม่สัมผัสผิวน้ำแข็งเมื่อเขาอยู่สูงจากพื้นเท่าไร





$h = R - R\cos\theta$

$$T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2$$

$$0 + mgh + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + 0$$

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)} \quad -(1)$$

หลุดพอดี $N=0$ (สัมพันธ์กับแรง ใช้สมการ Newton แกน n-t)

FBD

$n:\ \Sigma F_n = ma_n$

$$mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$g\cos\theta = \frac{2gR(1-\cos\theta)}{R}$$

$$\cos\theta = 2 - 2\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{2}{3}$$

∴ สูงจากพื้น $= R\cos\theta = \frac{2}{3}R$ #

ชื่อ/สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ชื่อผู้สอน.....

ข้อ 4 (25 คะแนน)

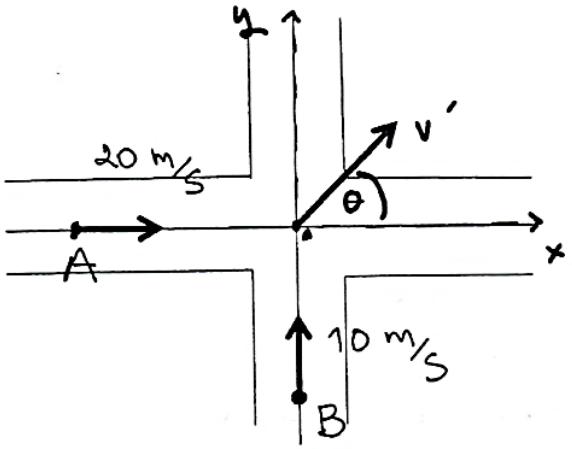
4.1 ท่านใช้เหตุผลอะไร ในการตัดสินใจเลือกใช้หลักการของอิมพัลส์และโมเมนตัมวิเคราะห์ปัญหา

เมื่อระบบอยู่ภายใต้ F มากระทำในช่วงเวลา t ซึ่งส่งผลให้ระบบมี $\vec{v}$ เปลี่ยนไป

4.2 จงแสดงสมการอิมพัลส์และโมเมนตัมเชิงมุม รอบ O

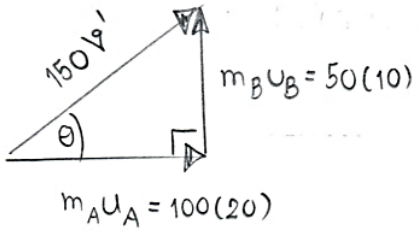
$$(H_O)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} M_O \, dt = (H_O)_2$$

4.3 ตรงสี่แยก มอเตอร์ไซค์ A ซึ่งมีมวล 100 kg และ ถูกขับมาด้วยความเร็ว 20 m/s ชนกับมอเตอร์ไซค์ B ซึ่งมีมวล 50 kg และมาด้วยความเร็ว 10 m/s ดังในรูป หลังจากชนมอเตอร์ไซค์ทั้งสองติดไปด้วยกัน ด้วยความเร็ว v' ในทิศทำมุม θ กับแกน x จงหามุม θ



$$m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = (m_1+m_2)\vec{v}'$$

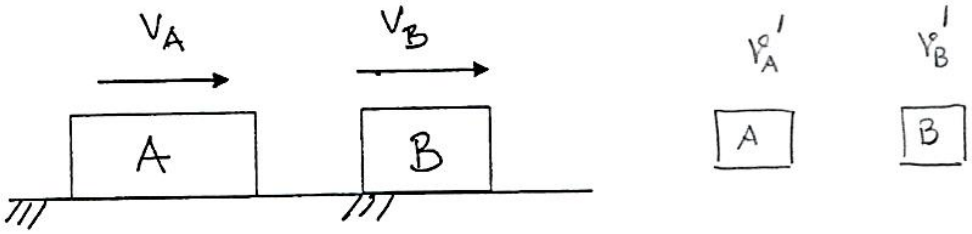
ใช้ Δ เวกเตอร์ วิเคราะห์ สำหรับ ชน 2 มิติ มุมฉาก



$$\tan\theta = \frac{500}{2000} = \frac{1}{4}$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.25)$$ #

4.4 บล็อก A มวล m_A และบล็อก B มวล m_B เลื่อนอยู่บนพื้นในแนวระดับที่ผิวไม่มีความเสียดทาน ด้วยความเร็ว V_A และ V_B ตามลำดับดังในรูป ถ้าสัมประสิทธิ์คืนสภาพ (coefficient of restitution) เท่ากับ e จงหาความเร็วของ A (v'_A) และ B (v'_B)หลังชน



จาก $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \quad \text{—①}$$

จาก $$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

$$e = \frac{v'_A - v'_B}{v_B - v_A}$$

$$e(v_B - v_A) = v'_A - v'_B \quad \text{—②}$$

$m_B \times ② + ①$; $m_A v_A + m_B v_B + m_B e(v_B - v_A) = m_A v'_A + m_B v'_A$

$$v'_A = (v_A + v_B) + \frac{m_B}{(m_A + m_B)}\left[e(v_B - v_A)\right] \quad \#$$

$① - m_A \times ②$; $m_A v_A + m_B v_B - m_A e(v_B - v_A) = m_B v'_B + m_A v'_B$

$$v'_B = (v_A + v_B) - \frac{m_A}{(m_A + m_B)}\left[e(v_B - v_A)\right] \quad \#$$

ชื่อ/สกุล.....รหัสนักศึกษา.....ชื่อผู้สอน.....

4.5 ลูกตุ้มซึ่งมีมวล m และรัศมี r แกว่งอยู่ในระนาบดิ่ง ที่มุม θ ลูกตุ้มมีความเร็ว V จงหาโมเมนตัมเชิงมุมรอบ O และหาอิมพัลส์เชิงมุมของในช่วงเวลา $0 < t < \Delta t$