1/60

↳ F, m มาเกี่ยวข้องกับ กรค.ท.

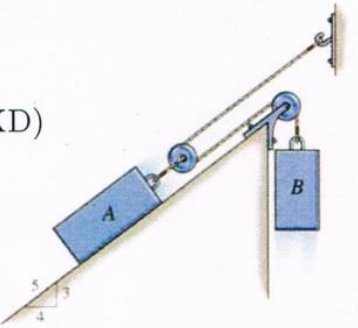
CHAPTER 2

KINETICS OF A PARTICLES

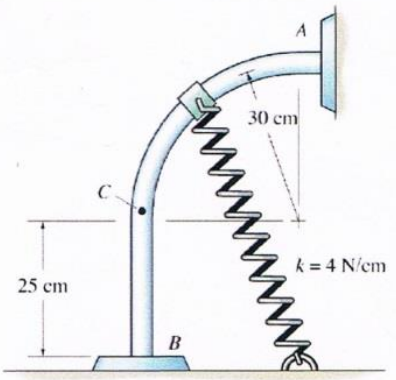
(A) Newton Second Law of motions **Page 3** $\Sigma F = ma$

A1) Free body diagram (FBD) and Kinetic diagram (KD)

A2) 2nd Law in $x-y$, $n-t-b, r-\theta$



(B) Work and Energy **Page 13** หลีกเลี่ยง a → ใช้ Energy คำนวณ



B1) Work, Energy and Power

B2) Principle of work and energy

B3) Conservation of energy

(C) SERIES 1 : Midterm Examination of kinetic of particle **Page 20**

(D) SERIES 2 : Reviews of kinetics of particles **Page 37**

(E) SERIES 3 : Preflight Examination **Page 47**

(F) Momentum : สนใจ F และ t (เสี่ยง a)

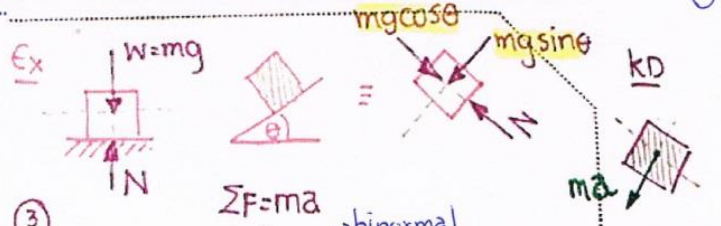
Topic Kinetics of Particles : Newton second law of motion

① Force ($g \approx 10\ m/s^2$) ($g = 32.2\ ft/s^2$)

- $W = mg$
- $F_s = kx$ → x : ยืด-หด (m); ↳ ค่าคงที่สปริง (N/m)
- $f = F$ ถ้า $F_s = \mu_s N$, $F_k = \mu_k N$ } $N \gtrless mg$ ดูจากรูป FBD

② FBD – แผนภาพแรง

KD – แผนภาพ มวล×ความเร่ง (kinetic diagram)



③ $\Sigma F = ma$

- x-y: $x: \Sigma F_x = ma_x$; $y: \Sigma F_y = ma_y$
- n-t-b (binormal): $n: \Sigma F_n = ma_n$ ($a_n = v^2/\rho$); $t: \Sigma F_t = ma_t$; $b: \Sigma F_b = ma_b$
- r-θ: $r: \Sigma F_r = ma_r$ ($a_r = \ddot{r} - r(\dot{\theta})^2$); $\theta: \Sigma F_\theta = ma_\theta$ ($a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$)

$a = 0$ → สมดุล

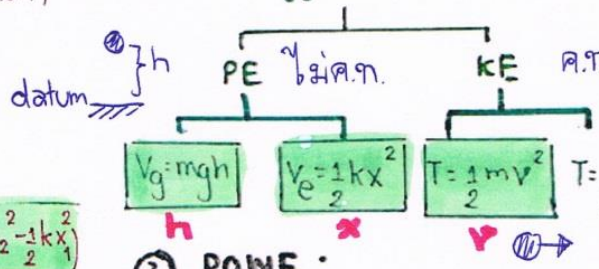
Topic Kinetics of Particles : Work and Energy

① Work (J)

- $U_F = \vec{F} \cdot \vec{s}$ ($\vec{F} \parallel \vec{s}$) $\begin{cases} F_s & (F \text{คงที่}) \\ \int F\,ds \end{cases}$
- $U_W = \pm mgh$ (+h ลง, −h ขึ้น)
- $U_s = -\left(\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2\right) = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$

Note
- $F_s = kx$
- → F, → s : +U
- F ⊥ s : U = 0
- ← F, → s : −U

② Energy (J) ↳ เลยๆ $\vec{a}$



③ POWE :

$$T_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2$$

$U_F\ U_f\ U_s\ U_w$

④ COE conservation of energy

$$T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2$$

↳ $U_F + U_f = F_S - f_S$

S1 set ①→②; S2 Set datum; S3 Set eqn

Topic Kinetics of Particles : Impulse and Momentum

↳ คำนวณโดยไม่สนใจ $\vec{a}$

① Momentum

- $p = mv$ (kg·m/s) → ทรง ป. Mom, ทรงสี, $\Delta\vec{p}$
- Impulse

① $m\vec{v}_2 = m\vec{v}_1 + \Sigma Ft$ ↳ $\int \Sigma F\,dt$ แรงไม่คงที่

② COM

$$\xrightarrow{+}\uparrow\ m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$ (หา $\vec{v}$ หลังชน)

$\vec{u} = \vec{v}_1$, $\vec{v}_2$; $m\vec{v}_1$, $m\vec{v}_2$ } $\Delta\vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$ { $\Delta p = mv_2 - mv_1$ (→→); $\Delta p = mv_2 + mv_1$ (→←)

$$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$$

$e = 1$ ชนยืดหยุ่น; $e \neq 1$ ไม่ยืดหยุ่น

② $\{\Delta E_k = \Sigma E_{ki} - \Sigma E_{kf}$ $\left[\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2\right]$

Problems Kinetics of Particles : Newton second law of motion x-y

$v_0 = 0$

1 **Given:** A 40-kg package is at rest on an incline when a force **P** is applied to it. The static and kinetic coefficients of friction between the package and the incline are 0.30 and 0.25, respectively

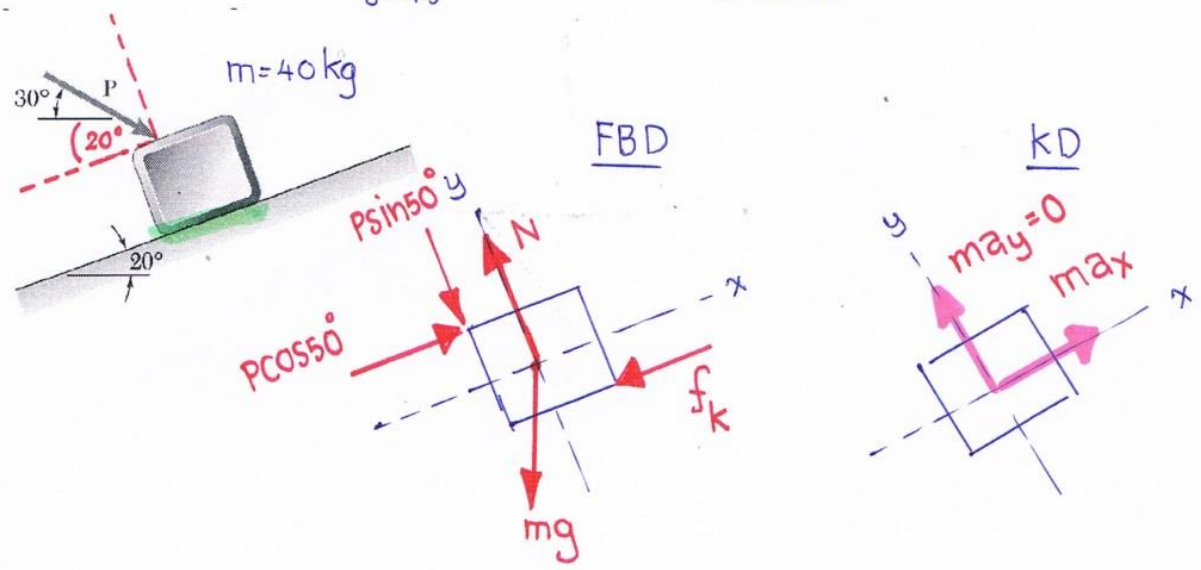
ส่ปส. μ_s μ_k

x-y

$\mu_s > \mu_k$ เสมอ

Find: The magnitude of **P** if 4 *s* is required for the package to travel 10 m up the incline.

$t = 4\ s$ $s = 10\ m$



X: $\Sigma F_x = ma_x$

$P\cos50^\circ - f_k - mg\sin20^\circ = ma_x$

$P\cos50^\circ - \mu_k N - mg\sin20^\circ = 40a_x$

มปลาย

$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$10 = 0 + \frac{1}{2}a_x(4)^2$

$a_x = 1.25\ \frac{m}{s^2}$

y: ↑ = ↓

$N = P\sin50^\circ + mg\cos20^\circ$

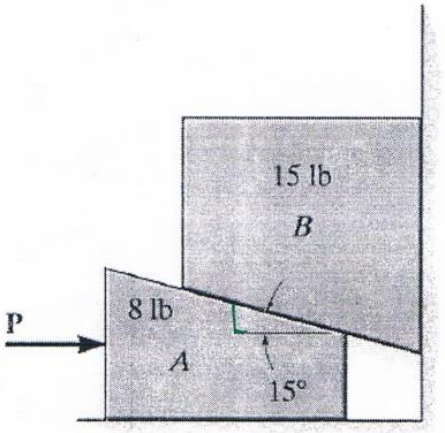
$0.6428P - 0.25[0.766P + 40(10)\cos20^\circ] - 40(10)\sin20^\circ = 40(1.25)$

$0.4513P - 93.969 - 136.808 = 50$

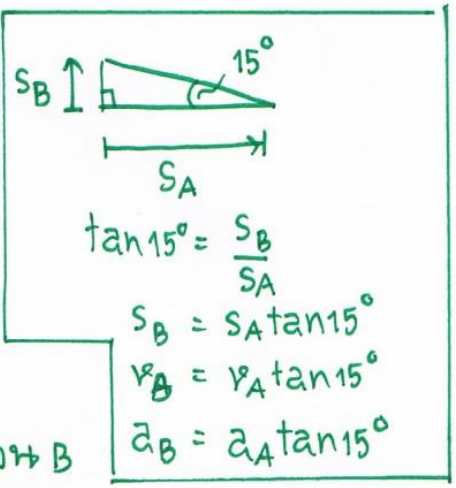
$\therefore\ P = 622.15 = 622\ N$ #

lbf

•13–41. If a horizontal force of $P = 10$ lb is applied to block A, determine the acceleration of block B. Neglect friction. *Hint:* Show that $a_B = a_A \tan 15°$.

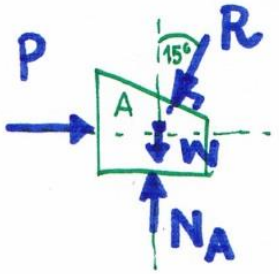


Prob. 13–41



กลุ่ม A

FBD



kD

x: $\Sigma F_x = ma_x$ ← lbm

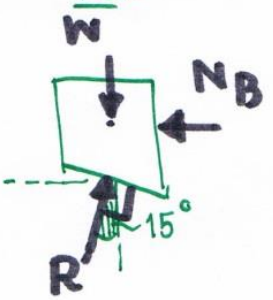
$P - R\sin 15° = ma_A$

$10 - R\sin 15° = \left(\frac{8}{32.2}\right) a_A$

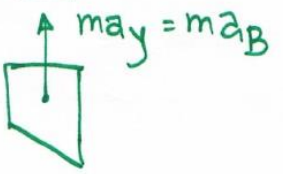
$-R\sin 15° = \left(\frac{8}{32.2}\right) a_A + 10$ —①

กลุ่ม B

FBD



kD



y: $\Sigma F_y = ma_y$

$R\cos 15° - W = ma_B$

$R\cos 15° - 15 = \left(\frac{15}{32.2}\right) a_B$

$R\cos 15° = \left(\frac{15}{32.2}\right) a_B + 15$ —②

① / ② ;

$$-\tan 15° = \frac{0.248\, a_A - 10}{0.466\, a_B + 15}$$

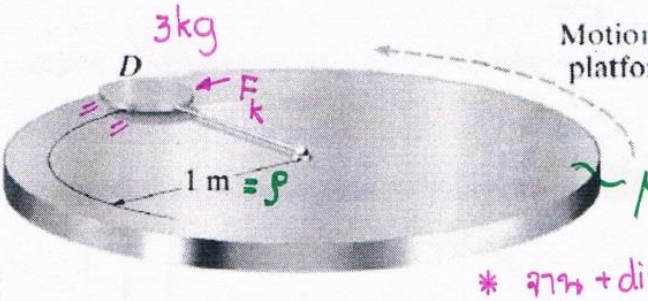
$$-\tan 15° (0.466\, a_B + 15) = 0.248 \left[\frac{a_B}{\tan 15°}\right] - 10$$

$a_B =$ ____ $m/s^2 \uparrow$ #

Problems Kinetics of Particles : Newton second law of motion n-t

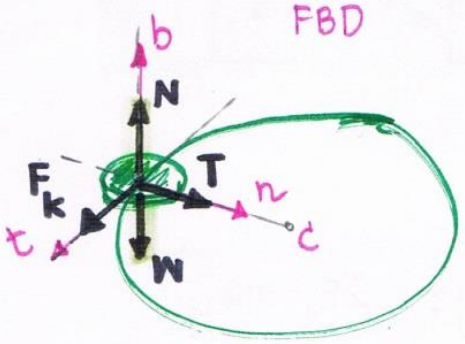
1 The 3-kg disk D is attached to the end of a cord as shown in Fig. 13–13*a*. The other end of the cord is attached to a ball-and-socket joint located at the center of a platform. If the platform rotates rapidly, and the disk is placed on it and released from rest as shown, determine the time it takes for the disk to reach a speed great enough to break the cord. The maximum tension the cord can sustain is 100 N, and the coefficient of kinetic friction between the disk and the platform is $\mu_k = 0.1$.

$T_{max} = 100\ N$

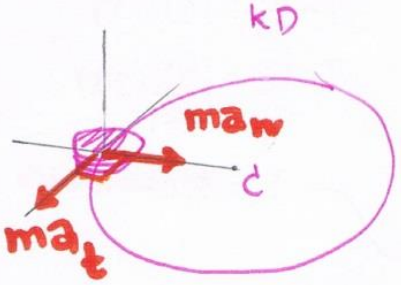


(a)

FBD



kD



* ฐาน + disk รวมหมุนทวนเข็ม disk หมุนช้ากว่าฐาน

n: $\Sigma F_n = ma_n$

$T = m\frac{v^2}{\rho}$

$100 = 3\frac{v^2}{1}$ ที่ทำให้ T_{max}

$v^2 = \frac{100}{3} \rightsquigarrow v = 5.77\ m/s$

t: $\Sigma F_t = ma_t$

$F_k = ma_t$

$\mu_k N = ma_t$

$0.1(3 \times 9.81) = 3a_t$

$a_t = 0.981\ m/s^2$

b: $\Sigma F_b = m\hat{a}_b$; $\uparrow = \downarrow$

ม.ปลาย : $v = v_0 + at$

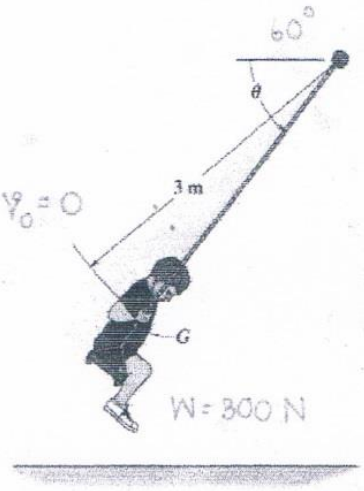
$5.77 = 0 + 0.981t$

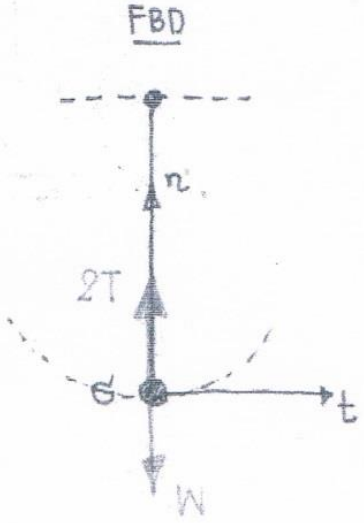
$\boxed{t = 5.89\ s}$

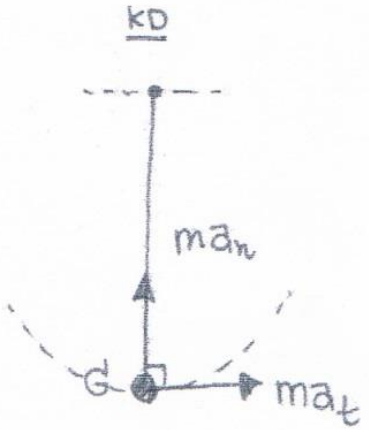
เริ่มต้น

2 **Given:** At the instant $\theta = 60°$, the boy's center of mass G is momentarily at rest. The boy has a weight of 300 N. Neglect his size and the mass of the seat and cords.

Find: The boy's speed and the tension in each of the two supporting cords of the swing when $\theta = 90°$. v T

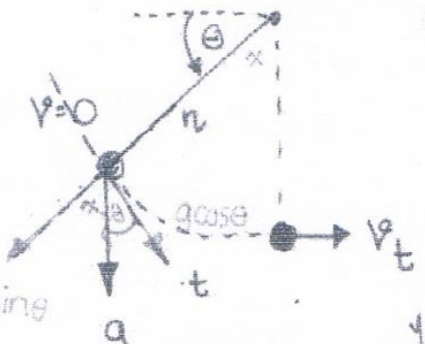






(1) หา v ด้วยการแทน $t \rightarrow v_t$

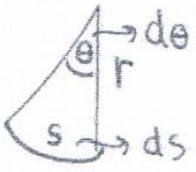
* ใช้ θ ตามโจทย์ *



g ไม่มี t

แทน : $\boxed{vdv = ads}$

$$\int v\,dv = \int (g\cos\theta)\,ds$$



$s = \theta r$

$ds = r\,d\theta$

$$\int_0^v v\,dv = \int_{60°}^{90°} (g\cos\theta)\,r\,d\theta$$

$$\frac{v^2}{2} = gr\sin\theta \Big|_{60°}^{90°}$$

$$v^2 = 2gr[\sin 90° - \sin 60°]$$

$$v = \sqrt{2(9.81)(3)\left[1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right]} = 2.808 \text{ m/s}$$ #

(2) n : $\Sigma F_n = ma_n$

$$2T - 300 = m\frac{v^2}{\rho} \rightarrow \{v_t\}$$

$$2T - 300 = \left(\frac{300}{9.81}\right)\frac{(2.808)^2}{3}$$

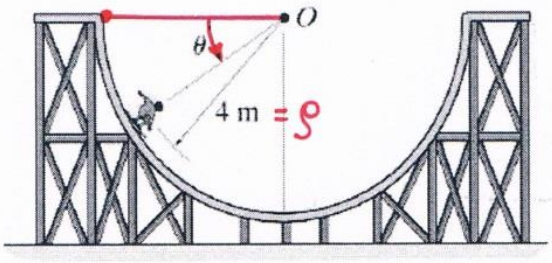
$$T = 190.2 \text{ N}$$ #

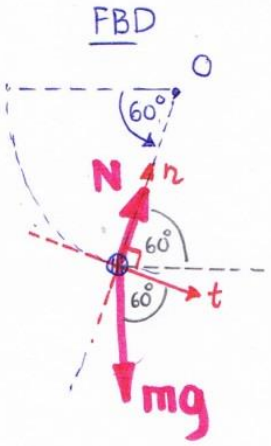
หา v แบบ integrate $\rightarrow v_t$

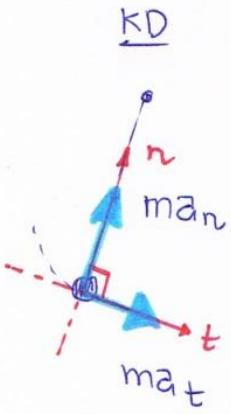
ร:วัฏจักร n-t-b

3 The 60-kg skateboarder in Fig.13–15*a* coasts down the circular track. If he starts from rest when $\theta = 0°$, determine the magnitude of the normal reaction the track exerts on him when $\theta = 60°$. Neglect his size for the calculation.

$v_0 = 0$ $m = 60\,kg$







n: $\sum F_n = ma_n$

$N - mg\sin 60° = m\frac{v_t^2}{\rho}$ —①

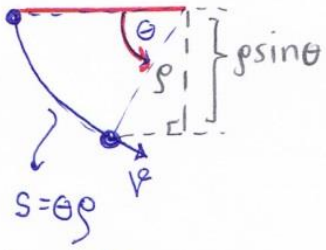
$T_1 + V_1 + \sum U_{1\to 2} = T_2 + V_2$

$mgh = \frac{1}{2}mv^2$

$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g\rho\sin\theta}$

t: $\sum F_t = ma_t$

$mg\cos 60° = ma_t$ ~ (General : $a_t = g\cos\theta$)



$ds = \rho d\theta$

ออกข้อยย { จาก $v\,dv = a\,ds$

$\int_0^v v\,dv = \int g\cos\theta\,ds = \int_0^\theta (g\cos\theta)\rho\,d\theta$

$\frac{v^2}{2}\Big|_0^v = \rho g\sin\theta\Big|_0^\theta$

$\frac{v^2}{2} = \rho g\sin\theta - 0 \rightarrow v = \sqrt{2\rho g\sin\theta}$

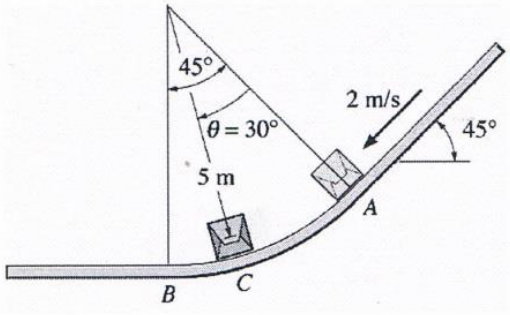
จาก ① ; $N - 60(10)\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{60}{4}[2\times 4\times 10\sin 60°]$

$N = 600\sqrt{3} + 300\sqrt{3} = 900\sqrt{3}$ N #

4 **Given**: The package has a weight of 50 N and slides down the chute. When it reached the curved portion AB, it is traveling at 2 m/s ($\theta = 0°$). If the chute is smooth,

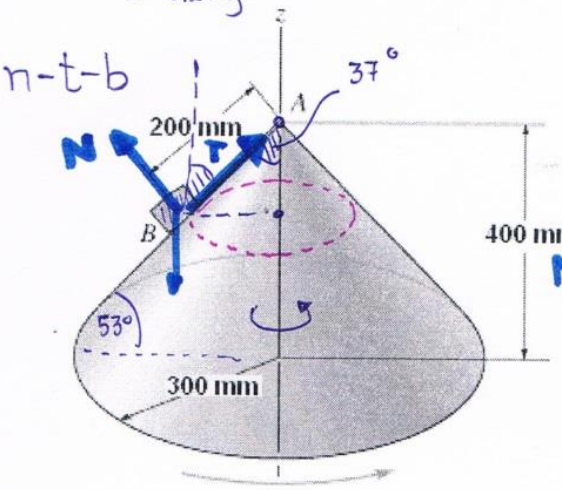
Find: the speed of the package when it reached the intermediate point C ($\theta = 30°$) and when it reached the horizontal plane ($\theta = 45°$). Also, find the normal force on the package at C.

]



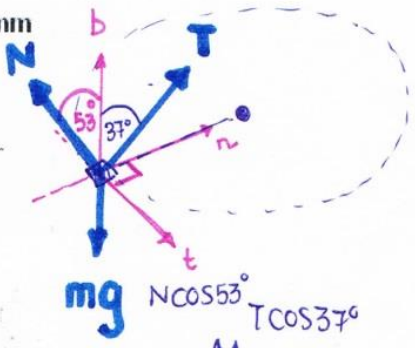
5 The smooth (ลื่น) block B, having mass of 0.2 kg, is attached (ยึด) to the vertex A of the right circular cone using a light (เบา) cord. (เชือก) The cone is rotating at a constant v_t angular rate about the z axis such that the block attains speed of 0.5 m/s. At this speed, determine the tension (T) in the cord and the reaction (N) which the cone exerts on the block. Neglect the size of the block.

m=0.2kg

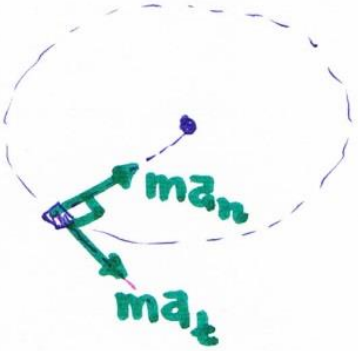


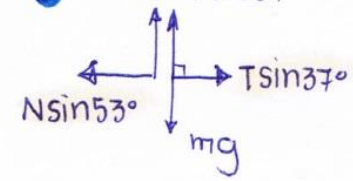
n-t-b

FBD



KD





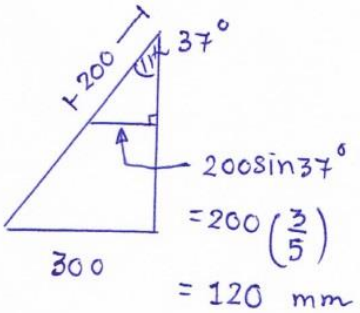
n : $\Sigma F_n = ma_n$

$T\sin 37^\circ - N\sin 53^\circ = m\frac{v_t^2}{\rho}$

$\frac{3}{5}T - \frac{4}{5}N = \frac{0.2(0.5)^2}{0.12}$

$3T - 4N = 2.083$ —(1)

$F_{ลัพธ์}$ ทิศเดียวกับ a



$= 200\left(\frac{3}{5}\right)$

$= 120$ mm

b : $\Sigma F_b = m\cancel{a_b}^{0}$

↑ = ↓

แกน t ไม่มี F

$T\cos 37^\circ + N\cos 53^\circ = mg$

$\frac{4}{5}T + \frac{3}{5}N = 0.2(9.81)$

$4T + 3N = 9.81$ —(2)

$T = 1.82$ N

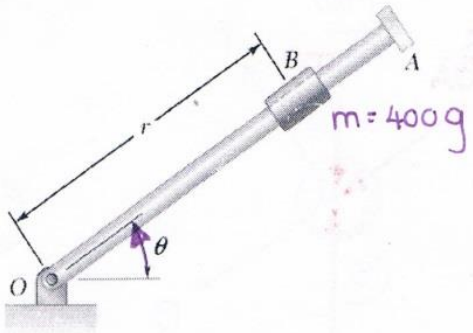
$N = 0.84$ N

Problems Kinetics of Particles : Newton second law of motion r-θ

1 **Given**: Rod OA rotates about O in a horizontal plane. The motion of the 400-g collar B is defined by the relation $[\, r = 500+300 \sin \pi t \,]$ and $[\theta = 2\pi (t^2 - 2t)]$, where r is expressed in millimeters, t in seconds, and θ in radians.

Find: The radial and transverse components of the force exerted on the collar when $t = 0\ s$

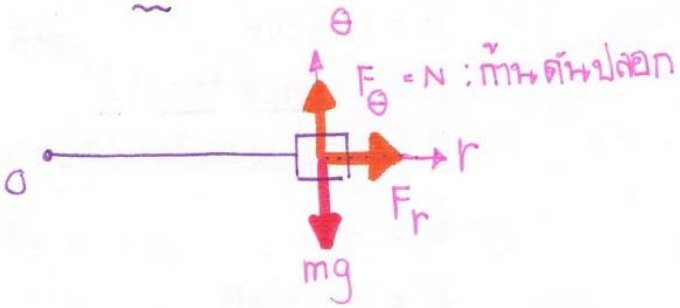
↳ F_r , F_θ ↵



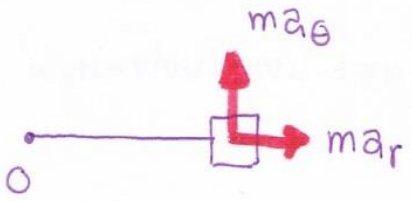
$t=0$ S

$r = 500+300\sin\pi t$	mm	$r = 500\ mm = 0.5\ m$
$\dot{r} = 300\pi\cos\pi t$	mm/s	$\dot{r} = 300\pi$ mm
$\ddot{r} = -300\pi^2\sin\pi t$	mm/s^2	$\ddot{r} = 0$
$\theta = 2\pi(t^2-2t)$	rad	$\theta = 0$
$\dot{\theta} = 2\pi(2t-2)$	rad/s	$\dot{\theta} = -4\pi$
$\ddot{\theta} = 4\pi$	rad/s^2	$\ddot{\theta} = 4\pi$

FBD



KD



$\xrightarrow{+}$ r : $\Sigma F_r = ma_r$

$F_r = m[\ddot{r} - r(\dot{\theta})^2]$

$F_r = 0.4[0 - 0.5(-4\pi)^2]$

$F_r = -31.58\ N$

$\therefore$ $F_r = 31.58\ N \leftarrow$

$+\uparrow \theta$: $\Sigma F_\theta = ma_\theta$

$F_\theta - mg = m[r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}]$

$F_\theta - 0.4(9.81) = 0.4[0.5(4\pi) + 2(0.3\pi)(-4\pi)]$

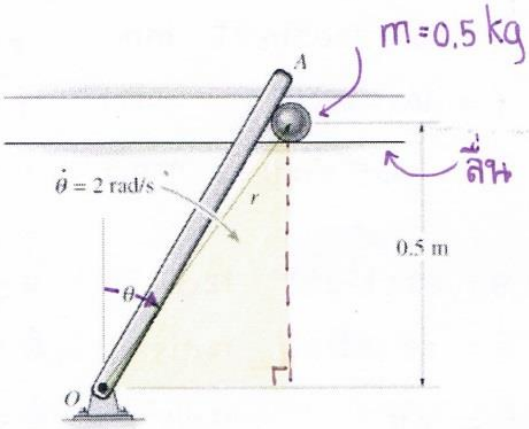
$F_\theta = -3.038\ N$

$\therefore$ $F_\theta = 3.04\ N \downarrow$

2 **Given**: The particle has a mass of 0.5 kg and is confined to move along the smooth horizontal slot due to the rotation of the arm OA.

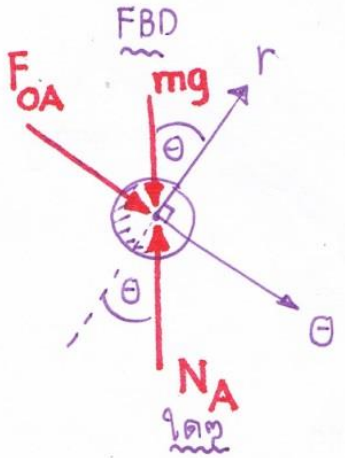
Find: The force of the rod on the particle (F_{OA}) and the normal force of the slot on the particle (N_A) when $\theta = 30°$. The rod is rotating with a constant angular velocity $\dot{\theta} = 2$ rad/s. Assume the particle contacts only one side of the slot at any instant

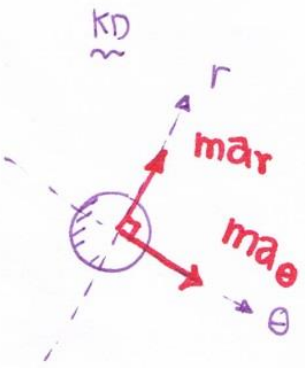
$\theta = 30°$ $\dot{\theta} = 2$ rad/s



m = 0.5 kg

ลื่น





$r\cos\theta = 0.5$

$r = 0.5\sec\theta$

$\dot{r} = (0.5\sec\theta\cdot\tan\theta)\dot{\theta}$

$\ddot{r} = (0.5\sec\theta\cdot\tan^2\theta)\dot{\theta}^2 + (0.5\sec^3\theta)\dot{\theta}^2 + 0$

θ = ?

$\dot{\theta} = 2$ rad/s

$\ddot{\theta} = 0$ rad/s^2

$\frac{d}{dt}(uvw) = \dot{u}vw + u\dot{v}w + uv\dot{w}$

เทียบค่า

คิดที่ $r = 0.5774$ m

$\dot{r} = 0.6667$ m/s

$\ddot{r} = 3.849$

$\theta = 30°$

r: $\Sigma F_r = ma_r$

$N_A\cos\theta - mg\cos\theta = m(\ddot{r} - r(\dot{\theta})^2)$

$N_A\cos 30° - 0.5(9.81)\cos 30° = 0.5[3.849 - 0.5774 \times 4]$

$N_A = 5.79$ N ↑

θ: $\Sigma F_\theta = ma_\theta$

$F_{OA} + mg\sin\theta - N_A\sin\theta = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$

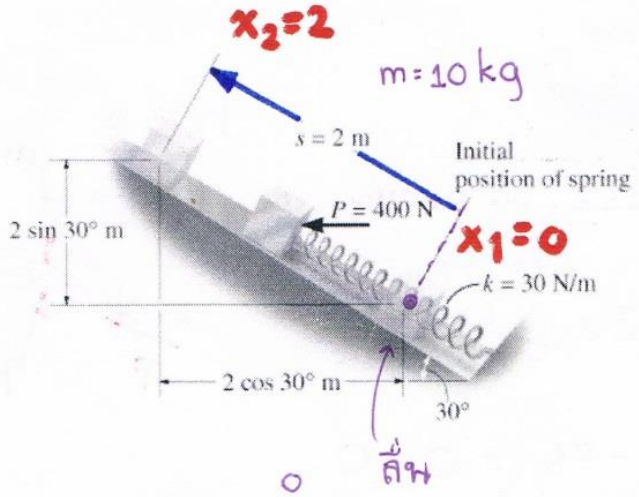
$F_{OA} + 0.5(9.81)\sin 30° - 5.79\sin 30° = 0.5[0.5774(0) + 2(0.6667)(2)]$

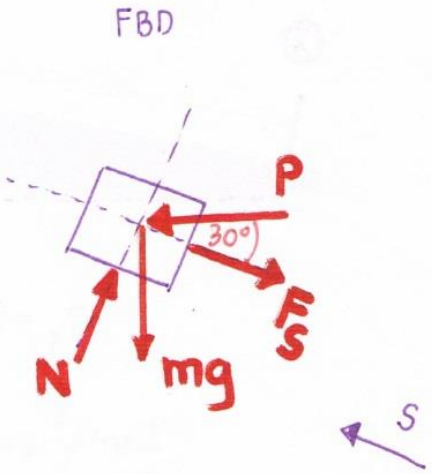
$F_{OA} = 1.78$ N ↘

Problems Kinetics of Particles : Work and Energy (Principle of work and Energy)

1 **Given:** The 10-kg block shown below rests on the smooth incline. If the spring is originally unstretched,

Find: the total work done by all the forces acting on the block when a horizontal force P=400 N pushes the clock up the plane s=2 m.





$$U_T = U_P + \cancel{U_N}^{0} + U_{mg} + U_{F_S}$$

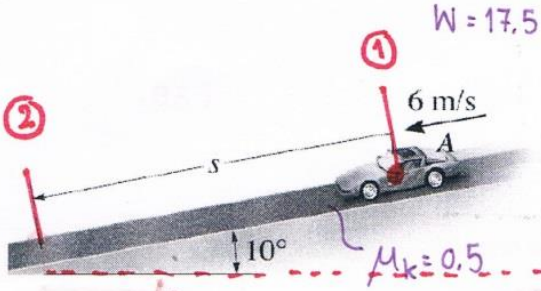
$$= +(P\cos 30^\circ)s - (mg\sin 30^\circ)s - \frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$$

$$= 400\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(2) - 10(9.81)\left(\frac{1}{2}\right)(2) - \frac{1}{2}(30)(2^2 - 0)$$

$$U_T = 535 \text{ J} \quad \#$$

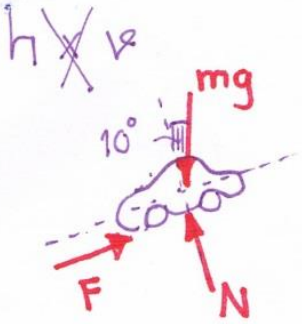
2 **Given:** A 17.5 kN automobile is traveling down a 10° inclined road at a speed of 6 m/s. If the driver jams on the brake, causing his wheels to lock,

Find: how far s his tires skid on the road. If the coefficient of kinetic friction between the wheel and the road is μ_k=0.5.



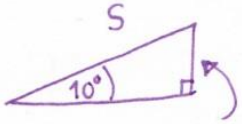
W = 17.5 kN

$\mu_k = 0.5$ — datum



$T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2$ ($\Sigma U_{1\to 2} = U_P + U_F$)

$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 - FS = 0 + 0$



$h = S\sin 10^\circ$

$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 - (\mu_k mg\cos 10^\circ)S = 0$

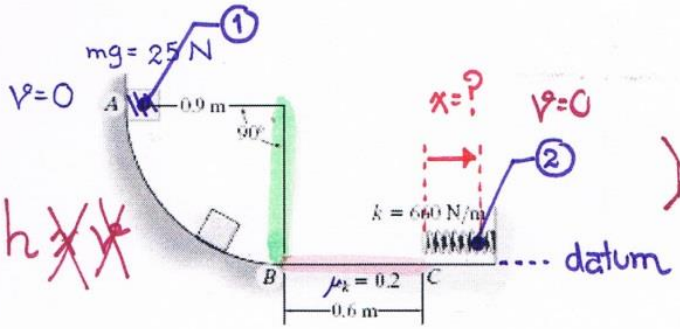
$\frac{1}{2}(6)^2 + 9.81(S\sin 10^\circ) - 0.5(9.81)\cos 10^\circ S = 0$

$S = 5.75$ m #

Problems Kinetics of Particles : Work and Energy (Conservation of Energy)

1 **Given:** the 25 N block is released from rest at A and slides down the smooth circular surface AB. It then continues to slide along the horizontal rough surface (ขรุขระ) until it strikes the spring.

Find: how far it compresses the spring before stopping.



μ - สปส.ความเสียดทาน
μs ไม่คงที่
μk คงที่
static
kinetic
$f = \mu N$

$T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2$

$\frac{1}{2}mv_1^2 + [mgh_1 + \frac{1}{2}kx_1^2] + U_F + U_f = \frac{1}{2}mv_2^2 + [mgh_2 + \frac{1}{2}kx_2^2]$

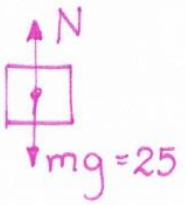
$25(0.9) - fs = \frac{1}{2}(660)x^2$

$22.5 - \mu N(0.6+x) = 330x^2$

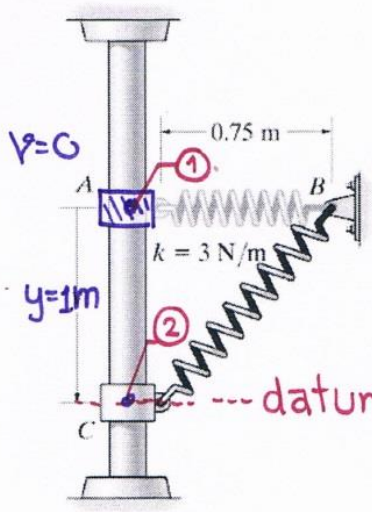
$22.5 - 0.2(25)(0.6+x) = 330x^2$

$330x^2 + 5x - 19.5 = 0$

$x = 0.236$ m #

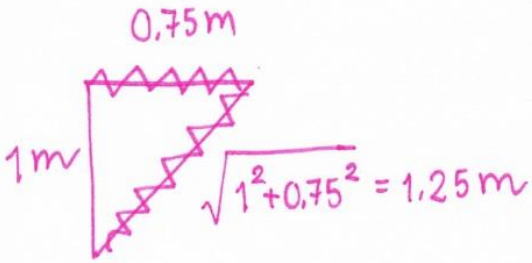


2 A smooth 2-kg collar, shown in Fig. 14–23*a*, fits loosely on the vertical shaft. If the spring is unstretched when the collar is in the position *A*, determine the speed at which the collar is moving when $y = 1$ m, if (a) it is released from rest at *A*, and



(a)

$v=0$ $y=1m$ h x v



$$T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to2} = T_2 + V_2$$

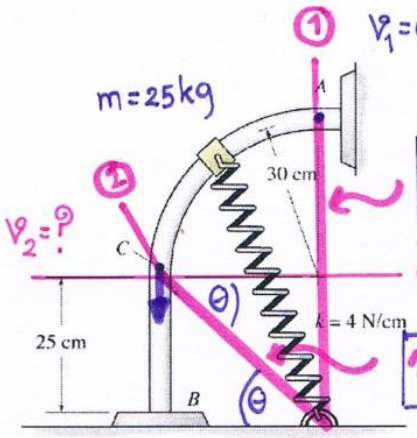
$$mgh_1 + 0 = \frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$2(10)1 = \frac{1}{2}(3)[1.25-0.75]^2 + \frac{1}{2}(2)v_C^2$$

$$\therefore\ v_C = 4.43 \text{ m/s}\ \#$$

3 **Given:** The 25 kg collar is released from rest at A and travels along the smooth guide. The spring has an unstretched length of 30 cm, and point C is located just before the end of the curved portion of the rod $x_0 = 30\ cm$

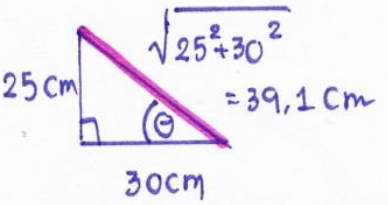
Find: its speed when its center reaches point C and the normal force it exerts on the rod at this point.



$x_1 = 55 - 30 = 25\ cm$

$x_2 = 39.1 - 30 = 9.1\ cm$

$N_c = ?$



$$k = 4\ \frac{N}{cm} = \frac{4}{0.01}\ \frac{N}{m} = 400\ \frac{N}{m}$$

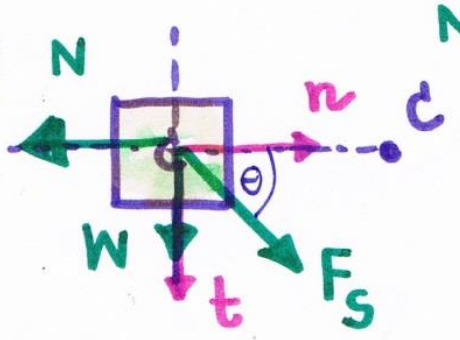
(1) $T_1 + V_1 + \sum U_{1\to 2} = T_2 + V_2$

$$mgh + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$25(9.81)[0.3] + \frac{1}{2}(400)0.25^2 = \frac{1}{2}(25)v_2^2 + \frac{1}{2}(400)(0.091)^2$$

$$v_c = v_2 = 3.796\ m/s$$

(2)



N ⊥ rod

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{25}{30}\right) = 39.8°$

n: $\sum F_n = ma_n = m\frac{v^2}{\rho}$

$$F_s\cos 39.8° - N = m\frac{v^2}{\rho}$$

$$400\left(\frac{9.1}{100}\right)\cos 39.8° - N = 25\frac{(3.796)^2}{0.3}$$

$$\therefore N = 94.6\ N\ \#$$

Given: A 50-N load (B) is hoisted by the pulley system and motor M. The motor has an efficiency of 0.76 and exerts a constant force of 30 N on the cable. Neglect the mass of the pulleys and cable.

Find: The power supplied to the motor when the load has been hoisted 10 m. The block started from rest.

$s_M + 2s_B = l$

$v_M + 2v_B = 0$

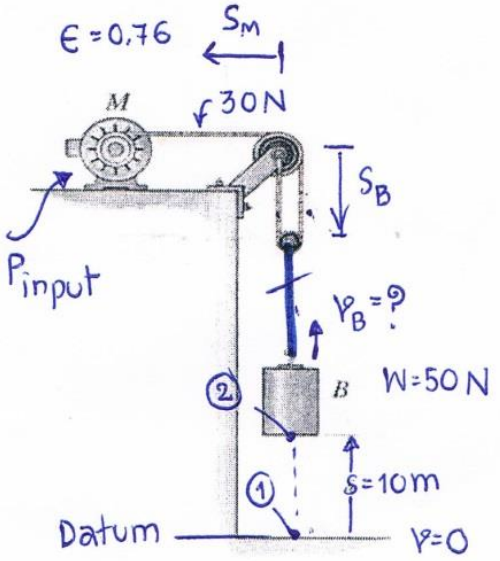
$v_{\text{เส้นคู่}} = 2v_{\text{เส้นเดี่ยว}}$

Efficiency

$$\epsilon = \frac{P_{output}}{P_{input}}$$

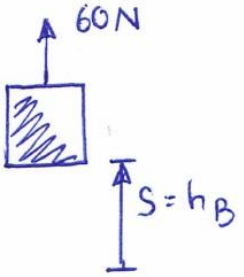
$$P = \frac{U}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$$

watt



From $\epsilon = \frac{P_{output}}{P_{input}} \rightarrow P_{in} = \frac{P_{out}}{\epsilon} = \frac{F_{motor}\, v_{motor}}{\epsilon}$ — (1)

พิจารณา load B



$$T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2$$

$$0 + 0 + 60(10) = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$600 = \frac{1}{2}\left(\frac{50}{9.81}\right)v_B^2 + 50(10)$$

$$v_B = 6.264 \text{ m/s}$$

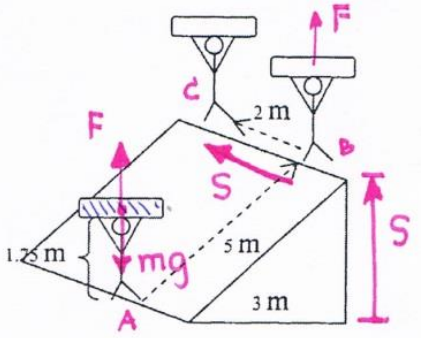
จาก (1), $P_{in} = \frac{30\,[2 \times 6.264]}{0.76}$

$= 494.5$ W #

Midterm 2556 (JAN) ($g = 10\ m/s^2$)

1. จงหางานที่เกิดขึ้นในกรณีต่อไปนี้ (15 คะแนน ข้อละ 5 คะแนน)

1.1 นาย ก สูง 175 cm แบกของหนัก 50 N เดินขึ้นไปบนพื้นเอียงตามเส้นทางดังรูปด้วยอัตราเร็วคงที่ จงหางานที่นาย ก ทำ



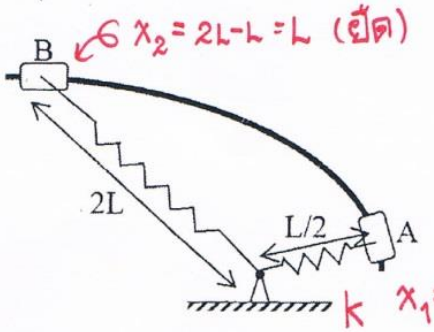
$U_F = U_{AB} + U_{BC}$ (F⊥S)

$= +FS + 0$

$= mgS$

$= (50)4 = 200\ J$ #

1.2 ปลอกถูกสวมบนเส้นลวดโค้ง และถูกผูกติดกับสปริงที่มีค่าคงที่ k ยาวปกติ L จงหาขนาดของงานเนื่องจากแรงสปริงถ้าวัตถุเคลื่อนที่จาก A ไป B



$x_2 = 2L - L = L$ (ยืด)

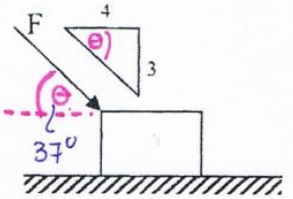
$x_1 = L - \frac{L}{2} = \frac{L}{2}$ (หด)

$U_S = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$

$= -\frac{1}{2}k\left[L^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2\right]$

$= -\frac{3}{8}kL^2$ #

*** 1.3 ออกแรงขนาด $F = 2s + 2$ นิวตันผลักกล่องที่วางนิ่งอยู่บนพื้นลื่นในทิศดังรูป จงหางานของแรงนี้เมื่อผลักให้กล่องเคลื่อนที่ไปได้ 5 เมตร (ไม่คงที่)



$\vdash s = 5\ m \dashrightarrow$

(ทำให้ F//S)

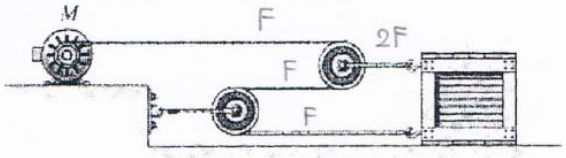
$U_F = \int F\,ds\,(\cos 37^\circ)$

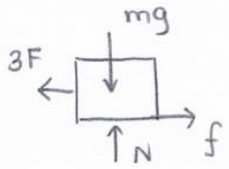
$= \int_0^5 (2s+2)\,ds \times \frac{4}{5}$

$= (s^2 + 2s)\Big|_0^5 \times \frac{4}{5}$

$= (25+10) \times \frac{4}{5} = 28\ J$ #

2. มอเตอร์ออกแรงที่ไม่คงที่โดยมีความสัมพันธ์กับเวลา $F = 8t^2 + 20$ โดยมีหน่วยเป็นนิวตัน และ t มีหน่วยเป็นวินาที โดยมอเตอร์ถูกใช้ในการดึงกล่องมวล 220 kg ผ่านระบบรอกดังรูป ถ้ามอเตอร์ดึงเป็นเวลา 6 วินาที จงหางานที่เกิดขึ้นจากแรงทั้งหมดในกรณีต่อไปนี้ (20 คะแนน)





a. พื้นลื่นไร้แรงเสียดทาน

b. พื้นมีความฝืด โดยมี สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต 0.3 และ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ 0.2

a) $\Sigma F = ma$

$3F = ma$

$3(8t^2+20) = 220a$

$a = \frac{3}{220}(8t^2+20)$

$\int_0^v dv = \int_0^t a\,dt$

$v = \int_0^t \frac{3}{220}(8t^2+20)dt$

$v = \frac{3}{220}\left(\frac{8}{3}t^3+20t\right)$

จาก $\frac{W}{t} = (3F)v$

$\frac{W}{6} = 3[8\times6^2+20]\frac{3}{220}\left(\frac{8}{3}\times6^3+20\times6\right)$

$W = 5.26\times10^4$ J #

(b) หา t ที่เริ่มเคลื่อนที่

$\Sigma F_x = 0$; $3F - f_s = 0$

$3(8t^2+20) = \mu_s mg$

$= 0.3(220$

$t = 5$ s

$\Sigma F = ma$

$3(8t^2+20) - f_k = 220a$

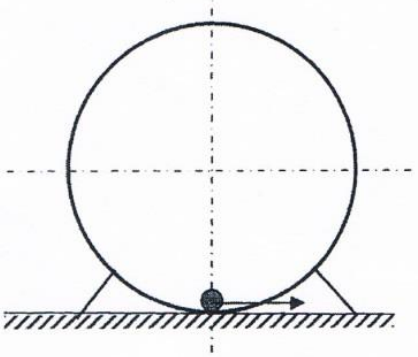
$3(8t^2+20) - \mu_k mg = 220$

$a = \frac{3}{220}(8t^2+20) - 2$

$v = \frac{3}{220}\left(\frac{8}{3}t^3+20t\right) - 2$

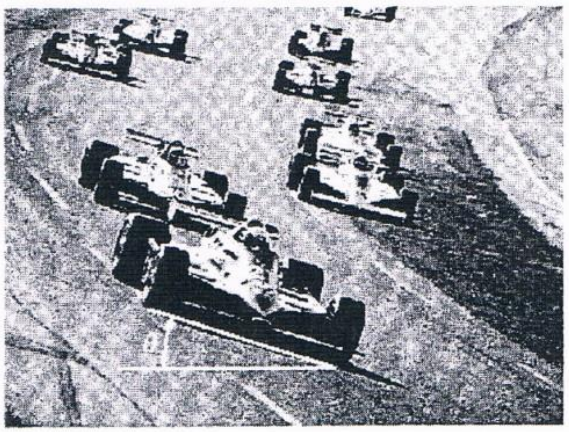
3. จากรูปดีดลูกบอลออกไปตามแนวราบด้วยอัตราเร็ว $2\sqrt{Rg}$ ไปตามทางโค้งลื่นรัศมี R ซึ่งวางอยู่ในระนาบดิ่ง จงหาว่าลูกบอลจะเริ่มหลุดจากรางโค้งที่ระดับความสูงวัดจากพื้นราบตามแนวดิ่งเป็นกี่เท่าของรัศมี (15 คะแนน)

$t = 1$ s ; $v =$



ตอนที่3 ทดสอบ Force mass and acceleration ออกและตรวจโดย อาจารย์ ชลิตา หิรัญสุข

หาอัตราเร็วของรถแข่งตามภาพประกอบโดยที่ไม่ต้องอาศัยแรงเสียดทานรถแข่งก็ยังเคลื่อนที่ต่อไปได้โดยไม่เลื่อนขึ้นหรือลงตามการลาดเอียงของพื้นถนน รถแข่งมวล m เคลื่อนที่ตามโค้งรัศมี ρ พื้นถนนเอียงทำมุม θ ตามภาพประกอบ (Free Body Diagram 5 คะแนน Kinetic Diagram 5 คะแนน และหาอัตราเร็วของรถแข่ง 10 คะแนน)



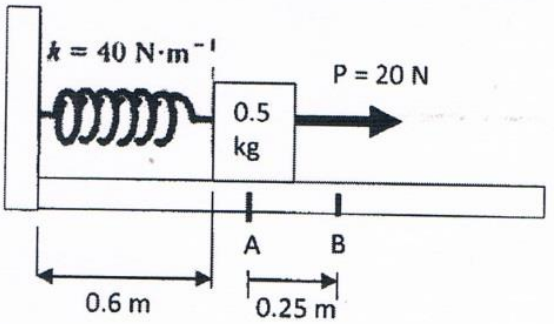
ต่อมาถ้ารถแข่งคันดังกล่าวต้องการเปลี่ยนช่องจราจรให้ไกลออกมาจากจุดศูนย์กลางโดยที่อัตราเร็วของรถยังคงเท่าเดิม หาค่าแรงกระทำต่อรถเมื่อรถห่างมาจากจุดเดิมเป็นระยะขจัด r ด้วยมุม σ และกำหนดให้ $\ddot{r} = 0$ ความเร็วของรถทำมุม α กับ r และกำหนดให้ $\ddot{\theta} = 0$ (10 คะแนน)

$v_r = \dot{r}$, $v_0 = r\dot{\theta}$, $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$, $a_0 = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$, $\tan\Psi = r / (dr/d\theta)$

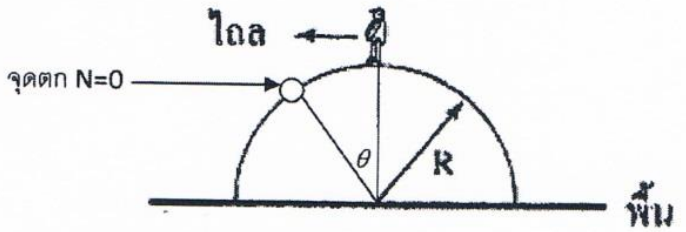
Midterm 2556 (Aug) (Don't use Calculator)

ข้อ 3 Work and Energy (25 คะแนน)

3.1 จากรูป สปริงมีความยาวปกติ 0.6 m ถูกผูกกับวัตถุมวล 0.5 kg วางอยู่บนพื้นราบลื่น เริ่มต้นวัตถุหยุดนิ่ง ต่อมามีแรง P = 20 N ดึงวัตถุออกไป จงหาว่าที่จุด B วัตถุจะมีความเร็วเท่าไร

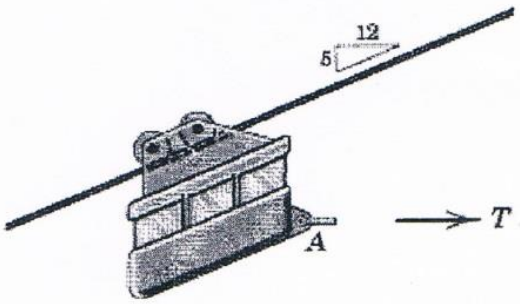


3.1 ก้อนน้ำแข็งลื่นรูปครึ่งทรงกลมรัศมี R มีเด็กคนหนึ่งยืนอยู่บนยอด ทันใดนั้นก็ไถลตกลงมาจากสภาพหยุดนิ่งนั้น อยากทราบว่าเด็กจะเริ่มไม่สัมผัสผิวน้ำแข็งเมื่อเขาอยู่สูงจากพื้นเท่าไร

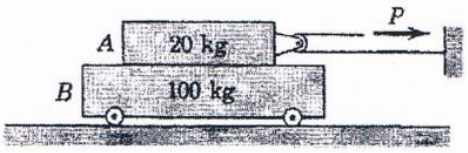


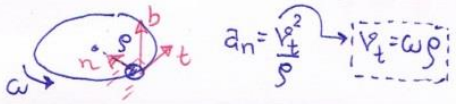
Midterm 2555 (Dec) ($g = 10\ m/s^2$)

ข้อ 2.1 [*10 คะแนน*] รถกระเช้ามวล 260 kg เคลื่อนไปตามสายเคเบิลตรึง ด้วยแรงดึงในแนวระดับ (T) ที่จุด A เท่ากับ 2.6 kN จงหา ความเร่งของรถกระเช้าขณะนั้น

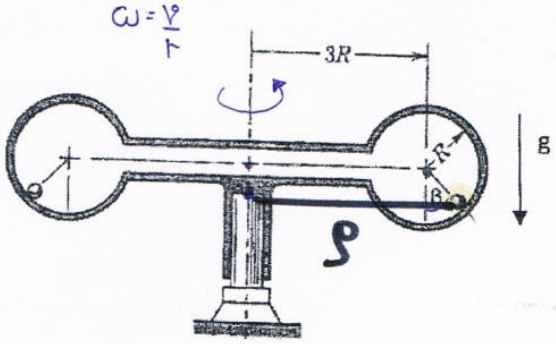


ข้อ 2.2 [*15 คะแนน*] ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตและจลน์ระหว่างกล่องมวล 20 kg และรถเลื่อนมวล 100 kg มีค่าเท่ากับ 0.50 และ 0.40 ตามลำดับ และพื้นลื่นไร้แรงเสียดทาน ถ้าออกแรงดึง P เท่ากับ 65 N จงหาความเร่งของกล่อง A และกล่อง B

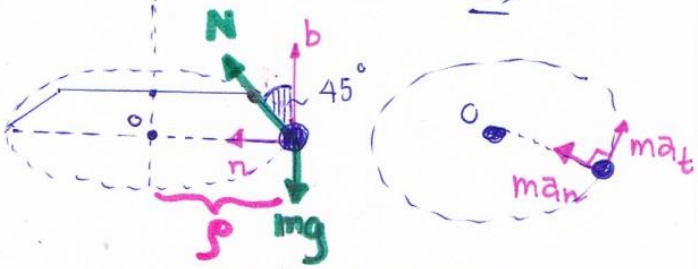




ข้อ 3.1 [13 คะแนน] จากรูปลูกเหล็กทรงกลมเล็กๆ เคลื่อนที่อย่างอิสระบนผิวลื่นภายในของห้องทรงกลมที่กำลังหมุนรอบแกนในแนวดิ่ง ซึ่งค่า R มีค่าเท่ากับ 200 mm ถ้าลูกกลมเล็กเคลื่อนที่ถึงสภาวะคงที่ (ไม่มีการกลิ้ง) ที่ตำแหน่งมุม $\beta = 45^\circ$ จงหาความเร็วเชิงมุมของอุปกรณ์ดังกล่าว → $R = 0.2\,m$



FBD แกน t พุ่งเข้ากระดาษ



n: $\sum F_n = ma_n$

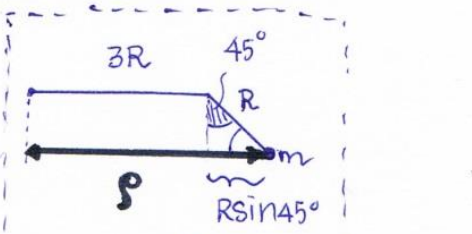
$N\sin 45^\circ = m\frac{v_t^2}{\rho} = m\frac{(\omega\rho)^2}{\rho}$

$N\sin 45^\circ = m\omega^2\rho$ —①

b: $\sum F_b = ma_b$

$\uparrow = \downarrow$

$N\cos 45^\circ = mg$



$\rho = 3R + \frac{\sqrt{2}}{2}R$

$= 0.6 + \frac{0.2\sqrt{2}}{2}$

$= 0.6 + 0.1414 = 0.7414\,m$

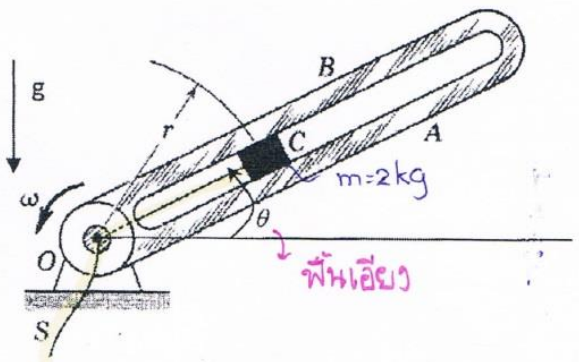
$\left(\frac{mg}{\cos 45^\circ}\right)\sin 45^\circ = m\omega^2\rho$

$g = \omega^2(0.7414) \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{10}{0.7414}} = 3.67\ \frac{rad}{s}$ #

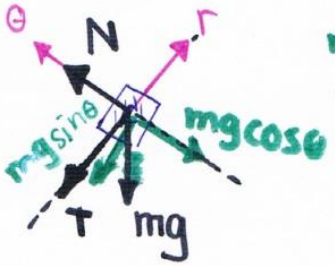
ข้อ 3.2 [12 คะแนน] แขนที่มีร่องหมุนลื่นอยู่ในระนาบดิ่ง เชือก S ดึงตัวเลื่อน C ซึ่งมีมวล 2 kg เข้าหาจุด O ด้วยอัตราคงที่ 50 mm/s ที่ตำแหน่ง r= 250 mm แขนมีความเร็วเชิงมุมในทิศทวนเข็มนาฬิกาเท่ากับ ω = 8 rad / s และมีความเร็วลดลงในอัตรา 2 rad / s^2 จงหาแรงดึงในเชือก (T) และแรงที่ร่องแขนกระทำต่อตัวเลื่อน C ที่ตำแหน่ง $\theta = 30^\circ$

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$

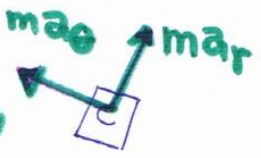
$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$



FBD



kD



$r = 0.25\ m$ $\quad \theta = 30^\circ$

$\dot{r} = -0.05\ m/s$ (ลงที่) $\quad \omega = \dot{\theta} = 8\ rad/s$

$\ddot{r} = 0\ m/s^2$ $\quad \ddot{\theta} = -2\ rad/s^2$

+↗ r: $\sum F_r = ma_r$ | +↖ θ: $\sum F_\theta = ma_\theta$

$-T - mg\sin\theta = m[\ddot{r} - r\dot{\theta}^2]$ | $N - mg\cos\theta = m[r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}]$

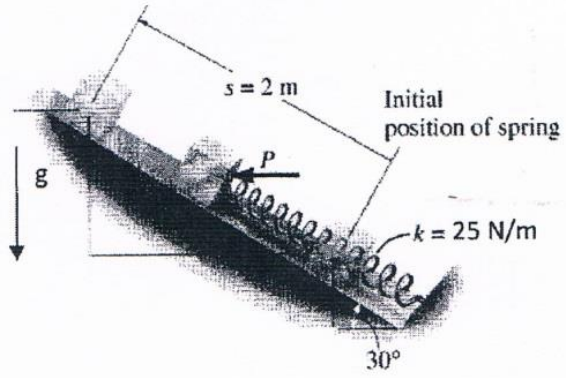
$-T - 20\left(\frac{1}{2}\right) = 2[0 - 0.25(8)^2]$ | $N - 20\frac{\sqrt{3}}{2} = 2[0.25(-2) + 2(-0.05)8]$

$T = 22\ N$ (ตามรูป) # | $N = 10\sqrt{3} - 2.6$

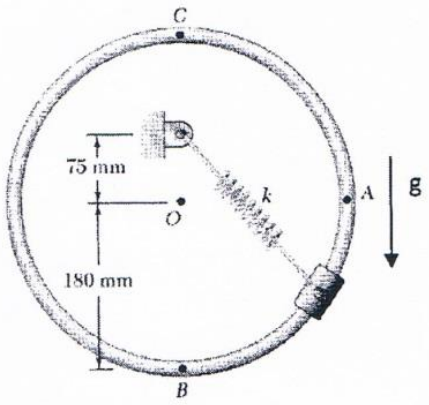
$= 17.32 - 2.6 = 14.72\ N$ #

$\sqrt{2} = 1.414$ $\quad \sqrt{3} = 1.732$ $\quad \sqrt{5} = 2.236$

ข้อ 4.1 [*12 คะแนน*] วัตถุก้อนหนึ่งหนัก 50 N ถูกผูกติดกับสปริงมีค่าคงที่ 25 N/m ปลายอีกข้างของสปริงตรึงกับผนังที่ปลายพื้นเอียงลื่นที่ทำมุม 30 องศากับแนวราบ ดังรูป ถ้าเริ่มต้นวัตถุวางนิ่งอยู่ในสภาพสมดุล แล้วมีแรง P มากระทำต่อวัตถุ โดยแรง P มีค่าไม่คงที่และมีความสัมพันธ์กับระยะตามแนวพื้นเอียง (S) ดังสมการ $P = 20\sqrt{3}\,S^2\ N$ ให้เคลื่อนที่ไปตามพื้นเอียงได้เป็นระยะทางทั้งหมด 2 m จงหางานที่เกิดขึ้นจากแรงทั้งหมด และขนาดของความเร็วในขณะนั้น

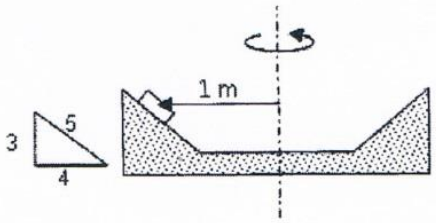


ข้อ 4.2 [*13 คะแนน*] ปลอกเหล็กมวล 2 kg ถูกผูกติดกับสปริงที่มีความยาวปกติ 105 mm โดยปลอกเหล็กดังกล่าวถูกสวมอยู่ในรางโค้งวงกลมในระนาบดิ่ง ไร้แรงเสียดทาน ถ้าดึงปลอกมาที่จุด B แล้วปล่อย จงหาว่าจะต้องใช้สปริงที่มีค่าคงที่เท่าไรปลอกจึงจะเคลื่อนที่ไปตามรางโค้งวงกลม

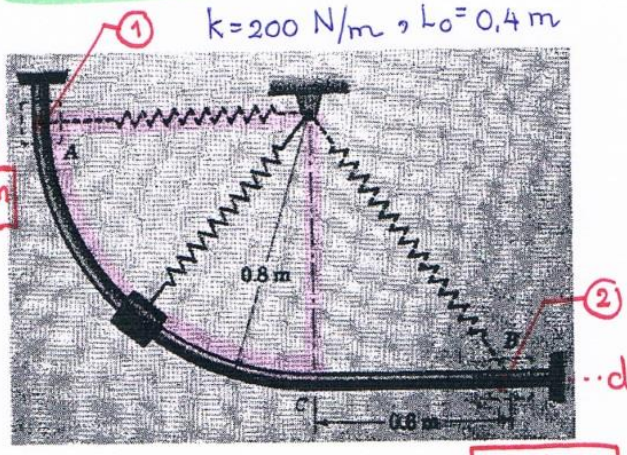


Midterm 2555 (Aug) ($g = 10\ m/s^2$)

[20 คะแนน] จากรูปวัตถุมวล 1 kg วางนิ่งอยู่บนจานขอบเอียงที่กำลังหมุนอยู่ดังรูป ถ้าสัมประสิทธิของความเสียดทานสถิตระหว่างวัตถุกับผิวจานหมุนมีค่าเท่ากับ 0.5 จงหาความเร็วเชิงมุมสูงที่สุดของจานหมุนที่ยังคงทำให้วัตถุยังคงวางนิ่งอยู่บนจานหมุนได้ (กำหนดให้ใช้ $g=10\ m/s^2$)



[20 คะแนน] จากรูป มวล 4กิโลกรัม ซึ่งผูกติดอยู่กับสปริง ที่มีค่าความยาวสมดุล 0.4 เมตร และค่าความแข็ง 200 N/m หลังจากมวลถูกปล่อยให้เคลื่อนที่จากหยุดนิ่งที่ตำแหน่ง A โดยไม่คิดแรงเสียดทาน อยากทราบว่า ความเร็วของมวลเมื่อถึงตำแหน่ง B มีค่าเท่าไร



$T_1+V_1+\sum U_{1\to 2} = T_2+V_2$

$mgh_1+\frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_2^2+\frac{1}{2}mv_2^2$

$4(10)(0.8)+\frac{1}{2}(200)[0.4^2-0.6^2] = \frac{1}{2}(4)v^2$

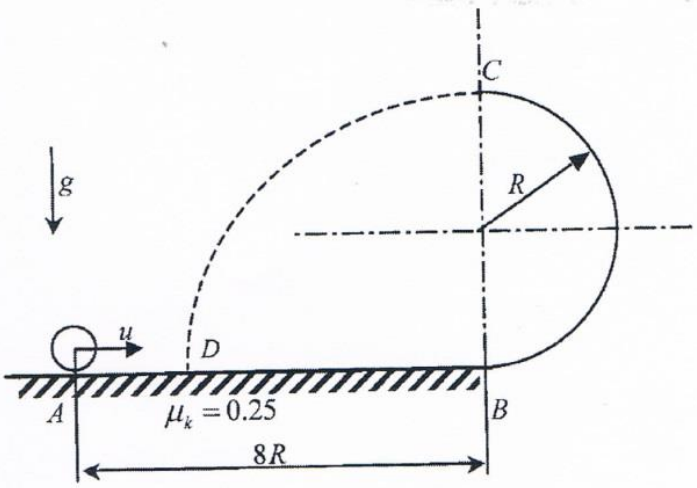
$32-20 = 2v^2$

$v = \sqrt{6}\ m/s$ #

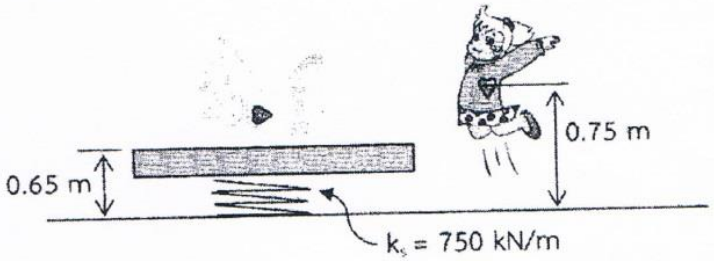
Midterm 2554 (Dec) (No Calculator)

ขว้างลูกบอลออกไปจากจุด A ด้วยความเร็วต้น ทิศทางดังรูปไปตามพื้นราบผิวขรุขระ AB ซึ่งมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เท่ากับ 0.25 และมีความยาว 8 เท่าของรัศมีของรางโค้งรูปครึ่งวงกลมไร้ความเสียดทาน BC ดังรูป จงหาความเร็ว **น้อยที่สุด** ที่ **ทำให้ลูกบอลเคลื่อนที่ผ่านรางโค้ง BC ได้พอดี** และจุดที่บอลตกจากพื้น (จุด D) อยู่ห่างจากจุด A เท่ากับเท่าไร?

(แนะนำ ให้เขียน FBD และ KD ที่จุด C เพื่อหาความเร็วที่จุด C มาก่อน)



หลังจากทราบคะแนนสอบกลางภาควิชา Dynamics แล้ว มาริสา ก็ดีใจมาก จนเผลอกระโดดตัวลอย แล้วทิ้งตัวลงบนเตียง (สั่งทำพิเศษจาก USA) ดังรูป ถ้า มาริสากระโดดได้สูง 0.75 เมตร จากระดับพื้น จงหาว่าระยะยุบตัวของที่นอนจะมีค่าเท่าใด หากเริ่มต้นไม่มีการยืดหดของสปริง มาริสาหนัก 75 กิโลกรัม (*อิอิ... น้ำหนักขึ้นนิดหน่อยช่วงอ่านหนังสือสอบน่ะ*)



Midterm 2553 (Aug)

ข้อ 2 (20 คะแนน)

วัตถุ A และ B ดังรูป เริ่มเคลื่อนที่จากหยุดนิ่ง บนพื้นเอียงที่มีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน $\mu_k = 0.20$ โดยให้สมมุติว่ารอกทั้งหมดมีน้ำหนักน้อยมากๆ และไม่มีแรงเสียดทานเกิดขึ้นในตัวรอกทั้งหมด

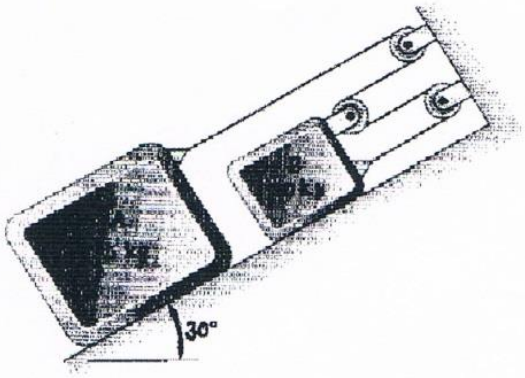
2.1) หาความสัมพันธ์ของความเร่งระหว่างวัตถุ A และวัตถุ B [2 คะแนน]

2.2) เขียน Free-Body Diagram (FBD) และ Kinetic Diagram (KD) ของวัตถุ A และ B พร้อมทั้งแสดงแกนอ้างอิงบนรูปด้วย [6 คะแนน]

2.3) เขียนสมการแสดงการเคลื่อนที่ (Equations Of Motion) ในแต่ละแกน ของวัตถุแต่ละวัตถุ [8 คะแนน]

2.4) คำนวณหาค่าความเร่งของวัตถุ A และของวัตถุ B [3 คะแนน]

2.5) หาแรงตึงเชือก [1 คะแนน]



ข้อ 3 (20 คะแนน)

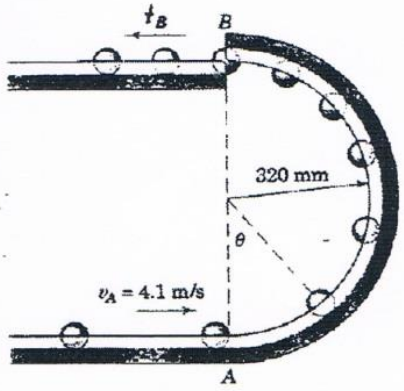
ลูกบอลเหล็กขนาดเล็กมวล 65 g กลิ้งไปตามรางดังรูป ถ้าลูกบอลกลิ้งผ่านจุด A ด้วยความเร็ว 4.1 m/s และไม่คิดแรงเสียดทาน

3.1 จงเขียน Free-Body Diagram(FBD) และ Kinetic Diagram (KD) ของลูกบอลเหล็กเมื่อผ่านส่วนโค้ง AB ที่มุม θ พร้อมทั้งแสดงแกนอ้างอิงบนรูปด้วย [4 คะแนน]

3.2 จากนั้นเขียนสมการแสดงการเคลื่อนที่(Equations Of Motion) ในแต่ละแกน [4 คะแนน]

3.3 จงหาแรง N ที่ส่วนโค้ง AB กระทำต่อลูกบอลแต่ละลูกในเทอมของมุม θ [6 คะแนน]

3.4 จงหาความเร็ว v_B ของลูกบอลเมื่อผ่านจุด B [4 คะแนน]



ข้อ 4 (20 คะแนน)

ปลอกหนัก 300 N (คิดเป็นมวล~30 kg) สวมอยู่บนแท่งเหล็กโดยผิวสัมผัสมีสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์ $\mu_k = 0.40$ โดยติดอยู่กับสปริงที่มีความยาวสมดุล (unstretched length) 0.5 m และค่านิจของสปริง k=50 N/m เริ่มต้นปลอกอยู่นิ่งที่จุด A ปลอกหยุดนิ่ง แล้วมีแรง F ดึงปลอกให้เคลื่อนไปเป็นระยะ s= 1.5 m

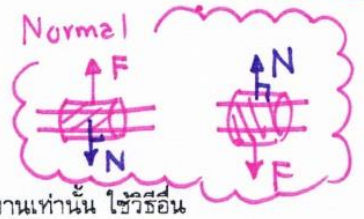
4.1 จงเขียน FBD ของปลอก [5 คะแนน] → ทุกแรง ยกเว้น mg, F_s

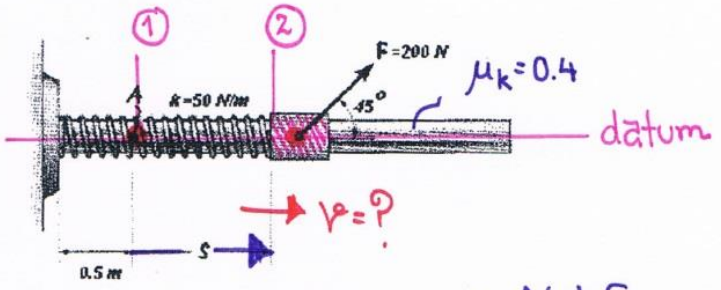
4.2 หางานที่เกิดจากแรงไม่อนุรักษ์ (non conservative force) [5 คะแนน]

4.3 ขนาดของความเร็วเมื่อปลอกเคลื่อนที่ไปได้ระยะ s=1.5 m (กำหนดให้ใช้วิธีงานและพลังงานเท่านั้น ใช้วิธีอื่นจะไม่ตรวจให้) [10 คะแนน]

N ⊥ rod

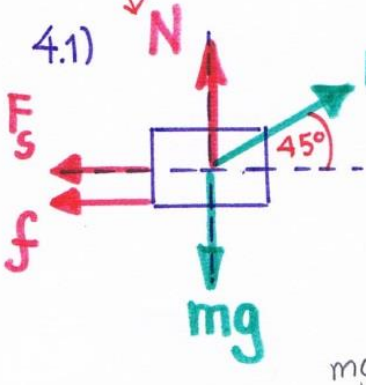
Normal





FBD

4.1)



ต้องพิจารณาสมดุลแกน y

$mg > F\sin 45°$

↑ = ↓

$N + 200\sin 45° = 300$

$N = 158.58$ N

N ⊥ S

4.2) $U_T = U_F + U_N + U_f$

$= (200\cos 45°)\,1.5 + 0 - \mu N s$

$= 200\frac{\sqrt{2}}{2} \times 1.5 - 0.4\,(158.58)\,1.5$

$U_T = 116.97$ J #

4.3) $T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2$ ($\Sigma U_{1\to 2} = U_F + U_f$)

$0 + 116.97 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$

$116.97 = \frac{1}{2}(50)1.5^2 + \frac{1}{2}(30)v^2$

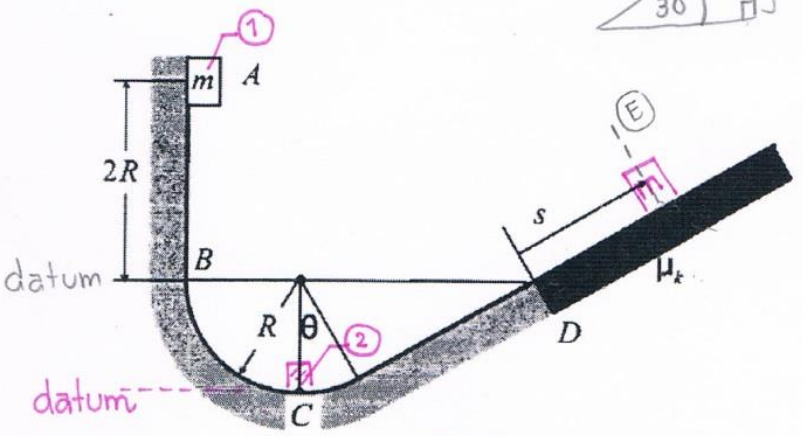
$v = 2.01$ m/s #

Midterm 2553 (Dec) (No Calculator)

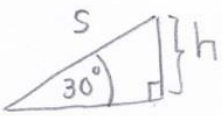
1. [20 คะแนน] วัตถุมวล m kg ถูกปล่อยจากจุด A และเคลื่อนที่ไปตามทางโค้งระนาบดิ่ง (vertical Plane) โดยที่จากจุด A ถึง D พื้นผิวเรียบลื่น (smooth) และจากจุด D เป็นต้นไปจะเป็นผิวขรุขระโดยมีค่าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์เป็น μ_k จงหา

a. แรงปฏิกิริยาที่พื้นกระทำต่อวัตถุที่จุด C

b. จงแสดงให้เห็นว่าระยะ s ที่วัตถุเคลื่อนที่ไปได้ไกลสุดวัดจากจุด D มีค่าเป็น $s = \dfrac{4R}{1+\mu_k\sqrt{3}}$



$\theta = 30°$



(b) $A \to E$: $T_A + V_A + \Sigma U_{A\to E} = T_E + V_E$

$mg(2R) - fs = mgh$

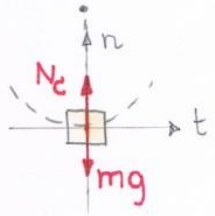
$2mgR - \mu N s = mg[s\cdot\sin 30°]$

$2mgR = \mu_k(mg\cos 30°)s + \frac{mg}{2}s$

$4R = (\sqrt{3}\mu_k + 1)s$

$s = \dfrac{4R}{(1+\mu_k\sqrt{3})}$ #

(a) FBD



(n-t) + (energy)

n : $\Sigma F_n = ma_n$

$N_c - mg = m\dfrac{v^2}{R}$ — ①

$A \to C$: $T_A + V_A + \Sigma U_{A\to C} = T_C + V_C$

$mg(3R) = \frac{1}{2}mv_c^2$

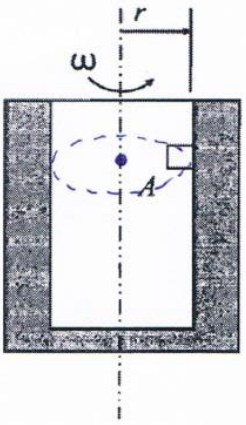
$v_c^2 = 6gR$ — ②

From ① ; $N_c - mg = \dfrac{m(6gR)}{R}$

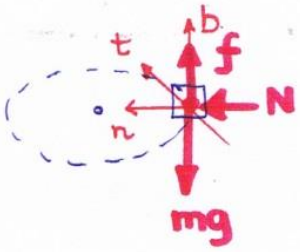
$N_c = 7mg$ #

2. [20 คะแนน] ก้อนอนุภาค A อยู่ในถังซึ่งหมุนรอบแกนในแนวดิ่งด้วยอัตราเร็วเชิงมุม ω rad/s ถ้าถังมีรัศมีเท่ากับ r m และมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต μ_s จงแสดงให้เห็นว่าอัตราเร็วเชิงมุมน้อยที่สุดของถังที่ทำให้ก้อนอนุภาค A ติดอยู่บนผิวถังได้มีค่าเท่ากับ $\omega = \sqrt{\frac{g}{\mu_s r}}$

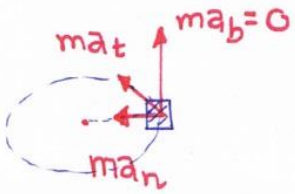
$v = \omega r$



FBD



KD



$n: \Sigma F_n = ma_n$

$N = \frac{mv^2}{r}$ —①

$b: \Sigma F_b = m\cancel{a_b}^{0}$ (สมดุล)

$f = mg$

$\mu_s N = mg$ —②

$\frac{①}{②}: \frac{1}{\mu_s} = \frac{v^2}{rg}$ $(v = \omega r)$

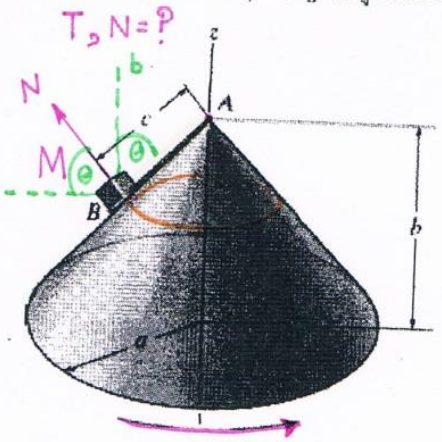
$\frac{1}{\mu_s} = \frac{\omega^2 r}{g}$

$\omega = \sqrt{\frac{g}{\mu_s r}}$ #

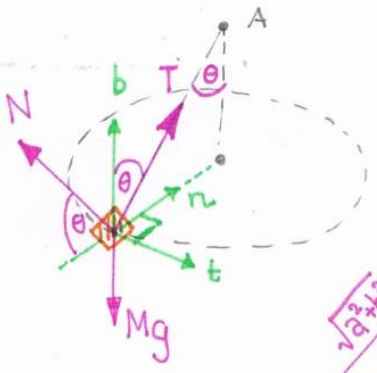
Midterm 2552 (Dec) ($g = 9.81\ m/s^2$)

ข้อที่ 1. Force mass and Acceleration (n – t or r –θ)

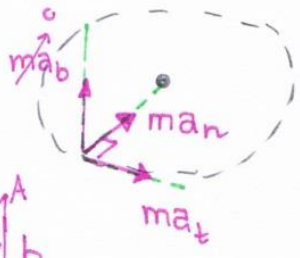
วัตถุ B มีมวล M kg ถูกแขวนจากจุด A บนรูปกรวยดังภาพไว้ด้วยเชือกที่มีน้ำหนักน้อยมาก กรวยหมุนรอบแกน Z ด้วยความเร็วเชิงมุมตามลูกศรในภาพทำให้วัตถุ B มีอัตราเร็ว v ที่อัตราเร็วนี้ หาค่าแรงตึงของเส้นเชือก (T) และแรงปฏิกิริยาที่กรวยกระทำกับวัตถุ B (N_B) ในรูปของ M, v, a, b, และ c

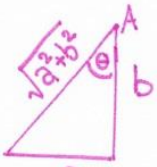


FBD



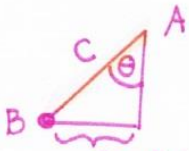
KD





$n: \quad \Sigma F_n = ma_n$

$T\sin\theta - N\cos\theta = M\frac{v^2}{\rho}$ —①



$\rho = C\cdot\sin\theta$

$b: \quad \Sigma F_b = m\cancel{a_b}^{\,0} \quad (\uparrow = \downarrow)$

$T\cos\theta + N\sin\theta = Mg$ —②

-- กำหนดให้ --

$\tan\theta = \frac{a}{b}$, $\cot\theta = \frac{b}{a}$

$\sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\cos\theta = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\frac{①}{\cos\theta}$; $T\tan\theta - N = \frac{Mv^2}{\rho\cos\theta}$ —③

$\frac{②}{\sin\theta}$; $T\cot\theta + N = \frac{Mg}{\sin\theta}$ —④

③+④; $T(\tan\theta+\cot\theta) = \frac{Mv^2}{C\cdot\sin\theta\cos\theta} + \frac{Mg}{\sin\theta}$

$$T = \frac{1}{[\tan\theta+\cot\theta]}\left\{\frac{Mv^2}{C\cdot\sin\theta\cos\theta} + \frac{Mg}{\sin\theta}\right\} \#$$

จาก④;

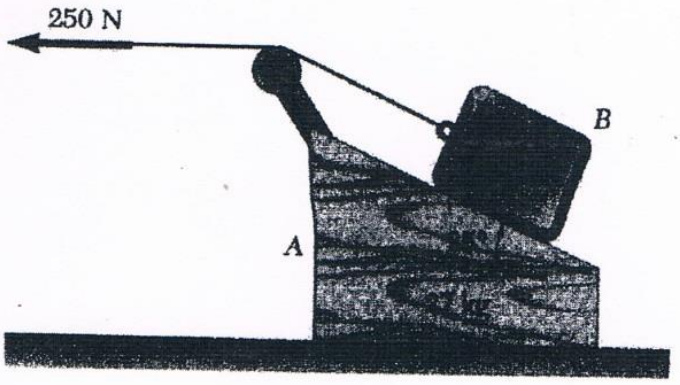
$$N = \frac{Mg}{\sin\theta} - \frac{\cot\theta}{[\tan\theta+\cot\theta]}\left\{\frac{Mv^2}{C\cdot\sin\theta\cos\theta} + \frac{Mg}{\sin\theta}\right\} \#$$

ข้อที่ 2. Force mass and Acceleration (x - y)

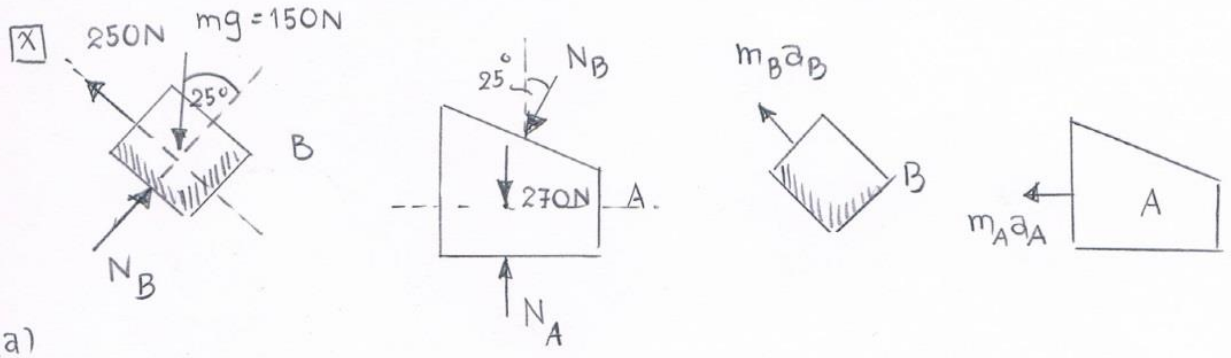
วัตถุ B มวล 15 kg วางอยู่บนวัตถุ A มวล 27 kg และผูกติดกับเชือกที่มีแรงขนาด 250 N กระทำในแนวนอนดังแสดงในรูป ถ้าไม่คิดแรงเสียดทาน จงหา

(a) ความเร่งของวัตถุ A (10 คะแนน)

(b) ความเร่งของวัตถุ B เทียบกับ A (10 คะแนน)



FBD KD



(a)

m_B : $\sum F_x = ma_x$

$250 - 150\sin 25^\circ = 15a_B$

$a_B = 12.44 \ \frac{m}{s^2}$

m_A : $\sum F_x = ma_x$

$N_B \sin 25^\circ = ma_A$

$N_B = 150\cos 25^\circ$

$(150\cos 25^\circ)\sin 25^\circ = 27a_A$

$a_A = 2.13 \ \frac{m}{s^2}$ #

(b) $\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$

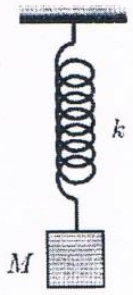
$= 12.44(-\cos 25^\circ \ \vec{i} + \sin 25^\circ \ \vec{j}) - (-2.13\vec{i})$

$= -9.14\vec{i} + 5.26\vec{j} \ m/s^2$

$\therefore a_{B/A} = \sqrt{9.14^2 + 5.26^2} = 10.55 \ m/s^2$ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{5.26}{9.14}\right) = 29.9^\circ$

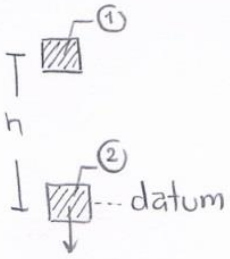
4.6. จากรูปวัตถุมวล M ผูกติดกับสปริงที่มีค่าคงที่เท่ากับ k และถูกแขวนในแนวดิ่ง

<u>คำตอบจะต้องอยู่ในรูปตัวเลข และตัวแปร k M g เท่านั้น</u>



4.6.1 ถ้าปล่อยมวลจากจุดที่สปริงไม่ยืดไม่หดอย่างทันทีทันใด สปริงจะยืดได้สูงสุดเท่าไร

↳ มีความเร่ง



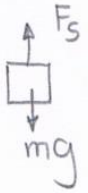
$$T_1+V_1+\cancel{\Sigma U_{1\to 2}}^{0} = T_2+V_2$$

$$mgh = \frac{1}{2}kx^2 \qquad (h=x)$$

$$x = \frac{2mg}{k} \quad \#$$

4.6.2 ถ้าปล่อยมวลจากจุดที่สปริงไม่ยืดไม่หดอย่างช้าๆ สปริงจะยืดได้สูงสุดเท่าไร

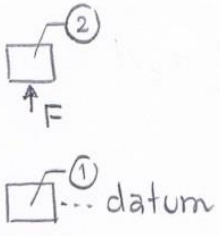
↳ สมดุล



$$kx = mg$$

$$x = \frac{mg}{k} \quad \#$$

4.6.3 จากจุดที่สปริงยืดได้สูงสุดในข้อที่ 4.6.2 ถ้าใช้มือออกแรง F ไปยกมวลอย่างช้าๆ ให้กลับไปยังตำแหน่งที่สปริงไม่ยืดไม่หด ถามว่างานที่เกิดจากแรง F จะมีค่าเท่าไร



$$T_1+V_1+\Sigma U_{1\to 2} = T_2+V_2$$

$$0+\frac{1}{2}kx^2+W_F = mgx$$

$$W_F = mgx-\frac{1}{2}kx^2 \quad \#$$