

Problems

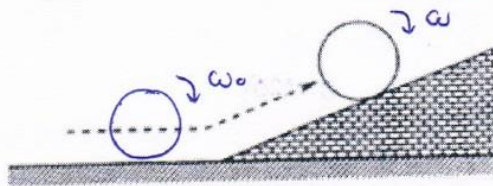
- 1) วงหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 เซนติเมตร เริ่มหมุนรอบแกนจากหยุดนิ่งด้วยแรงคู่ควบอันหนึ่ง ปรากฏว่าล้อนั้นมีความเร็ว 60 เรเดียนต่อวินาที ในเวลา 12 วินาที จงหาความเร่งเชิงมุมและระยะทางเชิงมุมที่วัตถุกวาดไปได้

1. 2.5 rad/s^2 และ 360 rad
~~2.~~ 5 rad/s^2 และ 360 rad
 3. 2.5 rad/s^2 และ 180 rad
 4. 5 rad/s^2 และ 180 rad

$$\begin{aligned} v &= u + at \\ \omega &= \omega_0 + \alpha t \\ 60 &= \alpha(12) \\ \alpha &= 5 \text{ rad/s}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ &= \frac{1}{2} (5) 12^2 \\ \theta &= 360 \text{ rad} \end{aligned}$$

- 2) ทรงกลมกลิ้งขึ้นเนินตามทิศทางดังรูป ขณะกลิ้งขึ้นไปตามพื้นเอียง ความเร่งเชิงมุมของทรงกลมมีทิศทางใด



$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\omega - \omega_0}{t} \\ \alpha &\rightarrow \ominus \quad \because \omega < \omega_0 \\ &\text{ทิศ } \odot \text{ out} \end{aligned}$$

- ~~1.~~ ฟุ้งออกจากกระดาน 2. ฟุ้งเข้าไปในกระดาน 3. ขึ้นตามพื้นเอียง 4. ลงมาตามพื้นเอียง

$$\omega_0 = 0$$

$$\omega$$

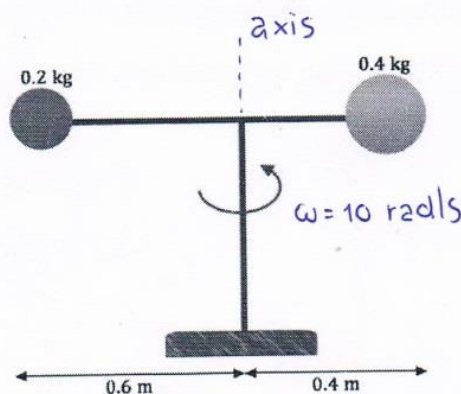
- 3) จากเดิมที่หยุดนิ่ง รอกหมุนด้วยความเร่งเชิงมุมคงที่ จนกระทั่งมีความเร็วเชิงมุม 30 rad/s จงหาว่าในเวลา 8 วินาที จะได้ระยะทางเชิงมุมเท่ากับเท่าใด

1. 60 rad ~~2.~~ 120 rad
 3. 240 rad 4. 300 rad

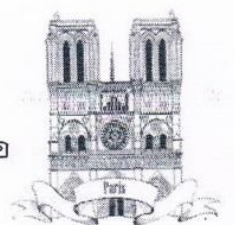
$$\begin{aligned} \theta &= \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2} \right) t \\ &= \left(\frac{0 + 30}{2} \right) 8 \\ &= 120 \text{ rad} \quad \# \end{aligned}$$

- 4) วัตถุมวล 0.2 kg และ 0.4 kg ติดที่ปลายโลหะเบายาว 1 เมตร แท่งโลหะหมุนรอบแกน ดังรูป ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม 10 rad/s จงคำนวณหาพลังงานจลน์ของการหมุน

1. 1.4 J
~~2.~~ 6.8 J
 3. 13.6 J
 4. 14.0 J

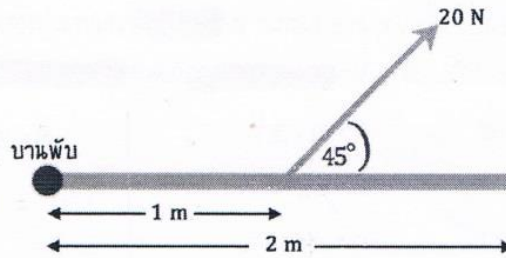


$$\begin{aligned} E_{k,r} &= \frac{1}{2} I \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} [m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2] \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} [0.2 (0.6)^2 + 0.4 (0.4)^2] 10^2 \\ &= 6.8 \quad \text{J} \quad \# \end{aligned}$$



5) จากรูป แสดงแรงกระทำต่อประตุ จงหาขนาดของทอร์กที่เกิดจากแรงนี้กระทำต่อประตุ

1. 0 N·m
2. 10 N·m
3. 14 N·m
4. 20 N·m



$$\tau = (20 \sin 45^\circ) 2$$

$$= 10\sqrt{2}$$

$$\approx 14 \text{ Nm}$$

6) ทอร์กของการต้านทาน 300 N·m ทำให้เครื่องจักรซึ่งเริ่มจากการหมุน ด้วยอัตราเร็วเชิงมุม 120 rad/s สามารถหยุดการหมุนได้ภายใน 80 วินาที จงหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของเครื่องจักรนี้

1. 200
2. 250
3. 300
4. 400

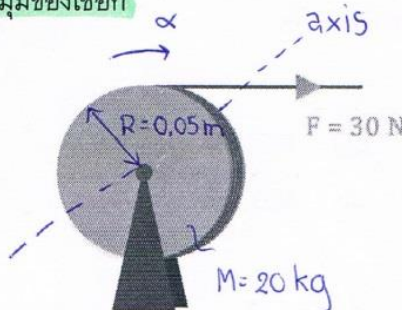
$$\Sigma \tau = I \alpha$$

$$-300 = I \left(\frac{0 - 120}{80} \right)$$

$$I = 200 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

7) ทรงกระบอกตันมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.10 m และมีมวล 20 kg เมื่อดึงเชือกที่พันรอบทรงกระบอกนี้ด้วยแรง ขนาด 30 N ดังรูป จงหาค่าความเร่งเชิงมุมของเชือก

1. $\frac{1}{5} \times 10^2 \text{ rad/s}^2$
2. $\frac{2}{5} \times 10^2 \text{ rad/s}^2$
3. $\frac{3}{5} \times 10^2 \text{ rad/s}^2$
4. $\frac{4}{5} \times 10^2 \text{ rad/s}^2$



$$\Sigma \tau = I \alpha$$

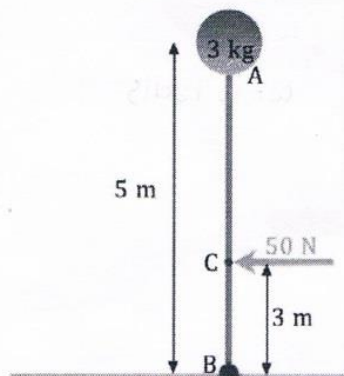
$$FR = \frac{1}{2} MR^2 \alpha$$

$$30 = \frac{1}{2} (20) (0.05) \alpha$$

$$\alpha = \frac{3}{5} \times 10^2 \text{ rad/s}^2$$

8) คานเบา AB ยาว 5 m มีมวล 3 kg ติดอยู่ที่ปลาย ส่วนที่ปลาย B เป็นตำแหน่งจุดหมุนตรงที่ทำให้คานหมุนได้ คล่องในแนวราบ ถ้ามีแรง 50 N กระทำที่จุด C ดังรูป จงหาว่าที่ตำแหน่งปลาย A จะมีความเร่งเชิงมุมเท่าใด

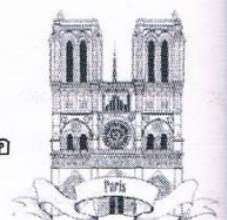
1. 1 rad/s²
2. 2 rad/s²
3. 3 rad/s²
4. 4 rad/s²



$$\Sigma \tau = I \alpha$$

$$50(3) = \frac{1}{2} (3) (5)^2 \alpha$$

$$\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$$



9) ทรงกระบอกตันมวล M รัศมี R พันรอบด้วยเชือกแล้วผูกแขวนไว้ดังรูป เมื่อปล่อยให้เคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่ง แรงตึงในเส้นเชือกมีค่าเท่าไร

(กำหนดให้ โมเมนต์ความเฉื่อยของทรงกระบอกตันรอบแกนของทรงกระบอก เท่ากับ $\frac{1}{2}MR^2$)



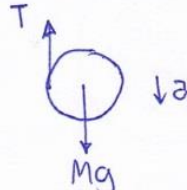
1. $\frac{Mg}{3}$
2. $\frac{Mg}{2}$
3. $\frac{2Mg}{3}$
4. $\frac{3Mg}{2}$



$$\sum \tau = I\alpha$$

$$TR = \frac{1}{2}MR^2 \alpha$$

$$T = \frac{1}{2}Ma \quad \text{--- (1)}$$



$$\sum F = ma$$

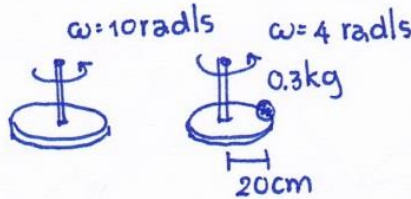
$$Mg - T = Ma \quad \text{--- (2)}$$

$$\therefore Mg - T = 2T$$

$$T = \frac{Mg}{3} \quad \#$$

10) จานหมุนอันหนึ่งกำลังหมุนด้วยความเร็วเชิงมุม 10 เรเดียนต่อวินาที ขณะที่จานหมุนอย่างอิสระ ทำการวางมวล 0.3 กิโลกรัม ห่างจากจุดหมุน 20 เซนติเมตร ทำให้จานหมุนด้วยความเร็วเชิงมุม 4 เรเดียนต่อวินาที จงหา โมเมนต์ความเฉื่อยของจานหมุน

1. $8 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
2. $8 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
3. $4 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
4. $4 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$



$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

$$I_1 (10) = (I_1 + 0.3 \cdot 0.2^2) 4$$

$$10 I_1 = 4 I_1 + 0.012 \times 4$$

$$6 I_1 = 0.012 \times 4$$

$$I_1 = 0.008 = 8 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

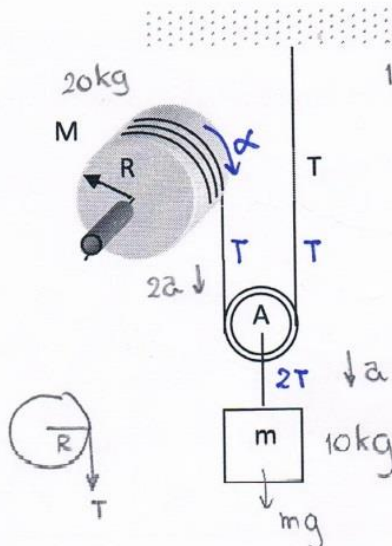
11) จากรูปกำหนดให้ มวล $m = 10 \text{ kg}$ ซึ่งยึดติดกับรอกเบาหมุนคล่อง A โดยมีเชือกเบาพันรอบ ล้อตัน มวล

$M = 20 \text{ kg}$ รัศมี $R = 0.15 \text{ m}$ จงหา

11.1) ความเร่งของมวล m

11.2) เชิงมุมของล้อตัน

11.3) แรงตึงเชือก T



$$11.1) \sum F = ma$$

$$100 - 2T = 10a \quad \text{--- (1)}$$

$$\sum \tau = I\alpha$$

$$TR = \left(\frac{1}{2}MR^2 \right) \frac{2a}{R}$$

$$T = Ma$$

$$T = 20a \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{จาก (1); } 100 - 40a = 10a$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$11.2) \alpha = \frac{2a}{R} = \frac{2(2)}{0.15}$$

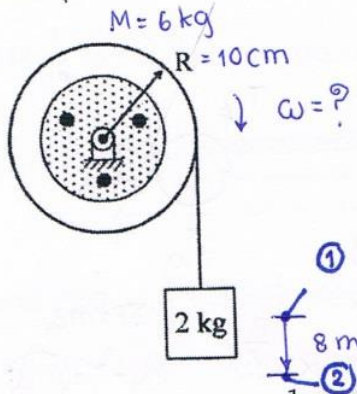
$$= \frac{80}{3} = 26.6 \text{ rad/s}^2$$

$$11.3) T = 40 \text{ N} \quad \#$$



- 12) มวล 2 กิโลกรัม ผูกด้วยเชือกยาวที่พันอยู่กับรอกมวล 6 กิโลกรัม รัศมี 10 เซนติเมตร เมื่อปล่อยให้เคลื่อนที่ลงมาได้ 8 เมตร ความเร็วเชิงมุมของรอกเป็นกี่เรเดียนต่อวินาที (PSU-Quota' 56)

1. 63.2
2. 80.0
3. 89.4
4. 179



$$E_1 = E_2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$2(10)(8) = \frac{1}{2}(2)\omega^2(0.1)^2 + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}(6)(0.1)^2)\omega^2$$

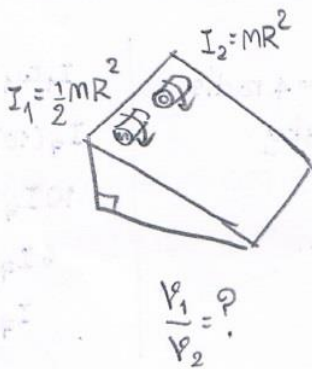
$$160 = \frac{5}{2}(0.1)^2\omega^2$$

$$\omega = 80 \text{ rad/s} \#$$

- 13) ปล่อยทรงกระบอกตัน (โมเมนต์ความเฉื่อย $\frac{1}{2}MR^2$) และทรงกระบอกกลวง (โมเมนต์ความเฉื่อย MR^2)

ให้กลิ้ง โดยไม่ไถลลงมาจากพื้นเอียงเดียวกัน จากตำแหน่งตั้งต้นเท่ากัน จงหาอัตราส่วนของอัตราเร็วของทรงกระบอกตัน ต่ออัตราเร็วของทรงกระบอกกลวง ที่ตำแหน่งปลายพื้นเอียง (7 วิชาสามัญ, กสพท : Jan' 55)

1. $\frac{2}{\sqrt{3}}$
2. $\frac{4}{3}$
3. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. $\frac{3}{4}$
5. $\frac{1}{2}$



$$E_1 = E_2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I(\frac{v}{R})^2$$

$$v^2 = \frac{2mgh}{(m + \frac{I}{R^2})} = \frac{2mghR^2}{mR^2 + I}$$

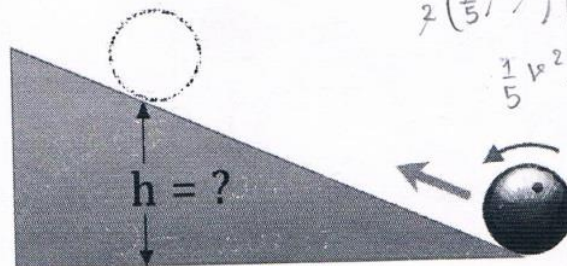
$$\text{จะได้ } \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \left[\frac{MR^2 + MR^2}{MR^2 + \frac{1}{2}MR^2}\right] = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \#$$

- 14) ลูกโบว์ลิ่ง กลิ้งขึ้นพื้นเอียง โดยมีความเร็วต้นที่จุดศูนย์กลางมวล 8 m/s จงคำนวณว่า ลูกโบว์ลิ่ง จะขึ้นไปได้

(h) สูงสุด (วัดในแนวตั้ง) ได้กี่เมตร กำหนดให้ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก = g

1. $\frac{448}{10g}$ m
2. $\frac{448}{15g}$ m
3. $\frac{448}{2g}$ m
4. $\frac{448}{g}$ m



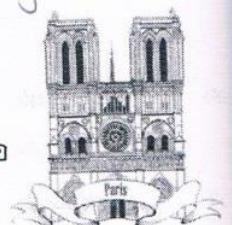
$$\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}(\frac{2}{5}mR^2)(\frac{v}{R})^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$\frac{1}{5}v^2 + \frac{1}{2}v^2 = gh$$

$$\frac{7}{10}(8)^2 = gh$$

$$h = \frac{448}{10g} \#$$



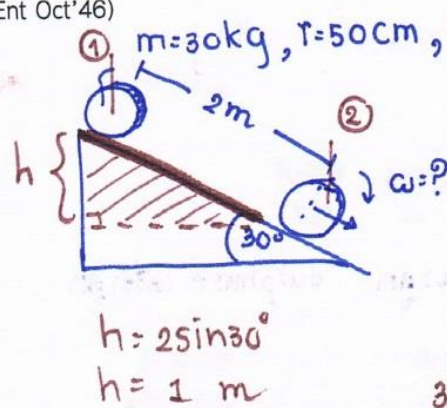
- 15) แผ่นกลมแบนมวล 30 กิโลกรัม รัศมี 50 เซนติเมตร มีโมเมนต์ความเฉื่อยเท่ากับ 6.5 กิโลกรัม·เมตร² เมื่อปล่อยให้กลิ้งลงมาตามพื้นเอียงทำมุม 30 องศา เทียบกับแนวนอนระดับ จงหาอัตราเร็วเชิงมุมของแผ่นกลมขณะกลิ้งลงได้ระยะ 2 เมตร ตามพื้นเอียง (Ent Oct'46)

1. $10\sqrt{\frac{1}{7}}$ rad/s

2. $10\sqrt{\frac{2}{7}}$ rad/s

3. $10\sqrt{\frac{3}{7}}$ rad/s

4. $10\sqrt{\frac{4}{7}}$ rad/s



$E_1 = E_2$

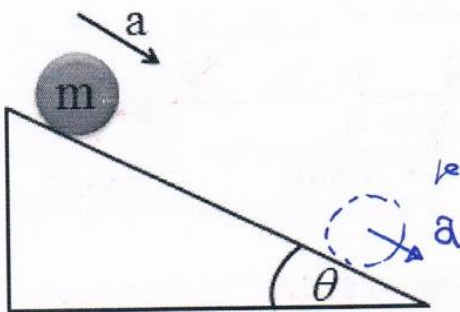
$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$mgh = \frac{1}{2}m(\omega R)^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$30(10)(1) = \left[\frac{1}{2}(30)(0.5)^2 + \frac{1}{2}(6.5) \right] \omega^2$

$\omega = 10\sqrt{\frac{3}{7}} \text{ rad/s} \#$

- 16) ทรงกลมตันมวล m รัศมี R กลิ้งลงมาตามพื้นเอียงที่ทำมุม θ กับพื้นราบโดยไม่ไถล ดังรูป จงหาอัตราเร็วเชิงมุมของทรงกลมมีความเร่งเท่าใด



1. $\frac{3}{5}g \sin \theta$

2. $\frac{5}{3}g \sin \theta$

3. $\frac{5}{7}g \sin \theta$

4. $\frac{7}{5}g \sin \theta$

$h = s \sin \theta$

$E_1 = E_2$

$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2$

$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{5}v^2$

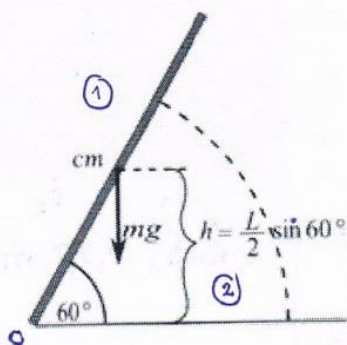
$gh = \frac{7}{10}v^2 \rightarrow v^2 = \frac{10}{7}gh$

$v^2 = u^2 + 2as$

$\frac{10}{7}gh = 0 + 2a \frac{h}{\sin \theta}$

$a = \frac{5}{7}g \sin \theta \#$

- 17) แท่งไม้สม่ำเสมอยาว L มีมวล m ปลายหนึ่งติดบานพับไว้กับพื้น เมื่อทำให้เริ่มเคลื่อนที่จากมุม 60 องศา ดังรูป ปลายไม้จะถึงพื้นด้วยอัตราเร็วเท่าใดและมีขนาดความเร่งเชิงเส้นเท่าใด



(1) $E_1 = E_2$

$mgh = \frac{1}{2}I\omega^2$

$mg\left(\frac{L}{2}\sin 60^\circ\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}mL^2\right]\omega^2 \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}g = \frac{1}{3}L\omega^2$

$\omega = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{g}{L}\right)^{\frac{1}{2}}$

$\omega = \frac{v}{L} \rightarrow v = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}gL\right)^{\frac{1}{2}} \text{ m/s} \#$

(2) $\tau = I\alpha$

$mg\frac{L}{2} = \left(\frac{1}{3}mL^2\right)\frac{a}{L}$

$a = \frac{3}{2}g \text{ m/s}^2 \#$

