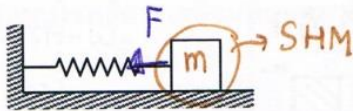


Pop Pattern of Problems

แบบที่ 1 การคำนวณการสั่นของมวล-สปริง

แบบที่ 2 ลูกตุ้มนาฬิกา



$$\Sigma F = m\omega^2 A$$

$$kx = m\omega^2 A$$

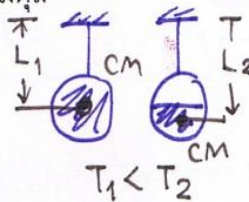
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Note ค่า k มักหาจากสมการ



$$T_1 < T_2$$

Problems

1) อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิกการกระจัดตั้งสมการ $x = 2 \cos(0.5t + \frac{\pi}{4})$ เมตร จงหา



ก. อัตราเร็วสูงสุด

ข. ความเร่งสูงสุด

ค. ความเร็วของอนุภาคนี้นี้เมื่อมีการกระจัด 1.0 เมตร

ก) $v_m = \omega A$
 $= 0.5(2)$
 $= 1 \text{ m/s}$

ข) $a_m = \omega^2 A$
 $= 0.5^2(2)$
 $= 0.5 \text{ m/s}^2$

ค) $v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$
 $= 0.5 \sqrt{2^2 - 1^2}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s}$

2) สำหรับการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์โมนิกอย่างง่ายที่มีแอมพลิจูดเป็น A จงหาขนาดของการกระจัด ณ ตำแหน่งที่อัตราเร็วเป็นครึ่งหนึ่งของอัตราเร็วสูงสุด

1. $\frac{1}{4} A$

2. $\frac{1}{2} A$

3. $\frac{3}{4} A$

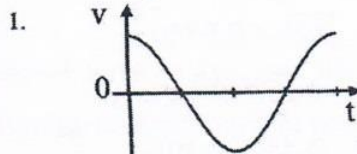
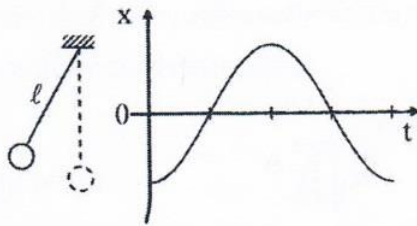
4. $\frac{\sqrt{3}}{2} A$

$v = \frac{1}{2} v_m$
 $\omega \sqrt{A^2 - x^2} = \frac{1}{2} \omega A$
 $A^2 - x^2 = \frac{1}{4} A^2$
 $\frac{3}{4} A^2 = x^2$
 $x = \frac{\sqrt{3}}{2} A$

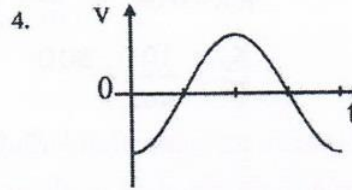
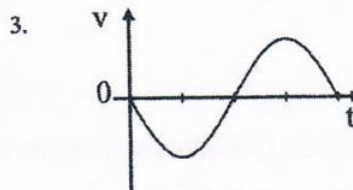
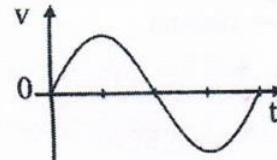
#



- 3) ถ้ากราฟการกระจัด (x) กับเวลา (t) ของการแกว่งของลูกตุ้มนาฬิกาเป็นดังรูป กราฟของความเร็ว (v) กับเวลา (t) จะเป็นดังข้อใด



2.



1. กราฟ v-t มีเฟสต่าง x-t อยู่ $\frac{\pi}{2}$ (Trick : ฝึกกราฟ x-t เป็นระยะ $\frac{t}{4}$ จะได้กราฟ v-t)

- 4) อนุภาคหนึ่งเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกอย่างง่ายด้วยความถี่ 3 รอบต่อวินาที เมื่ออนุภาคอยู่ห่างจากตำแหน่งสมดุลเป็นระยะทาง 2 เซนติเมตร ความเร่งเชิงเส้นของอนุภาคที่ตำแหน่งนี้มีค่าเท่าใด กำหนดให้ (ให้ $\pi = 3.14$ ปัดเศษของคำตอบให้ได้เลขจำนวนเต็ม)

1. 19 เซนติเมตรต่อวินาที²
2. 15 เซนติเมตรต่อวินาที²
3. 7 เซนติเมตรต่อวินาที²
4. 6 เซนติเมตรต่อวินาที²

$$\begin{aligned} a &= \omega^2 x \\ &= (2\pi f)^2 x \\ &= [2\pi(3)]^2 0.02 = 0.72\pi \text{ m/s}^2 \\ &\approx 7 \text{ cm/s}^2 \# \end{aligned}$$

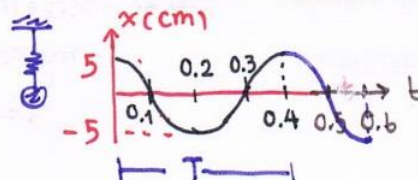
- 5) วัตถุชิ้นหนึ่งติดอยู่กับปลายข้างหนึ่งของสปริงซึ่งยาว 2 เมตร และปลายข้างหนึ่งตรึงอยู่กับที่ ถ้าวัตถุชิ้นนี้วางอยู่บนพื้นราบเกลี้ยง และกำลังเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก โดยมีความเร็วมากที่สุด 2 เมตรต่อวินาที และมีการกระจัดจุดสมดุลมากที่สุด 0.5 เมตร อัตราเร็วเชิงมุมของการเคลื่อนที่นี้เป็นกี่เรเดียนต่อวินาที

$$\begin{aligned} v_m &= \omega A \\ 2 &= \omega(0.5) \\ \omega &= 4 \text{ rad/s} \# \end{aligned}$$

$$x = 0$$

- 6) การกระจัด (x) ของมวล 50 กรัม ซึ่งติดไว้กับปลายของลวดสปริงเบาเป็นไปตามสมการ $x = 5 \cos 5\pi t$ เซนติเมตร เมื่อเวลาผ่านไป 0.6 วินาที มวลจะเคลื่อนที่ที่เป็นระยะทางทั้งหมดกี่เซนติเมตร

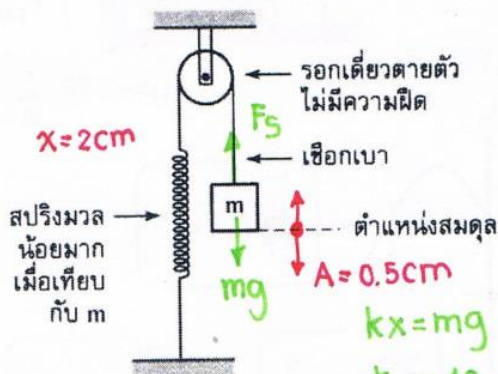
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0.4 \text{ s}$$



$$S = 30 \text{ cm} \#$$



- 7) เมื่อแขวนมวล m เข้ากับปลายเชือกด้านที่ไม่ได้ผูกติดกับสปริง พบว่าสปริงยืดออก 2 เซนติเมตร ถ้ากระตุ้นให้มวล m สั่นโดยดึงลงในแนวตั้งให้ยืดออกไปอีก 0.5 เซนติเมตร แล้วปล่อยให้สั่นอย่างอิสระ ขณะที่ m เคลื่อนที่ผ่านตำแหน่งสมดุลจะมีอัตราเร็วเท่าไร ถ้า m เท่ากับ 50 กรัม



$$kx = mg \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{x}$$

$$\frac{k}{m} = \frac{10}{0.02} = 500$$

$$v_{\max} = \omega A$$

$$= \sqrt{\frac{k}{m}} A$$

$$= \sqrt{500 \times 0.5 \times 10^{-2}}$$

$$= 5\sqrt{5} \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

$$= 0.11 \text{ m/s} \quad \#$$

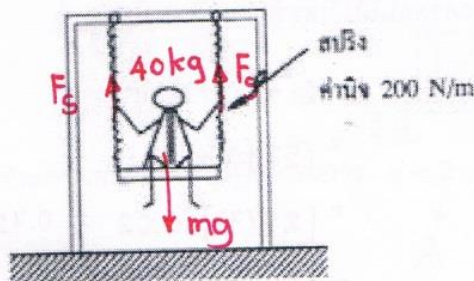
- 8) ชิงช้าอันหนึ่งแขวนอยู่ด้วยสปริงสองอัน สปริงแต่ละอันมีค่าเป็นนิจเท่ากับ 200 นิวตันต่อเมตร ถ้าความยาวเริ่มต้นของสปริงเท่ากับ 1 เมตร ทั้งสองข้าง แล้วมีเด็กมวล 40 กิโลกรัม มานั่ง และแกว่งชิงช้าไปด้วยมุมแคบ ๆ ชิงช้านี้จะแกว่งด้วยความถี่เท่าไร (ให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$)

$$1. \frac{1}{2} \sqrt{\frac{10}{3}}$$

$$2. \frac{1}{2\pi} \sqrt{5}$$

$$3. \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{100}{11}}$$

$$4. \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{25}{3}}$$



$$\uparrow = \downarrow$$

$$2kx = mg$$

$$2(200)x = 400$$

$$x = 1 \text{ m}$$

$$L = 1 + 1 = 2 \text{ m}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{2}}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{5} \quad \#$$

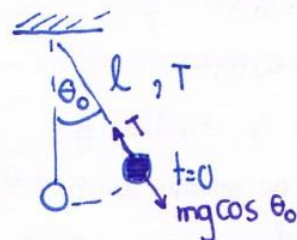
- 9) พิจารณาการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่ายมวล m มีความยาวเชือก l กับคาบการแกว่งเป็น T ถ้า ณ เวลา $t = 0$ ลูกตุ้มมีการกระจัดเชิงมุม θ_0 ข้อใดถูกต้อง

$$1. \text{ ณ เวลา } \frac{3}{4}T \text{ ลูกตุ้มหยุดชั่วขณะที่ตำแหน่งต่ำสุด } \times$$

$$2. \text{ ที่ตำแหน่งสูงสุด ลูกตุ้มอยู่ในสภาพสมดุล}$$

$$3. \text{ ที่ตำแหน่งต่ำสุด ลูกตุ้มอยู่ในสภาพสมดุล}$$

$$4. \text{ ไม่มีตำแหน่งใดที่ลูกตุ้มอยู่ในสภาพสมดุล}$$



$$\text{ข้อ 2) } \Sigma F_c = m a_c$$

$$T - mg \cos \theta_0 = \frac{mv^2}{R} = 0$$

$$T = mg \cos \theta_0 \quad (a = 0)$$



- 10) ลูกตุ้มทรงกลมสองลูกมีขนาดเท่ากัน ลูกหนึ่งเป็นลูกตุ้มไม้ อีกลูกหนึ่งเป็นลูกตุ้มโลหะซึ่งมีความหนาแน่นเป็น n เท่าของลูกตุ้มไม้ เมื่อนำมาแขวนด้วยเส้นด้ายยาวเท่ากันแล้วนำมาแกว่งอย่างอิสระด้วยมุมเริ่มต้นเป็น 0 ซึ่งเป็นมุมระหว่างเส้นด้ายกับแนวตั้งและมีค่าไม่เกิน 5° อยากทราบว่า ความถี่ในการแกว่งของลูกตุ้มโลหะจะเป็นกี่เท่าของความถี่ในการแกว่งของลูกตุ้มไม้

f, T ไม่ขึ้นกับชนิดวัสดุ

1. เท่ากัน

2. n เท่า

3. $\sqrt{n}$ เท่า

4. n^2 เท่า

- 11) ลูกตุ้มอย่างง่ายมวล m_A, m_B, m_C และ m_D ถ้า $m_A = 2m_B, m_B = 0.5m_C, m_C = 3m_D$ โดยความยาวของเชือกที่ผูกกับมวลแต่ละก้อนเท่ากัน คาบการแกว่งของมวลแต่ละก้อนเป็น T_A, T_B, T_C และ T_D ตามลำดับข้อใดถูกต้อง

1. $T_A = T_B = T_C = T_D$

2. $T_A > T_B, T_B < T_C, T_C < T_D$

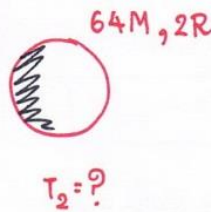
3. $T_A < T_B, T_B > T_C, T_C < T_D$

4. $T_A < T_B, T_B < T_C, T_C < T_D$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

T ไม่ขึ้นกับมวล

- 12) ลูกตุ้มนาฬิกาอันหนึ่งเมื่อใช้แกว่งบนโลกจะมีคาบการแกว่ง 4 วินาที ถ้านำไปแกว่งบนดาวดวงหนึ่งซึ่งมีมวลเป็น 64 เท่าของโลก และมีรัศมีเป็น 2 เท่าของโลก จะมีคาบการแกว่งเป็นเท่าไร



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{LR^2}{GM}}$$

$$T = 2\pi R\sqrt{\frac{L}{GM}}$$

$$T \propto \frac{R}{\sqrt{M}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{R_2}{R_1} \sqrt{\frac{M_1}{M_2}}$$

$$\frac{T_2}{4} = \frac{2R}{R} \sqrt{\frac{M}{64M}}$$

$$T_2 = 1 \text{ s} \quad \#$$

- 13) ถ้าต้องการให้ลูกตุ้มนาฬิกาอย่างง่าย แกว่ง 50 รอบ ในเวลา 80 วินาที ต้องใช้ความยาวสายแขวนกี่เซนติเมตร

$$(\pi^2 \approx 10)$$

$$f = \frac{50 \text{ รอบ}}{80 \text{ s}} = \frac{5}{8} \text{ รอบ/s}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{g}{L}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$L = 0.64 = 64 \text{ cm}$$

