



E

quilibrium and Elasticity

CHAPTER

ลักษณะและรูปแบบสมดุลของแรง

- ◇ สภาพสมดุลพิจารณาเป็น $\left\{ \begin{array}{l} \text{เชิงเส้น : วัตถุอยู่นิ่ง, เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่} \\ \text{เชิงมุม : วัตถุไม่หมุน, หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่} \end{array} \right\} \boxed{\bar{a} = 0}$

◇ ประเภทสมดุล

- 1) สมดุลต่อการเลื่อนที่ วัตถุนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่
- 2) สมดุลต่อการหมุน วัตถุไม่หมุน หรือ หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่
- 3) สมดุลสมบูรณ์ วิเคราะห์ ข้อ 1 & 2 ร่วมกัน

◇ รูปแบบของสมดุล

- 1) สมดุลเสถียร คือ ภาวะที่มี F มากระทำเพียงเล็กน้อยก็สามารถกลับสภาพเดิมได้



Fig1. กรวยตั้ง

- 2) สมดุลไม่เสถียร คือ ภาวะที่มี F มากระทำเพียงเล็กน้อยก็เสียสภาพสมดุลไป

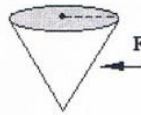


Fig 2. กรวยหงาย

- 3) สมดุลสะเทิน คือ ภาวะที่มี F มากระทำอย่างไรก็ตามก็มาลักษณะการวางตัวเหมือนเดิม

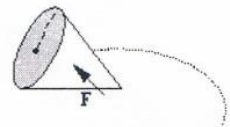
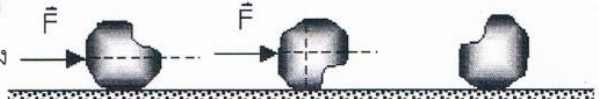


Fig 3. กรวยนอน

◇ จุด C.M. (Center of Mass) & C.G.(Center of Gravity)

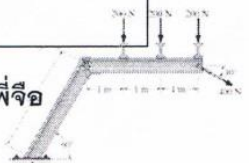
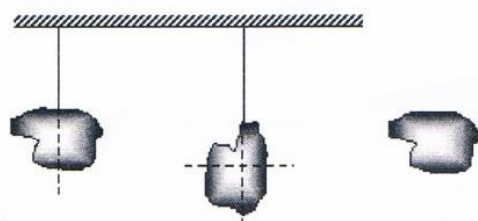
- ☉ จุด C.M. เสมือนรวมมวลวัตถุทั้งก้อนไว้รวมกันที่จุดนั้น (ถ้าออกแรง F ผ่านจุดนี้วัตถุจะเคลื่อนที่อย่างเดียว)

วิธีการหา C.M. ให้ออกแรงกระทำต่อวัตถุ 2 ครั้ง แล้วทำให้วัตถุเคลื่อนที่อย่างเดียวลากเส้นของแนวแรง ที่กระทำมาตัดกันจุดตัดคือจุด C.M



- ☉ จุด C.G. เสมือนรวมน้ำหนักวัตถุทั้งก้อนไว้รวมกันที่จุดนั้น (เมื่อแขวนวัตถุแนวน้ำหนักจะตัดกัน ณ จุดนี้)

วิธีการหา C.G ให้แขวนวัตถุอย่างน้อย 2 ครั้งให้มันในแนวตั้ง ลากแนวน้ำหนักทั้งสองกรณีมาตัดกันจุดตัดคือจุด C.G



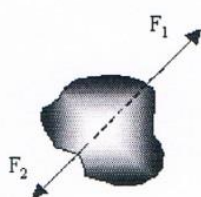
- NOTE**
- 1 ปกติ C.M. & C.G. อยู่ที่เดียวกัน ถ้า $\vec{g}$ เปลี่ยน หรือ วัตถุใหญ่มากๆ จุด C.M & C.G. จะเปลี่ยนไป
 - 2 จุด C.M. & C.G. อาจอยู่ในหรือนอกเนื้อวัตถุก็ได้ เช่น วงแหวน จุด C.M & C.G อยู่ภายนอกวัตถุ

Ex จงหาตำแหน่งศูนย์กลางมวลของระบบต่อไปนี้

◇ สมดุลของแรง

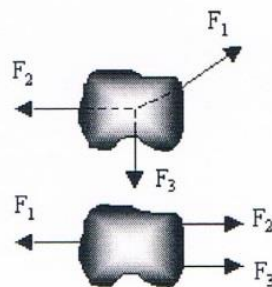
1) สมดุลของแรง 2 แรง

- ขนาดเท่า & ทิศตรงข้าม
- $\sum \vec{F} = 0$, $\sum M = 0$
- พบกันที่จุดหนึ่ง ๆ
- อยู่ในระนาบเดียวกัน



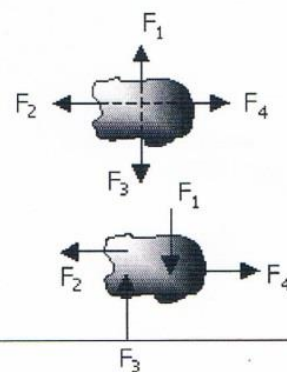
2) สมดุลของแรง 3 แรง

- $\sum \vec{F} = 0$, $\sum M = 0$
- ไม่จำเป็นต้องพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง (อาจจะขนานกัน)
- อยู่ในระนาบเดียวกัน



3) สมดุลของแรงมากกว่า 3 แรง

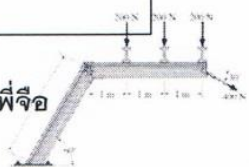
- $\sum \vec{F} = 0$, $\sum M = 0$
- ไม่จำเป็นต้องพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง
- ไม่จำเป็นต้องอยู่ในระนาบเดียวกัน



Ent 1 จากสถานการณ์ต่อไปนี้ ข้อความใดบ้างที่แสดงว่าวัตถุสมดุลต่อการหมุน

ไม่หมุน , หมุน ω คงตัว

- ก. รอกเดี่ยวหมุนอย่างอิสระรอบแกนที่ไม่มีความเสียดทานด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ ✓
- ข. ลูกบอลกลิ้งลงมาจากพื้นเอียงที่มีความเสียดทานด้วยแรงของจุดศูนย์กลางมวลคงที่ ✗
- ค. การผลักวัตถุให้เคลื่อนที่ไปตามพื้นราบด้วยความเร่งคงที่โดยที่วัตถุไม่พลิกคว่ำ ✓
- ง. การผลักหน้าต่างให้เปิดออกไปด้วยอัตราเร็วไม่คงที่ ✗



Ent 2 แรงสี่แรงกระทำต่อวัตถุอันหนึ่ง ทำให้วัตถุสมดุลต่อการเลื่อนตำแหน่ง คำกล่าวในข้อใดต่อไปนี้ ถูกต้องที่สุด

1. แรงทั้งสี่ต้องอยู่ในระนาบเดียวกัน ✗
2. แนวแรงของแรงทั้งสี่ต้องพบกันที่จุด ๆ หนึ่ง ✗
3. ขนาดของแรงลัพธ์ของแรงสองแรงต้องเท่ากับขนาดของแรงลัพธ์ของแรงอีกสองแรงแต่มีทิศทางตรงกันข้าม ✗
4. คำกล่าวในข้อ 1, 2 และ 3 ถูกต้อง

สมดุลต่อการเลื่อนที่

สมการที่ใช้คำนวณ

$$\sum \vec{F} = 0$$

พิจารณาเป็น

$$\begin{cases} x: \sum \vec{F}_x = 0 \text{ thus } \rightarrow = \leftarrow \\ y: \sum \vec{F}_y = 0 \text{ thus } \uparrow = \downarrow \end{cases}$$

หลักการทำให้จอย

1. เลือกระบบ
2. ใส่แรงภายนอก
3. ตั้งแกน (แล้วแตกแรงเข้าแกน)
4. แทนค่า

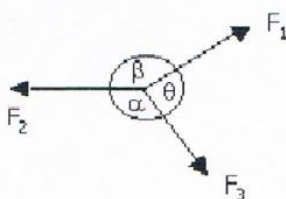
รูปแบบจอย

1. ระบบมวลแขวนด้วยเชือก
2. ระบบรอกเดี่ยวตายตัว
3. ทรงกลมซ้อนกัน
4. ระบบบนพื้นที่มีแรงเสียดทาน

Special

สำหรับสมดุลของแรง 3 แรงเท่านั้น

1) ทฤษฎีสามเหลี่ยม



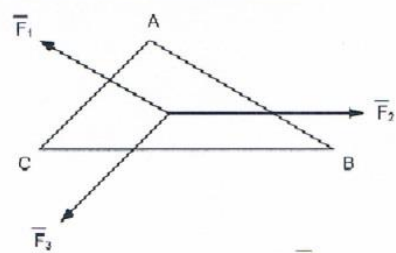
$$\frac{F_1}{\sin \alpha} = \frac{F_2}{\sin \theta} = \frac{F_3}{\sin \beta}$$

!! ควรจำ !! $\sin(90^\circ \pm \theta) = \cos \theta$

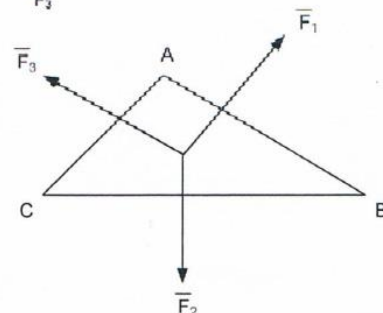
$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$$

2) ทฤษฎีสามเหลี่ยมแทนแรง

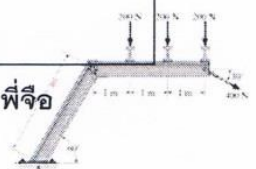
2.1) แบบขนาน



2.2) แบบตั้งฉาก



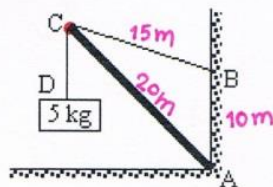
$$\frac{F_1}{AB} = \frac{F_2}{BC} = \frac{F_3}{AC}$$



Ex AC เป็นเสาค้ำเชือก BCD ได้ตามรูป

ถ้า AC = 20 ม., BC = 15 ม. และ AB = 10 ม.

จงหาแรงดึงในเส้นเชือก BC



N (เสาค้ำเชือก)



$$\frac{T_{BC}}{15} = \frac{50}{10}$$

$$T_{BC} = 75 \text{ N} \quad \#$$

Δ แทนแรง แบบ ขนาบ

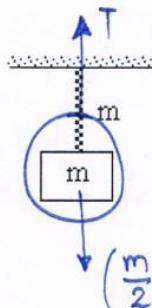
- 1) ผูกมวล m ติดกับปลายเชือกที่มีมวล m แล้วแขวนไว้กับเพดานดังรูป ความตึงเชือกที่จุดกึ่งกลางเชือกเป็นเท่าใด (Ent'40)

1. mg

2. $\frac{3}{2} mg$

3. $2 mg$

4. $\frac{5}{2} mg$



$\uparrow = \downarrow$

$$T = \frac{3}{2} mg \quad \#$$

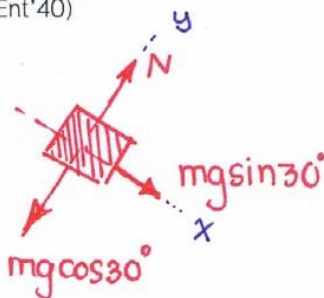
- 2) มวล 1 กิโลกรัมวางอยู่บนพื้นเอียงมวล 10 กิโลกรัม ซึ่งทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ ถ้ามวล 1 กิโลกรัม สามารถวางอยู่บน พื้นเอียงได้ในขณะที่พื้นเอียงเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ 5 m/s จงหาว่าพื้นเอียงจะต้องออกแรงกระทำในแนวตั้งฉากกระทำ ต่อมวล 1 กิโลกรัมเท่าใด (Ent'40)

1. 5.0 N

2. 8.66 N

3. 10.0 N

4. ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ



$\uparrow = \downarrow$

$$N = mg \cos 30^\circ$$

$$= 1(10) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 8.66 \text{ N} \quad \#$$

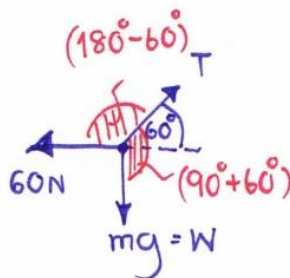
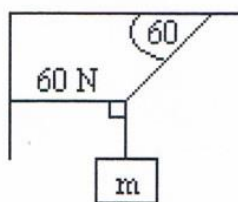
- 3) แขวนวัตถุมวล m ด้วยเชือกเบาดังรูป ถ้าแรงดึงในเส้นเชือกตามแนวระดับมีขนาด 60 นิวตัน จงหาน้ำหนักของวัตถุนั้น (Ent'40)

1. 30 N

2. $60 / \sqrt{3} \text{ N}$

3. $60 \sqrt{3} \text{ N}$

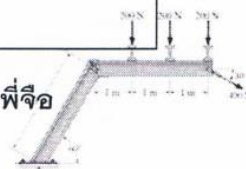
4. 120 N



$$\frac{W}{\sin(180^\circ - 60^\circ)} = \frac{60}{\sin(90^\circ + 60^\circ)}$$

$$W = 60 \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}$$

$$W = 60 \sqrt{3} \text{ N} \quad \#$$



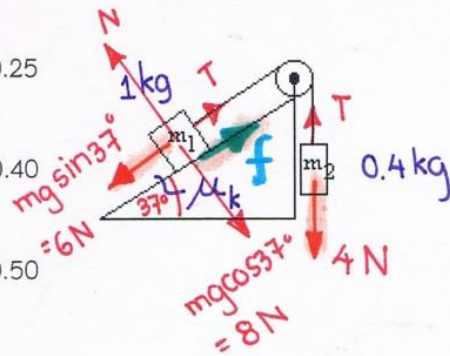
- 4) จากรูป มวล m_1 และ m_2 ผูกกันด้วยเชือกผ่านรอกเลื่อนที่ขอยอดพื้นเอียงที่มีความลาดชัน m_1 มีค่า 1.0 กิโลกรัม และ m_2 มีค่า 0.4 กิโลกรัม ถ้ามวลทั้งสองกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ จงคำนวณค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ ระหว่างพื้นเอียงกับมวล m_1 (กำหนดให้ $\sin 37^\circ = 0.6$ และ $\cos 37^\circ = 0.8$) (Ent Oct'41)

1. 0.20

2. 0.25

3. 0.40

4. 0.50



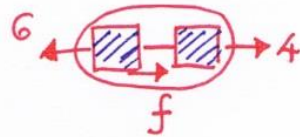
สมดุล

$$f + 4 = 6$$

$$\mu N = 2$$

$$\mu (8) = 2$$

$$\mu = \frac{1}{4} = 0.25 \quad \#$$



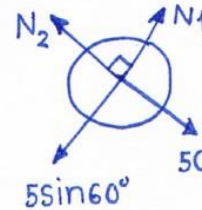
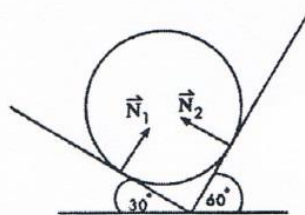
- 5) ทรงกลมตันหนัก 5 นิวตันวางอยู่บนระนาบเอียงที่ไม่มีแรงเสียดทาน 2 อัน ซึ่งทำมุม 30 องศาและ 60 องศากับพื้นราบ ดังแสดงในรูป ข้อสรุปต่อไปนี้ข้อใดถูกต้อง (กำหนดให้ $\tan 60^\circ = 1.730$, $\tan 30^\circ = 0.577$)

1. $N_1 - N_2 = 1.83 \text{ N}$

2. $N_2 - N_1 = 1.83 \text{ N}$

3. $N_1 - N_2 = 2.83 \text{ N}$

4. $N_2 - N_1 = 2.83 \text{ N}$



$$N_1 = 5 \frac{\sqrt{3}}{2} = 4.33 \text{ N}$$

$$N_2 = 5 \left(\frac{1}{2}\right) = 2.5 \text{ N}$$

$$\therefore N_1 - N_2 = 1.83 \text{ N} \quad \#$$

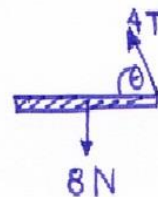
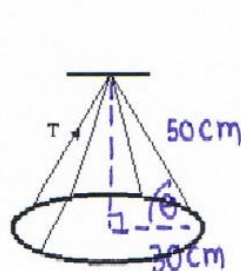
- 6) แขนงลวดวงกลมหนัก 8 นิวตัน เส้นผ่านศูนย์กลาง 60 เซนติเมตร ไว้กับเพดานอย่างสมมาตร และวางตัวสมดุลอยู่ในแนวระดับด้วยเชือกเบา 4 เส้น ดังรูป ถ้าเชือกแต่ละเส้นยาว 50 เซนติเมตร แรงดึงในเชือกแต่ละเส้นมีค่าเท่าใด

1. 2.0 N

2. 2.5 N

3. 3.3 N

4. 5 N



$$4T \sin \theta = 8$$

$$4T \left(\frac{4}{5}\right) = 8$$

$$T = 2.5 \text{ N}$$

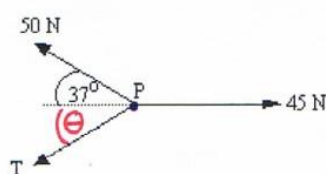
- 7) แรง 3 แรง ขนาด 45, 50 และ T นิวตันกระทำต่อวัตถุที่จุด P ถ้าวัตถุอยู่นิ่ง คือสมดุล จงหาค่า T

1. 30.4 N

2. 35 N

3. 45 N

4. 50 N



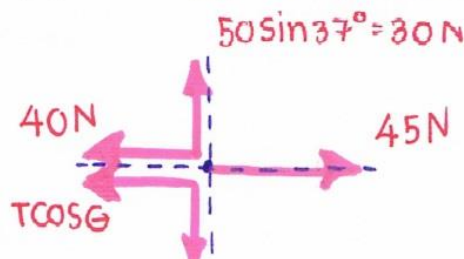
$$X: \rightarrow = \leftarrow$$

$$45 = T \cos \theta + 40$$

$$T \cos \theta = 5 \quad \text{--- ①}$$

$$Y: \uparrow = \downarrow$$

$$30 = T \sin \theta \quad \text{--- ②}$$

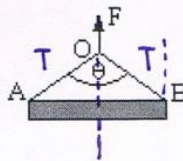


$$\text{①}^2 + \text{②}^2: T^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = 25 + 900$$

$$T = \sqrt{925} = 30.4 \text{ N} \quad \#$$

- 8) หีบสัมภาระหนัก W นิวตัน ถูกยกขึ้นด้วยแรง F ดังรูป ปรากฏว่าหีบไบนีเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร็วสม่ำเสมอ 5 เมตร/วินาที ถ้า OA และ OB เป็นเชือกที่ยาวเท่ากัน จงหาแรงตึงในเชือก OA มีค่าเท่าไร

↓ สัมดุล

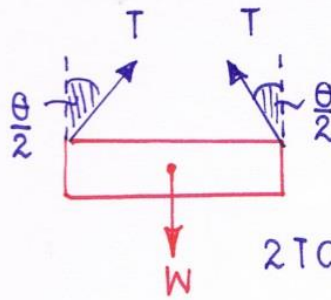


1. $\frac{W}{2\sin(\frac{\theta}{2})}$

2. $\frac{W}{\cos(\frac{\theta}{2})}$

3. $\frac{2W}{\sin \frac{\theta}{2}}$

4. $\frac{W}{2\cos \frac{\theta}{2}}$



↑ = ↓

$$2T \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = W$$

$$T = \frac{W}{2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

#

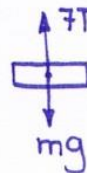
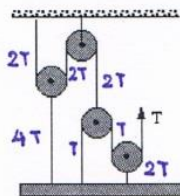
- 9) ตามรูปเชือกเบาและรอกเกลี้ยง ถ้าต้องการหย่อนวัตถุลงด้วยความเร็วคงที่ ปรากฏว่าต้องใช้แรงตึง $T = 200$ นิวตัน จงหาค่าของมวลของวัตถุ

1. 60 กิโลกรัม

2. 100 กิโลกรัม

3. 140 กิโลกรัม

4. 160 กิโลกรัม



↑ = ↓

$$7(200) = 10m$$

$$m = 140 \text{ kg}$$

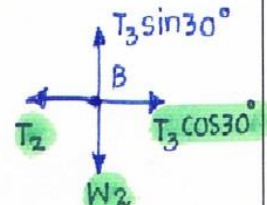
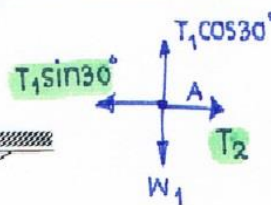
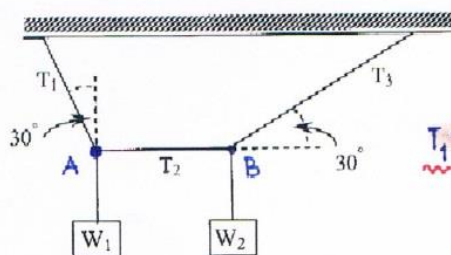
- 10) จากรูป ถ้าวัตถุมิหน้หนัก W_1 และ W_2 แล้ว W_2/T_1 มีค่าเท่าใด

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

3. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

4. $2\sqrt{3}$



$$T_1 \sin 30^\circ = T_2 = T_3 \cos 30^\circ \quad \text{--- (1)}$$

$$W_2 = T_3 \sin 30^\circ \quad \text{--- (2)}$$

$$\frac{W_2}{T_1 \left(\frac{1}{2}\right)} = \tan 30^\circ \rightarrow \frac{W_2}{T_1} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \quad \#$$

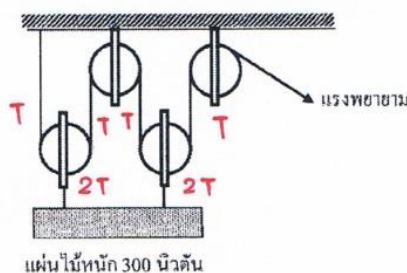
- 11) เมื่อไม่คิดน้ำหนักรอก แรงพยายามจะมีค่ากี่นิวตันจึงจะทำให้ระบบอยู่นิ่ง

1. 25 N

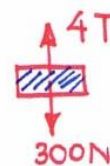
2. 50 N

3. 75 N

4. 100 N



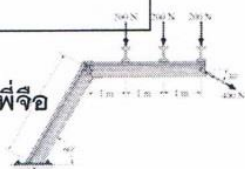
แผ่นไม้หนัก 300 นิวตัน



$$T = \frac{300}{4}$$

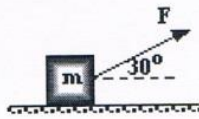
$$= 75 \text{ N}$$

#



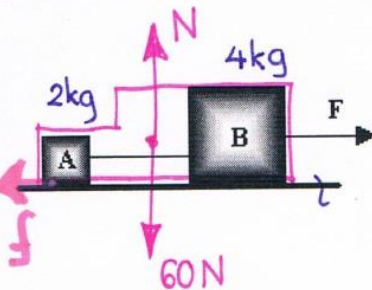
- 12) มวล 10 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นดังรูป จงหาแรง F ที่ทำให้มวลนี้เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่ากับ 0.3

1. 24.75 นิวตัน
2. 29.53 นิวตัน
3. 34.64 นิวตัน
4. 41.90 นิวตัน



- 13) แท่งไม้ 2 อัน A และ B มีน้ำหนัก 2 กิโลกรัม และ 4 กิโลกรัม ผูกติดกันด้วยเส้นเชือกเบา ถูกลากด้วยแรง F ไปบนพื้นไม้ในแนวระดับ ซึ่งมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตเป็น 0.7 สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เป็น 0.4 จงหาขนาดของแรง F ที่จะทำให้แท่งไม้ทั้งสองเคลื่อนที่ไปบนพื้นด้วยความเร็วคงที่ กำหนดให้ g มีค่า 10 เมตรต่อวินาที²

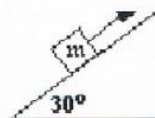
1. 24 นิวตัน
2. 42 นิวตัน
3. 2.4 นิวตัน
4. 4.2 นิวตัน



$X: \rightarrow = \leftarrow$
 $F = f = \mu N$
 $F = 0.4(60)$
 $F = 24 \text{ N}$ #

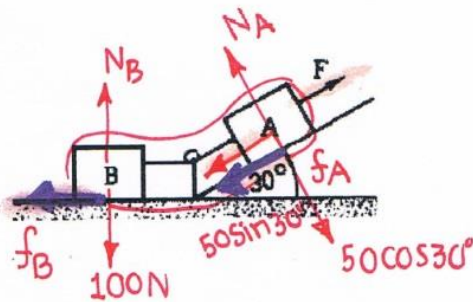
- 14) แท่งไม้สี่เหลี่ยมมวล m เท่ากับ 2 กิโลกรัม วางบนพื้นเอียงทำมุม 30° กับแนวราบ ดังรูป ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน เท่ากับ 0.6 จงหาค่าแรงที่น้อยที่สุดที่จะดึงไม้แท่งนี้ขึ้นไปตามพื้นเอียง

1. 18.4 นิวตัน
2. 20.4 นิวตัน
3. 23.4 นิวตัน
4. 25.3 นิวตัน

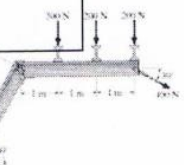


- 15) มวล A 5 กิโลกรัม มวล B 10 กิโลกรัม โยงกันด้วยเชือกเส้นหนึ่งคล้องผ่านรอกที่ไม่มีความผิดดงรูป ค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างมวลกับพื้นเท่ากับ 0.4 ทั้งสองก้อน จงหาค่าแรง F ที่พอตึงมวลทั้งระบบขึ้นไปด้วยความเร็วคงที่

1. 17 นิวตัน
2. 25 นิวตัน
3. 40 นิวตัน
4. 82 นิวตัน



$\nearrow = \searrow$
 $F = 50\left(\frac{1}{2}\right) + f_A + f_B$
 $= 25 + \mu N_A + \mu N_B$
 $= 25 + 0.4(50\sqrt{3}) + 0.4(100)$
 $F = 82 \text{ N}$

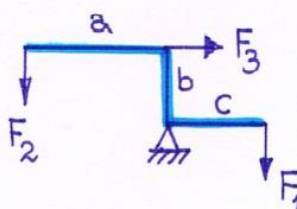


โมเมนต์, แรงคู่ควบ และ สมดุลต่อการหมุน

◆ โมเมนต์ (M) คือ ผลคูณของแรงกับระยะตั้งฉากจากจุดหมุนไปยังแนวแรงมี 2 ชนิด { $M_{ตาม}$ (ระบบหมุนตามเข็มนาฬิกา)
 $M_{ทวน}$ (ระบบหมุนทวนเข็มนาฬิกา)

$$M = F \times \ell$$

เช่น



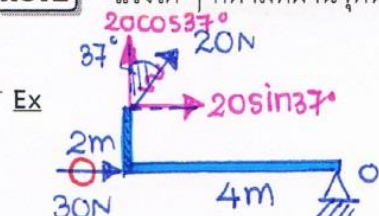
$$M_1 = F_1 c \quad \curvearrowright$$

$$M_2 = F_2 a \quad \curvearrowleft$$

$$M_B = F_3 b \quad \curvearrowright$$

NOTE

แรงใด ๆ ก็ตามทีผ่านจุดหมุนจะทำให้โมเมนต์ของแรงนั้นเป็นศูนย์ ($M_F = 0$)



$$\begin{aligned} \sum M_O &= (20 \sin 37^\circ)(2) + (20 \cos 37^\circ)(4) \\ &= 20 \left(\frac{3}{5}\right)(2) + 20 \left(\frac{4}{5}\right)(4) \\ &= 88 \text{ Nm} \quad \curvearrowright \end{aligned}$$

สมดุลต่อการหมุน

สมการที่ใช้ในการคำนวณ

$$\sum M = 0$$

พิจารณาเป็น

$$\sum M_{ทวน} = \sum M_{ตาม}$$

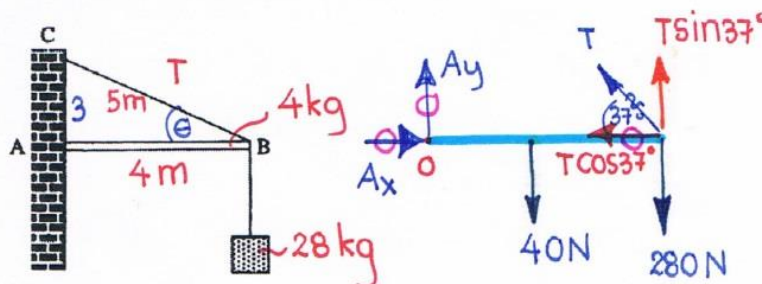
$$\curvearrowleft = \curvearrowright$$

NOTE

1) รูปแบบโจทย์ส่วนมาก มักใช้ร่วมกับโจทย์สมดุลสมบูรณ์

2) ส่วนมากการเลือกจุดหมุนมักเป็นจุดที่มี แรงไม่ทราบค่าผ่านมากๆ หรือ จุดติดผนัง, จุดติดพื้น

Ex จากรูปจงหาค่าแรงดึงในเส้นเชือก BC ถ้าคาน ยาว 4 เมตร หนัก 4 กิโลกรัม ปลาย A ถูกยึดด้วยบานพับ มีมวลแขวนที่ปลาย B 28 กิโลกรัม และเส้นเชือก BC มีความยาว 5 เมตร

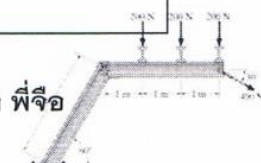


$$\sum M_A = 0: \quad \curvearrowleft = \curvearrowright$$

$$40(2) + 280(4) = (T \sin 37^\circ)(4)$$

$$T = 500 \text{ N} \quad \#$$

(2)



16)

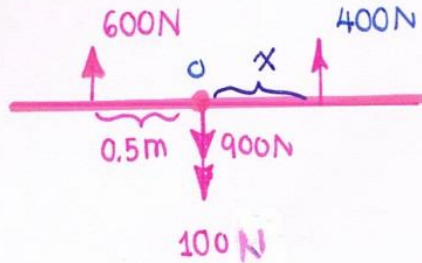
ชายสองคนช่วยกันหามวัตถุมวล 90 กิโลกรัม ซึ่งแขวนอยู่ที่จุดกึ่งกลางคาน
สม่ำเสมอมวล 10 กิโลกรัม ถ้าชายคนหนึ่งแบกคานตรงตำแหน่งห่างจากจุดที่แขวนวัตถุ
0.5 เมตร และรับน้ำหนัก 600 นิวตัน ชายคนที่สองจะแบกคานที่ตำแหน่งห่างจากจุดแขวน
วัตถุเท่าไร

1. 0.13 เมตร

2. 0.25 เมตร

3. 0.50 เมตร

4. 0.75 เมตร



$$\sum M_0 = 0: \quad \cancel{C} = 0$$

$$\cancel{600}(0.5) = \cancel{400}x$$

$$x = \frac{3}{4} = 0.75 \text{ m}$$

#

17)

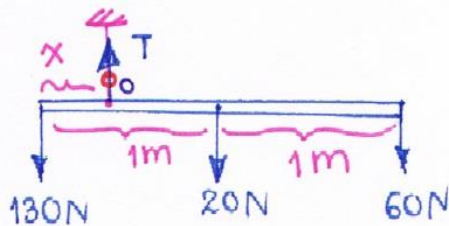
คานเหล็กสม่ำเสมอมวล 2 กิโลกรัม ยาว 2 เมตร ที่ปลายทั้งสองข้างผูกมวล
13 และ 6 กิโลกรัม ถ้าจะต้องผูกเชือกที่ตำแหน่งห่างจากปลายด้านมวล 13 กิโลกรัม
กี่เมตรคานจึงจะสมดุล

1. 1.33

2. 1.00

3. 0.75

~~4. 0.67~~



$$\sum M_0 = 0: \quad \cancel{C} = 0$$

$$\cancel{20}(1-x) + \cancel{60}(2-x) = 130x$$

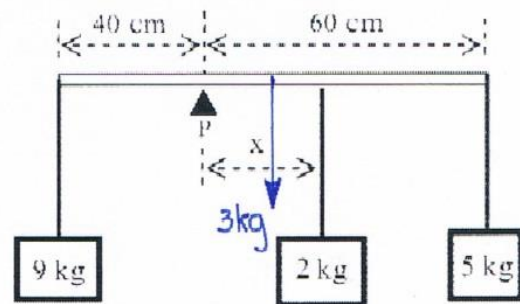
$$2 - 2x + 12 - 6x = 13x$$

$$x = \frac{2}{3} = 0.67 \text{ m}$$

#

18)

คานยาวสม่ำเสมอมวล 3 กิโลกรัม
ยาว 100 เซนติเมตร มีไม้หมอนหนุนอยู่ที่จุด P
และมีก้อนมวล 9 กิโลกรัม กับ 5 กิโลกรัม
แขวนไว้ที่ปลายแต่ละข้างดังรูป ถ้าต้องการให้
คานวางตัวตามแนวระดับ เราต้องแขวนมวล
2 กิโลกรัม เพิ่มทางขวาของจุด P ที่ระยะ X
ตามข้อใด



1. 30 เซนติเมตร

2. 25 เซนติเมตร

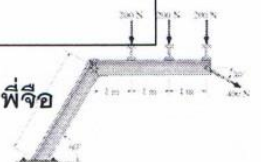
~~3. 15 เซนติเมตร~~

4. 10 เซนติเมตร

$$\sum M_P = 0: \quad \cancel{C} = 0$$

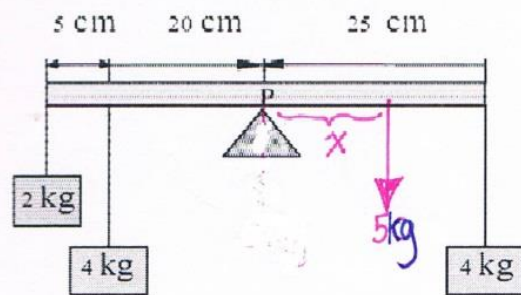
$$5(60) + 2x + 3(10) = 9(40)$$

$$x = 15 \text{ cm}$$



19)

คานาสม่ําสมอยาว 50 เซนติเมตร มีไม้
หมอนหนุนไว้ที่จุดกึ่งกลางคาน P และมี
น้ำหนักแขวนไว้ที่ต่างๆ ดังรูป ถ้าต้อง
การให้คานวางตัวตามแนวระดับ จะต้อง
แขวนมวล 5 กิโลกรัม เพิ่มทางขวามือ
ของจุด P ห่างออกไปกี่เซนติเมตร



1. 2

2. 4

☒ 3. 6

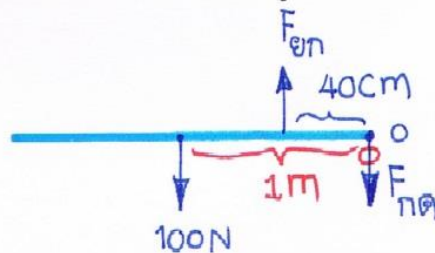
4. 8

$$\sum M_P = 0: \quad C = 5$$

$$5(x) + 4(25) = 2(25) + 4(20)$$

$$x = 6 \text{ cm} \quad \#$$

20) ชายคนหนึ่งถือแผ่นไม้ขนาดสม่ําสมอยาว 2 เมตร น้ำหนัก 100 นิวตัน ให้สมดุลตามแนวระดับโดยมือข้างหนึ่งยก
แผ่นไม้ ขึ้นที่ตำแหน่ง 40 เซนติเมตร จากปลายใกล้ตัว และมืออีกข้างหนึ่งกดแผ่นไม้ลงที่ปลายเดียวกันนั้น ดังรูป จง
คำนวณหาแรง กดและแรงยกจากมือทั้งสองตามลำดับ ที่ทำให้แผ่นไม้อยู่นิ่งได้ (Ent Mar'43)



$$y: \uparrow = \downarrow$$

$$250 = F_{\text{กด}} + 100$$

$$F_{\text{กด}} = 150 \text{ N} \quad \#$$

$$\sum M_O = 0: \quad C = 5$$

$$F_{\text{ยก}}(0.4) = 100(1)$$

$$F_{\text{ยก}} = 250 \text{ N} \quad \#$$

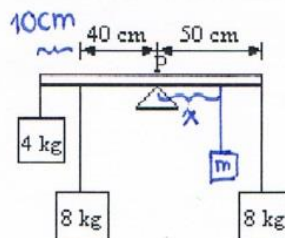
1. 120 และ 220 N

2. 130 และ 230 N

3. 140 และ 240 N

☒ 4. 150 และ 250 N

21) คานสม่ําสมอมวล 2 กิโลกรัม ความยาว 1 เมตร มีไม้หมอนหนุนไว้ที่กึ่งกลางคานคือจุด P และมีมวลแขวนไว้ดังรูป
ถ้าต้องการให้คานอยู่ในแนวระดับจะต้องแขวนมวลทางขวามือของจุด P ตามข้อใด



$$C = 5$$

$$mx + 8(50) = 4(50) + 8(40)$$

$$mx = 120 \text{ kg}\cdot\text{cm}$$

ก. 2 กิโลกรัมที่ตำแหน่งห่างจาก P 40 เซนติเมตร

☒ ข. 4 กิโลกรัมที่ตำแหน่งห่างจาก P 30 เซนติเมตร

☒ ค. 6 กิโลกรัมที่ตำแหน่งห่างจาก P 20 เซนติเมตร

ง. 8 กิโลกรัมที่ตำแหน่งห่างจาก P 10 เซนติเมตร

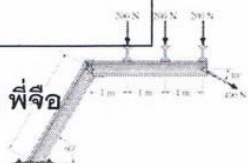
คำตอบที่ถูกต้องคือข้อใด (Ent'39)

1. ก, ข และ ค

☒ 2. ข และ ค

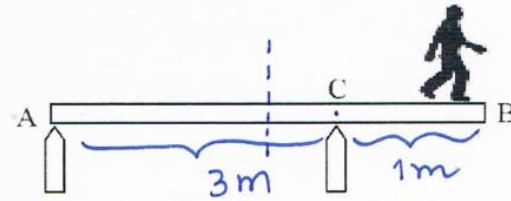
3. ข เท่านั้น

4. คำตอบเป็นอย่างอื่น



22)

คานาไม้ยาว 4 เมตร มีมวล 60 กิโลกรัม วางพาดอยู่บนเสา A และเสา C ซึ่งอยู่ห่างกัน 3 เมตร ชายคนหนึ่งมีมวล 75 กิโลกรัม เดินจาก A ไป B ดังรูป จงหาว่าเขาจะเดินได้ไกลจาก A มากที่สุดเท่าไร คานาจึงจะสมมูลอยู่ได้

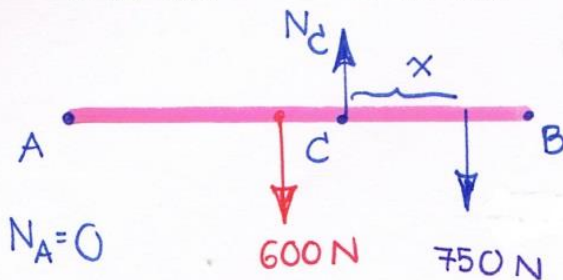


1. 3.2 เมตร

2. 3.4 เมตร

3. 3.6 เมตร

4. 3.8 เมตร



$$\sum M_C = 0: \quad \text{C} = 3$$

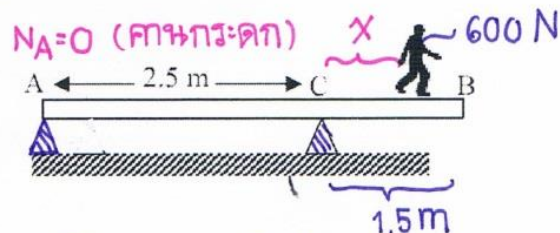
$$750x = 600(1)$$

$$x = 0.8$$

$$\therefore 3.8 \text{ m} \quad \#$$

23)

แผ่นไม้ยาว 4.0 เมตร มีมวล 60 กิโลกรัม วางพาดอยู่บนหมอนหนุนที่จุด C และปลาย A ตั้งอยู่บนคานมีด ชายคนหนึ่งหนัก 600 นิวตัน เดินบนแผ่นไม้จาก A ไปยัง B ดังรูป จงหาว่าเขาจะเดินได้ไกลจาก A เป็นระยะทางมากที่สุดกี่เมตร แผ่นไม้จึงจะยังสมมูลอยู่ได้

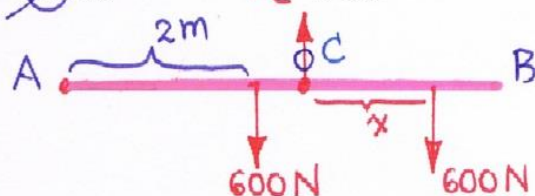


1. 2.0

2. 2.5

3. 3.0

4. 3.5



$$\sum M_C = 0: \quad \text{C} = 3$$

$$600x = 600(0.5)$$

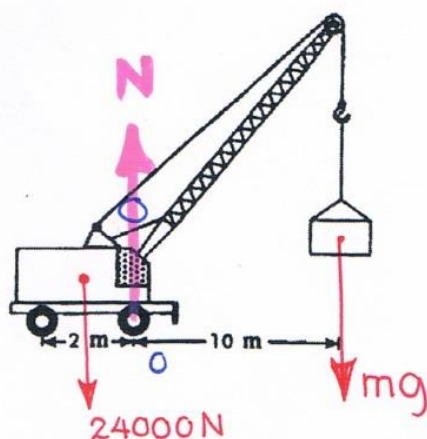
$$x = 0.5 \text{ m}$$

$$L_{\max} = 2.5 + 0.5 = 3 \text{ m} \quad \#$$

24)

รถยกคันหนึ่งมีมวล 2400 กิโลกรัม มีศูนย์กลางมวลของรถอยู่ที่ตำแหน่งกึ่งกลางระหว่างล้อหลังกับล้อหน้าซึ่งห่างกัน 2.0 เมตร ถ้ารถพยายามยกวัตถุที่อยู่ห่างจากตัวรถไปทางด้านหน้า 10 เมตร มวลมากที่สุดที่รถสามารถยกได้เป็นกิโลกรัม (Ent Oct'41 เต็มคำ)

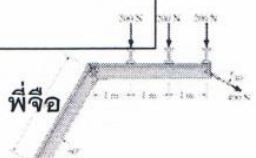
ล้อหลังลอย (N=0)



$$\sum M_O = 0: \quad \text{C} = 3$$

$$mg(10) = 24000(1)$$

$$m = 240 \text{ kg} \quad \#$$



สมดุลสถิต

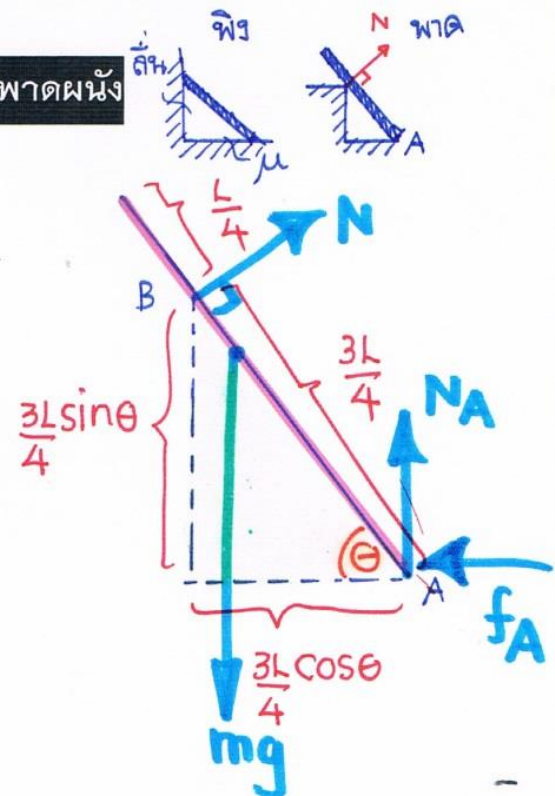
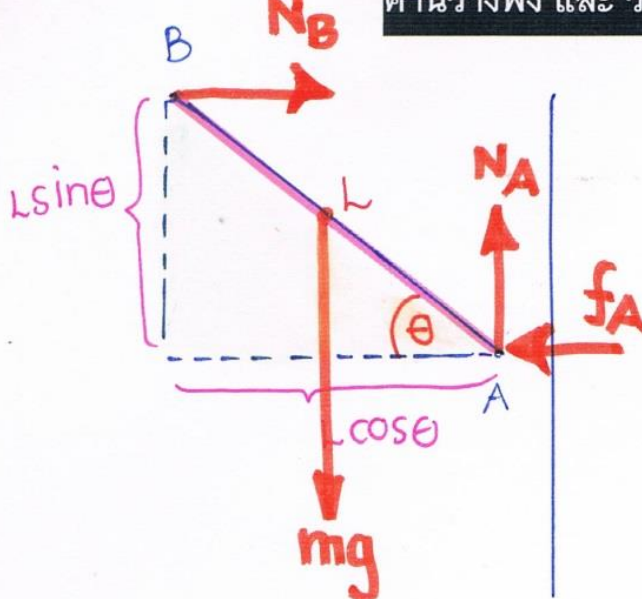
สมการที่ใช้ในการคำนวณ

$\sum \vec{F} = 0$ และ $\sum M = 0$

$X: \rightarrow = \leftarrow$
 $y: \uparrow = \downarrow$
 $\sum M_o: \curvearrowright = \curvearrowleft$

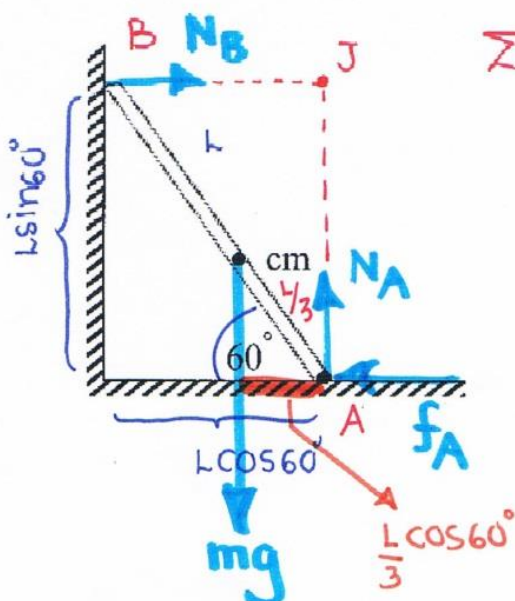
รูปแบบโจทย์สมดุลสถิตที่สำคัญ

คานวางพิง และ วางพาดผนัง



25) ท่อนไม้ท่อนหนึ่งยาว L หนัก W พาดพิงกำแพงทำมุม 60° อดกับพื้น ดังรูปจุดศูนย์กลางมวลของไม้อยู่ห่างจากปลายล่างเป็น $1/3$ ของความยาว L ถ้าผนังลื่นพื้นจะต้องมีแรงเสียดทานเท่าใด ท่อนไม้จึงจะไม่ไถล

1. $\frac{\sqrt{3}}{3} W$
2. $\frac{\sqrt{3}}{5} W$
3. $\frac{\sqrt{3}}{7} W$
4. $\frac{\sqrt{3}}{9} W$



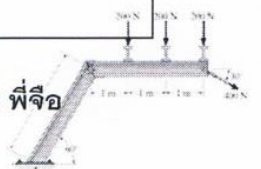
$\sum M_J = 0: \curvearrowright = \curvearrowleft$

$f_A (L \sin 60^\circ) = mg \left(\frac{L}{3} \cos 60^\circ \right)$

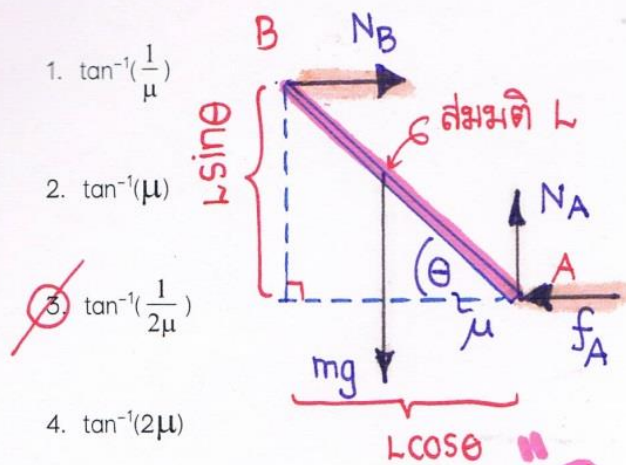
$f_A \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{W}{3} \times \frac{1}{2}$

$f_A = \frac{W}{3\sqrt{3}}$

$\therefore f_A = \frac{\sqrt{3}}{9} W \#$



- 26) บันไดขนาดสม่ำเสมอมีน้ำหนัก W วางพาดกำแพงเกลี้ยงซึ่งไม่คิดแรงเสียดทาน ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตระหว่างพื้นล่างกับบันได เท่ากับ μ จงหามุม θ น้อยที่สุดที่ทำให้บันไดวางอยู่นิ่งได้ (Ent Mar'42)



ใช้แรงคู่ควบ : 2 แรง, เท่า, ตรงข้าม, เกิด mmt
 $C=0$

$$f_A / (L \sin \theta) = mg / (2 \cos \theta)$$

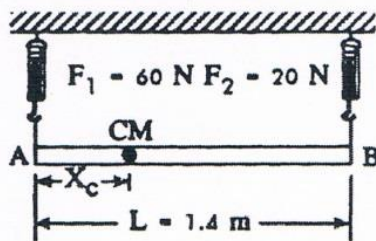
1 ตัว ระยะ = 1

$$\mu N_A \tan \theta = \frac{mg}{2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2\mu}\right) \#$$

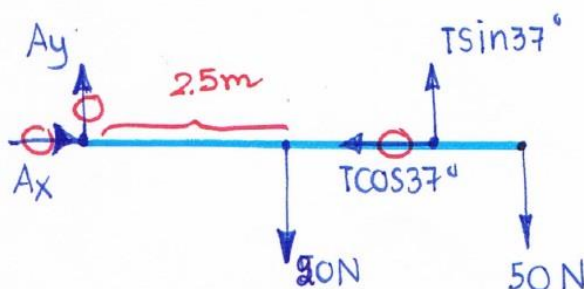
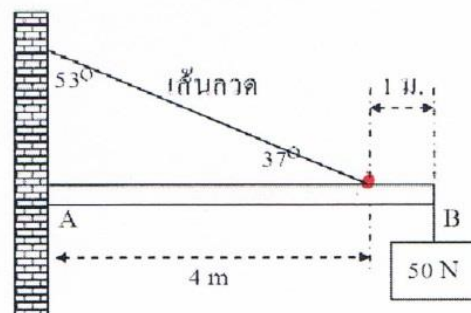
"Couple"

- 27) แท่งวัตถุขนาดไม่สม่ำเสมอ ยาว $L = 1.4$ เมตร ถูกแขวนอยู่ในสมดุลด้วยสปริงเบาที่ปลายทั้งสองของแท่งวัตถุ ดังรูป ถ้าแรงดึงสปริง $F_1 = 60$ นิวตัน และ $F_2 = 20$ นิวตัน จงหาตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลวัดจากปลาย A ของแท่งวัตถุ ในหน่วยเมตร (Ent Oct'42 เต็มคำ)



- 28) เส้นลวดตึงคาน AB ซึ่งมีน้ำหนัก 50 นิวตันแขวนไว้ ถ้าคานสม่ำเสมอมีน้ำหนัก 20 นิวตัน ยาว 5 เมตร มีปลาย A ตรึงติดกับกำแพง คานสมดุลอยู่ได้ดังรูป จงหาแรงดึงในเส้นลวด

1. 100 นิวตัน
2. 125 นิวตัน
3. 150 นิวตัน
4. 175 นิวตัน



$$\Sigma M_A = 0: C=0$$

$$50(2.5) + 50(5) = T \sin 37^\circ (4)$$

$$T = 125 \text{ N} \#$$

29)

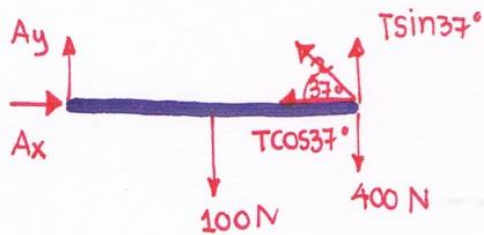
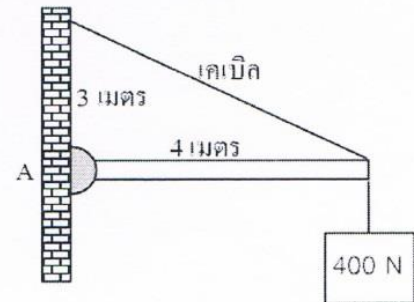
คานสมํ่าเสมอ ปลายหนึ่งยึดติดกับกำแพงด้วยตะปูเกลียว อีกปลายหนึ่งยึดไว้ด้วยสายเคเบิล ดังแสดงในรูป ถ้าคานหนัก 100 นิวตัน และน้ำหนักที่ถ่วงขนาด 400 นิวตัน แรงดึงในสายเคเบิลจะเป็นกี่นิวตัน

1. 1800

~~2. 750~~

3. 600

4. 450



$$\sum M_A = 0: \quad \text{Clockwise}$$

$$100(2) + 400(4) = T\left(\frac{3}{5}\right)(4)$$

$$T = 750 \text{ N} \quad \#$$

30)

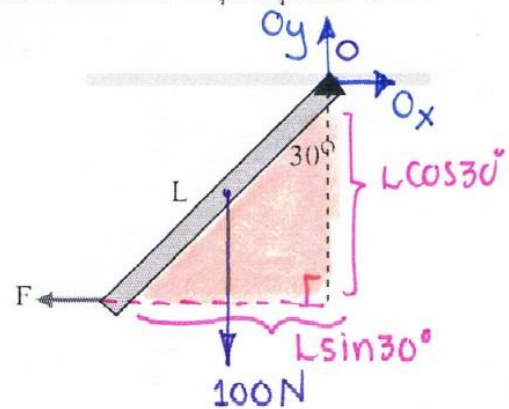
คานสมํ่าเสมอมีมวล 10 กิโลกรัม แขนงไว้กับเพดานที่จุดหมุนกลิ้ง จงหาขนาดของแรง F ในแนวระดับ ที่ดันปลายคานด้านล่าง ทำให้คานเบนไปจากแนวเดิม 30 องศา ดังรูป

~~1. $\frac{50}{\sqrt{3}}$ นิวตัน~~

2. $\frac{100}{\sqrt{3}}$ นิวตัน

3. $50\sqrt{3}$ นิวตัน

4. $100\sqrt{3}$ นิวตัน

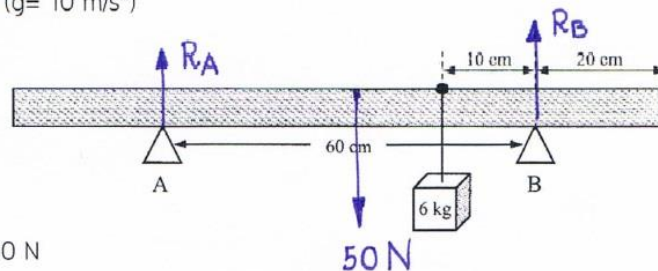


$$\sum M_O = 0: \quad \text{Clockwise}$$

$$F(L \cos 30^\circ) = 100\left(\frac{L}{2} \sin 30^\circ\right)$$

$$F \frac{\sqrt{3}}{2} = 100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \rightarrow F = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ N} \quad \#$$

31) แท่งไม้สมํ่าเสมอมวล 5 กิโลกรัม ยาว 1 เมตร นํามวล 6 กิโลกรัม วางบนแท่งไม้ห่างจากจุด B เป็นระยะ 10 เซนติเมตร ดังรูป ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



จงหา แรงที่ A และ B

1. 10 N และ 50 N

~~2. 35 N และ 75 N~~

3. 50 N และ 10 N

4. 75 N และ 35 N

$$\sum M_B = 0: \quad \text{Clockwise}$$

$$R_A(0.6) = 6(0.1) + 50(0.3)$$

$$R_A = 35 \text{ N} \quad \#$$

$$\uparrow = \downarrow$$

$$R_A + R_B = 50 + 60$$

$$R_B = 75 \text{ N} \quad \#$$

32) ทรงกระบอกตันมวล 40 กิโลกรัม เส้นผ่านศูนย์กลางยาว 1.00 เมตร มีแรง F ขนาด 500 นิวตัน พยายาม หมุน ทรงกระบอก ดังรูป ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต ระหว่างทรงกระบอกกับกำแพงเป็น 0.3 ส่วนพื้น ไม่มีความ ผิดแล้วค่า h ที่น้อยที่สุดมีค่ากี่เซนติเมตร

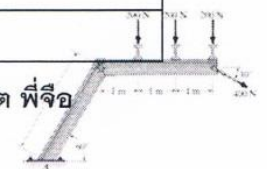
1. 5 cm
2. 10 cm
3. 15 cm
4. 20 cm

$\mu = 0.3$
 $F = 500 \text{ N}$
 400 N
 N_2
 N_1
 f
 h
 $\Sigma M_o = 0 : \quad \cancel{f(0.5)} = Fh$
 $\mu N_2(0.5) = 500h$
 $0.3(0.5) = h$
 $h = 0.15 \text{ m}$
 $= 15 \text{ cm}$ #

การวิเคราะห์การลื่นพอดิ (พอดิลื่น) & เลื่อนพอดิ

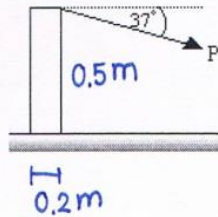
บนพื้นราบ (เพิ่ม F เรื่อยๆ)		Check : ล้มก่อน หรือ เลื่อนก่อน
เลื่อนพอดิ $F_1 = f_s$	ล้มพอดิ (เริ่มล้ม, เกือบล้ม) $\Sigma = 0$ $F_2 h = mg \left(\frac{b}{2}\right)$	F ที่น้อยกว่า เกิดก่อน ☉ ถ้า $F_1 > F_2$ ล้มก่อน ☉ ถ้า $F_1 < F_2$ เลื่อนก่อน
บนพื้นเอียง (ยกพื้นเรื่อยๆ)		Check : ล้มก่อน หรือ เลื่อนก่อน
เลื่อนพอดิ $\tan \theta_1 = \mu_s$	ล้มพอดิ $\tan \theta_2 = \frac{b}{h}$	☉ ถ้า $\theta_1 > \theta_2$ ล้มก่อน ☉ ถ้า $\theta_1 < \theta_2$ เลื่อนก่อน

โจทย์ถาม 1) หา F ทำให้เลื่อน 2) หา F ทำให้ล้ม 3) check event



- 33) กล่องวัตถุรูปสี่เหลี่ยมมีมวลสม่ำเสมอฐานกว้าง 0.2 เมตร สูง 0.5 เมตร มีน้ำหนัก 200 นิวตัน วางอยู่บนพื้นผิวที่ลาดมาก ถ้า ออกแรง P กระทำต่อวัตถุในแนวทำมุม 37° กับแนวระดับดังรูป จะต้องออกแรงเท่าใดจึงจะทำให้วัตถุล้มพอดี (Ent Oct'43)

1. 25 นิวตัน
- ☒ 2. 50 นิวตัน
3. 75 นิวตัน
4. 100 นิวตัน



Free body diagram and calculation:

$$P \cos 37^\circ$$

$$P \sin 37^\circ$$

$$200N$$

$$f$$

$$N$$

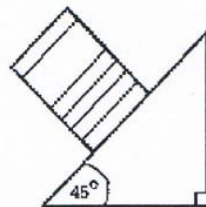
$$C = 0$$

$$P \left(\frac{4}{5} \right) (0.5) = 200 (0.1)$$

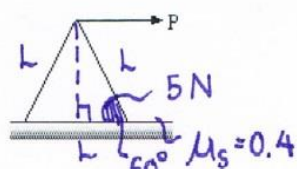
$$P = 50 N \quad \#$$

- 34) แผ่นโลหะกลมแบนสม่ำเสมอมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 เซนติเมตร หนา 1.2 มิลลิเมตร วางซ้อนกันอย่างมีระเบียบบนพื้นเอียงที่ทำมุม 45° อดศา กับแนวระดับดังรูป ถ้าแรงเสียดทานระหว่างแผ่นโลหะและพื้นเอียงมีค่ามาก จงหาว่าจะซ้อนแผ่นโลหะเหล่านี้ได้มากที่สุดเท่าใดโดยไม่มีการล้มเกิดขึ้น

1. 7 แผ่น
2. 8 แผ่น
3. 16 แผ่น
4. 18 แผ่น



- 35) แท่งปริซึมน้ำหนัก 5 นิวตัน มีหน้าตัดเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า ยาวด้านละ L วางบนพื้นผิวที่มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตเท่ากับ 0.4 ถ้าออกแรง P ในแนวขนานกับพื้นกระทำกับปริซึมตรงตำแหน่งดังที่แสดงในรูป โดยค่อยๆ เพิ่มแรงขึ้น จงคำนวณว่าสามารถทำให้ปริซึมพลิกได้หรือไม่ ถ้าได้จะต้องใช้แรง P เท่าใด (Ent Oct'43)



1. พลิกเมื่อแรง P เท่ากับ $\frac{3}{5}$ นิวตัน
2. พลิกเมื่อแรง P เท่ากับ $\frac{5}{3}$ นิวตัน
3. ไม่พลิก เพราะวัตถุจะเริ่มไถลเมื่อแรง P เท่ากับ 0.5 นิวตัน
- ☒ 4. ไม่พลิก เพราะวัตถุจะเริ่มไถลเมื่อแรง P เท่ากับ 2 นิวตัน

Free body diagram and calculation for the first case (before tipping):

$$N$$

$$P_1$$

$$f$$

$$5N$$

$$P_1 = f_s = \mu_s N$$

$$= 0.4 (5)$$

$$= 2 N$$

Free body diagram and calculation for the second case (before slipping):

$$P_2$$

$$N$$

$$f$$

$$5N$$

$$L \sin 60^\circ$$

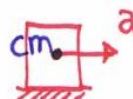
$$C = 0$$

$$P_2 (L \sin 60^\circ) = 5 \left(\frac{L}{2} \right)$$

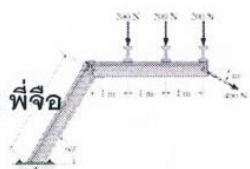
$$P_2 = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore P_1 < P_2 \quad \#$$

เทคนิค การล้มนวัตถุที่มีความเร่ง



Take mmt. รอบ จุด ศ.กมว. เท่านั้น



สภาพยืดหยุ่น (Elasticity)

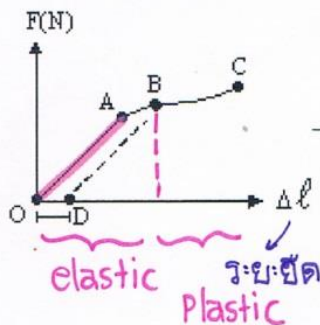
- ① **สภาพยืดหยุ่น** คือ สภาพของวัตถุที่มีแรงมากระทำภายนอกแล้วสามารถกลับคืนสู่สภาพเดิมได้เมื่อสิ้นสุดแรงกระทำ เช่น ฟองน้ำ ยางลบ เป็นต้น

สภาพพลาสติก คือ สภาพของวัตถุที่มีแรงมากระทำภายนอกแล้วมีการเปลี่ยนรูปร่างไปอย่างถาวร โดยผิววัตถุไม่มีการแตกหักเสียหาย เช่น ดินน้ำมัน

เส้น Wire

- ② พิจารณาการดึงที่ปลายลวดสปริง แล้วพิจารณากราฟระหว่างแรงดึงกับระยะยืดของสปริง ดังนี้

- จุด A คือ "ขีดจำกัดการแปรผันตรง" เป็นตำแหน่งสุดท้ายที่ ระยะยืดแปรผันตรงกับแรงสปริง ($F \propto \Delta \ell$) **คืนสภาพ 100%**

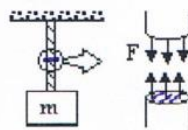


- จุด B คือ "ขีดจำกัดสภาพยืดหยุ่น" เป็นตำแหน่งสุดท้ายที่วัตถุสามารถกลับคืนสภาพเดิมได้หลังสิ้นสุดแรงกระทำ **คืนสภาพ < 100%**
- จุด C คือ "จุดแตกหัก" เป็นจุดสุดท้ายของการสิ้นสุดสภาพพลาสติก
- ระยะ OD คือ "ระยะคราก" เป็นระยะยืดของวัตถุเทียบกับสภาพเดิม

- ③ **ความเค้น** (Stress, σ) เป็นอัตราส่วนระหว่างแรงกระทำตั้งฉากกับพื้นที่ผิววัตถุ

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

หน่วย N/m^2

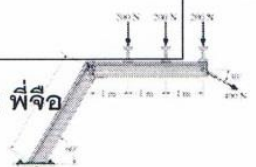


$$\begin{aligned} 1 \text{ mm}^2 &= 10^{-6} \text{ m}^2 \\ 1 \text{ cm}^2 &= 10^{-4} \text{ m}^2 \\ A &= \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} \end{aligned}$$

- ☺ การหาค่าแรง F อาจวิเคราะห์หาได้จาก แรงจากกฎนิวตัน, แรงสมดุล, แรงจากการเคลื่อนที่แบบวงกลม เป็นต้น

Ex การใช้กฎนิวตัน

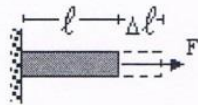
Ex สมดุล



- ④ **ความเครียด** (Strain, ϵ) เป็นอัตราส่วนระหว่างระยะยืดของวัตถุกับความยาวเดิมของวัตถุ

$$\epsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

ไม่มีหน่วย

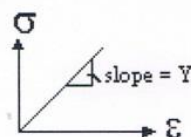


- ⑤ **มอดูลัสของยัง** (Young's Modulus) เป็นอัตราส่วนระหว่างความเค้นต่อความเครียด เป็นค่าที่ช่วยบ่งบอกว่าวัตถุนั้นทนการเปลี่ยนรูปได้มากน้อยแค่ไหน

$$5.1) \quad Y = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{FL}{A(\Delta L)}$$

หน่วย N/m^2

5.3)



Y เยอะ: ยืด ยาก

*** 5.2)
$$\Delta L = \frac{FL}{YA}$$

5.4) การเปรียบเทียบค่า Y ของวัตถุ 2 ชนิด : $\frac{Y_2}{Y_1} = \left(\frac{F_2}{F_1}\right) \left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right) \left(\frac{A_1}{A_2}\right) \left(\frac{\Delta \ell_1}{\Delta \ell_2}\right)$

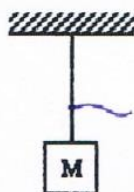
- 36) เมื่อแขวนมวล M ไว้ที่ปลายเส้นลวดดั่งรูป จะทำให้เส้นลวดยืดออก 0.12 เปอร์เซ็นต์ของความยาวเดิมพื้นที่หน้าตัดของลวด เท่ากับ 0.20 ตารางมิลลิเมตร และค่ามอดูลัสของยังเท่ากับ 2.0×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตรมวล M จะมีค่าเท่าใด

1. 48 กิโลกรัม

2. 24 กิโลกรัม

3. 4.8 กิโลกรัม

4. 2.4 กิโลกรัม



$L = 100 \%$
 $\Delta L = 0.12 \%$

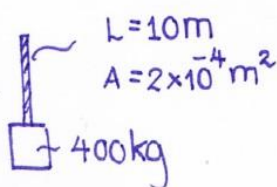
$A = 0.2 \text{ mm}^2$
 $Y = 2 \times 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

$$\Delta L = \frac{FL}{YA}$$

$$0.12 = \frac{10M(100)}{(2 \times 10^{11})(0.2 \times 10^{-6})}$$

$$M = 4.8 \text{ kg}$$

- 37) แขนมวล 400 กิโลกรัมกับเส้นลวดโลหะชนิดหนึ่งยาว 10 เมตร มีพื้นที่หน้าตัด 2×10^{-4} ตารางเมตรเส้นลวดนี้จะยืดออกเป็นระยะกี่เซนติเมตรเท่าใด ถ้ากำหนดให้ค่ามอดูลัสของลวดเส้นนี้เป็น 2×10^{15} นิวตัน/ ตารางเมตร



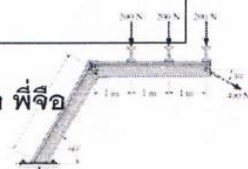
$\Delta L = ?$
 $Y = 2 \times 10^{15} \text{ N/m}^2$

$$\Delta L = \frac{FL}{YA}$$

$$= \frac{(4000) 10}{2 \times 10^{15} (2 \times 10^{-4})}$$

$$\Delta L = 10^{-7} \text{ m} = 10^{-5} \text{ cm} \quad \#$$

$1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$
 $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$



38) ลวดเหล็กเส้นหนึ่งยาว 4 เมตร มีพื้นที่หน้าตัด 5×10^{-5} ตารางเมตร จงหาว่าแรงดึงที่ทำให้ลวดเส้นนี้ยืดออก 0.02×10^{-2} เมตร มีค่ากี่นิวตัน (ค่ามอดูลัสของยังของลวดเหล็กเท่ากับ 2×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตร)

1. 200
2. 300
3. 400
4. 500

39) นำลวดทองแดงและโลหะไม่ทราบชนิด ที่มีพื้นที่หน้าตัดและความยาวเท่ากัน มาผูกมัดถ่วงมวล 7,000 กิโลกรัมแขวนห้อยไว้ในแนวตั้ง ปรากฏว่าทองแดงยืดออกจากเดิม 1.75 มิลลิเมตร ขณะที่โลหะไม่ทราบชนิดยืดออกจากเดิม 1.43 มิลลิเมตร ถ้าทองแดงมีค่ามอดูลัสของยังเท่ากับ 1.1×10^{11} นิวตันต่อตารางเมตร โลหะนี้จะมีค่ามอดูลัสของยังเท่ากับเท่าไร

1. $1.15 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
2. $1.35 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
3. $1.65 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
4. $1.85 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

$\text{Cu}^{(1)} \quad \text{metal}^{(2)}$
 $A_1 L \quad A_2 L$
 $\Delta L = 1.75 \text{ mm} \quad \Delta L = 1.43 \text{ mm}$
 $Y = 1.1 \times 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad Y_2$

~~$Y = \frac{F}{A} \cdot \frac{L}{\Delta L}$~~

$\frac{Y_2}{Y_1} = \frac{\Delta L_1}{\Delta L_2}$

$\frac{Y_2}{1.1 \times 10^{11}} = \frac{1.75}{1.43}$

$Y_2 = 1.35 \times 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad \#$

40) ลวดทำด้วยโลหะต่างชนิดกันสองเส้น ยาวเท่ากัน มีพื้นที่หน้าตัดเป็น 0.1 และ 0.18 ตารางเซนติเมตร เมื่อดึงลวดทั้งสองนี้ด้วยแรงเท่ากัน มันจะยืดออกเท่ากับ 0.3 และ 0.2 เซนติเมตร ตามลำดับ จงหาอัตราส่วนของมอดูลัสของยังของเส้นลวดเส้นที่หนึ่งต่อมอดูลัสของยังของลวดเส้นที่สอง

1. 27 : 100
2. 5 : 6
3. 6 : 5
4. 100 : 27

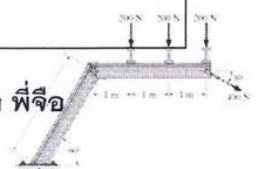
$\text{①} \quad \text{②}$
 $L \quad L$
 $A_1 = 0.1 \text{ cm}^2 \quad A_2 = 0.18 \text{ cm}^2$
 $F \quad F$
 $\Delta L_1 = 0.3 \text{ cm} \quad \Delta L_2 = 0.2 \text{ cm}$

$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{A_2}{A_1} \cdot \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1}$

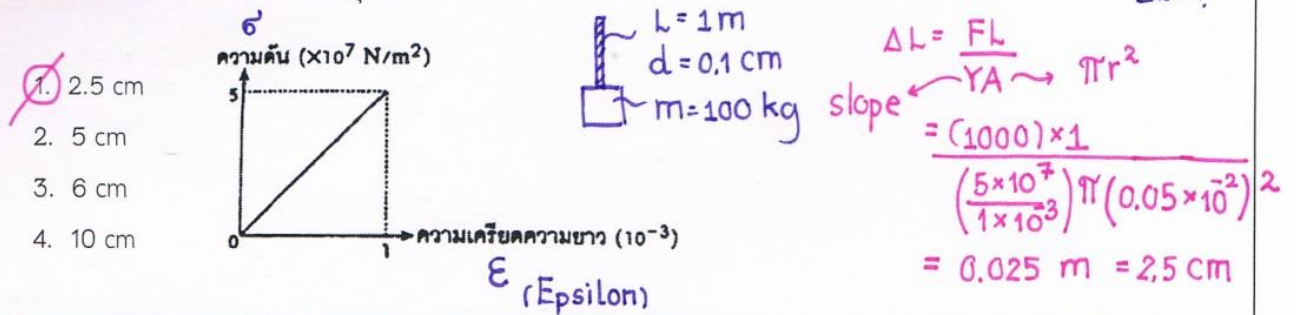
$= \frac{0.18}{0.1} \cdot \frac{0.2}{0.3}$

$= \frac{6}{5} \quad \#$

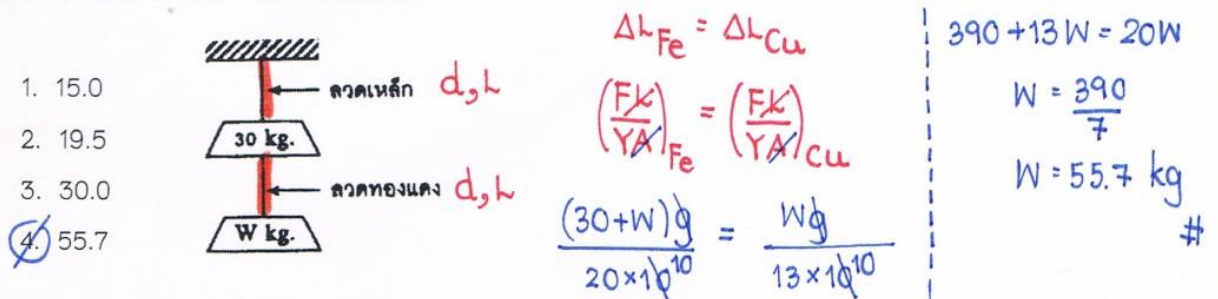
$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{P}{P}$



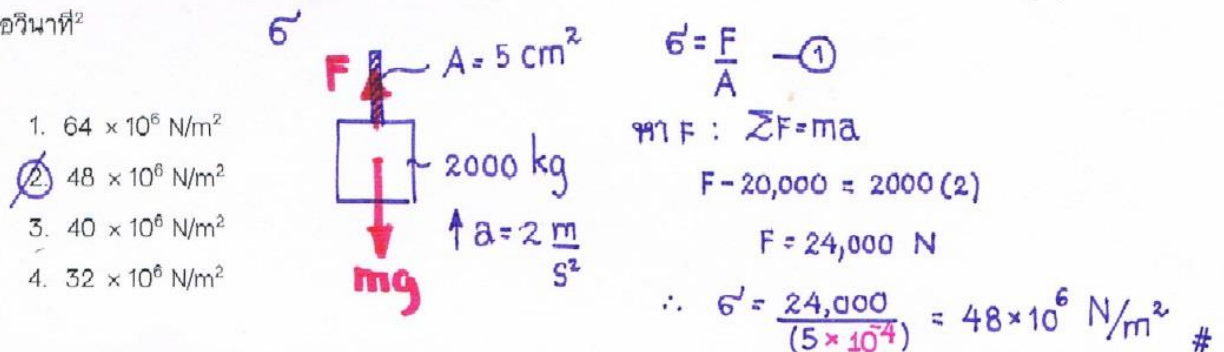
- 41) ลวดยาว 1 เมตร มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.1 เซนติเมตรสร้างจากโลหะที่มีคุณสมบัติความยืดหยุ่น ดังรูป จงหาว่าลวดนี้จะยืดออกเท่าใด ถ้าใช้ในการยกวัตถุมวล 100 กิโลกรัม $\Delta L = ?$



- 42) เหล็กเส้นหนึ่งยาว 2.0 เมตร มีมวล 30.0 กิโลกรัม ผูกไว้ตรงปลายดังรูป เมื่อนำลวดทองแดงที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางและความยาวเท่ากันกับลวดเหล็กมาผูกต่อกับมวล 30.0 กิโลกรัม จะต้องนำมวล W กิโลกรัมมาผูกที่ปลายข้างหนึ่งของลวดทองแดงเท่าไรจึงจะทำให้เส้นลวดทั้งสองยืดออกได้เท่ากัน กำหนด โมดูลัสของยังของเหล็ก และทองแดงเป็น 20×10^{10} และ $13 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ ตามลำดับ



- 43) ลวดเหล็กกล้าสำหรับดิ่งลิฟต์ตัวหนึ่งมีพื้นที่หน้าตัด 5 ตารางเซนติเมตร ตัวลิฟต์และสัมภาระในลิฟต์มีน้ำหนักรวม 2,000 กิโลกรัม จงหาความเค้น (stress) ในสายเคเบิล ในขณะที่ลิฟต์กำลังเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่งสูงสุด 2.0 เมตรต่อวินาที²



- 44) ลวดเหล็กยาว 4 เมตร พื้นที่หน้าตัด 0.5 ตร.ซม. ผูกยึดกับคานแข็งแรง ABO ที่จุด B จงหาส่วนยืดของลวดเหล็ก เมื่อมีน้ำหนัก 2,000 kg มากระทำที่จุด A ของคาน ถ้าเหล็กมีค่ามอดูลัสของยังเท่ากับ $200 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ และ $g = 10 \text{ m/s}^2$

