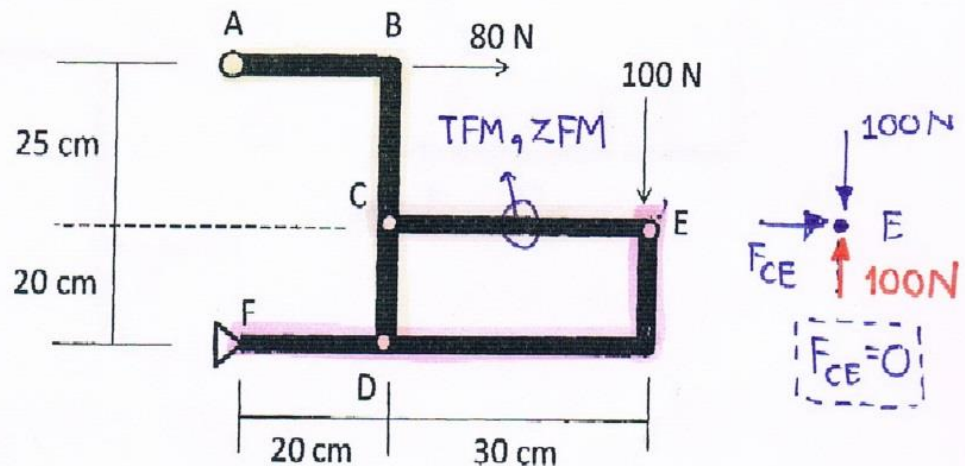


ชื่อ-สกุล ..... รหัส ..... ตอน .....

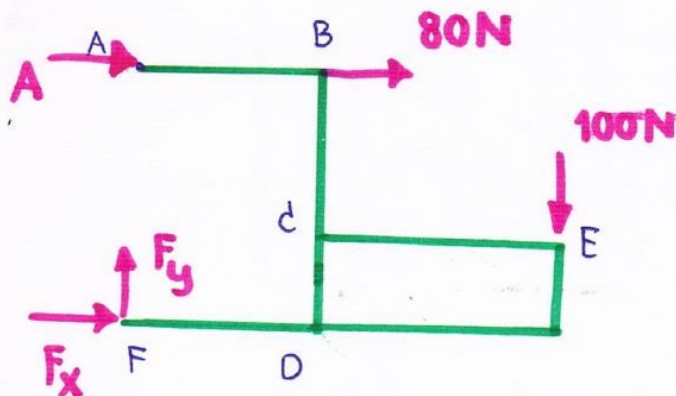
ข้อที่ 1 การวิเคราะห์โครงสร้างเฟรม (รวม 20 คะแนน)

ระบบโครงข้อแข็งประกอบด้วย 3 ชั้นส่วน ดังนี้ 1) ชั้นส่วน ABCD 2) ชั้นส่วน CE และ 3) ชั้นส่วน FDE ยึดต่อกันด้วยสลักเกลียวไร้แรงเสียดทาน ที่ตำแหน่ง C, E และ D ดังแสดงในรูป ระบบดังกล่าวอยู่ในสมดุลภายใต้แรง 80 N และ 100 N กระทำที่ตำแหน่ง B และ E ตามลำดับ (ทิศทางดังแสดง)



1.1) จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาของที่รองรับ ณ ตำแหน่ง A และ F (5 คะแนน)

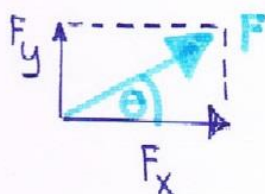
FBD (ทั้งโครงสร้าง)



$$\therefore A = 191.1 \text{ N} \leftarrow$$

$$F = 149.5 \text{ N} \quad 42.0^\circ$$

$$\begin{aligned} \sum M_F = 0 &: -A(45) - 80(45) - 100(50) = 0 \rightarrow A = -191.1 \text{ N} \\ \sum F_x = 0 &: F_x + A + 80 = 0 \rightarrow F_x + (-191.1) + 80 = 0 \rightarrow F_x = 111.1 \text{ N} \\ \sum F_y = 0 &: F_y - 100 = 0 \rightarrow F_y = 100 \text{ N} \end{aligned}$$

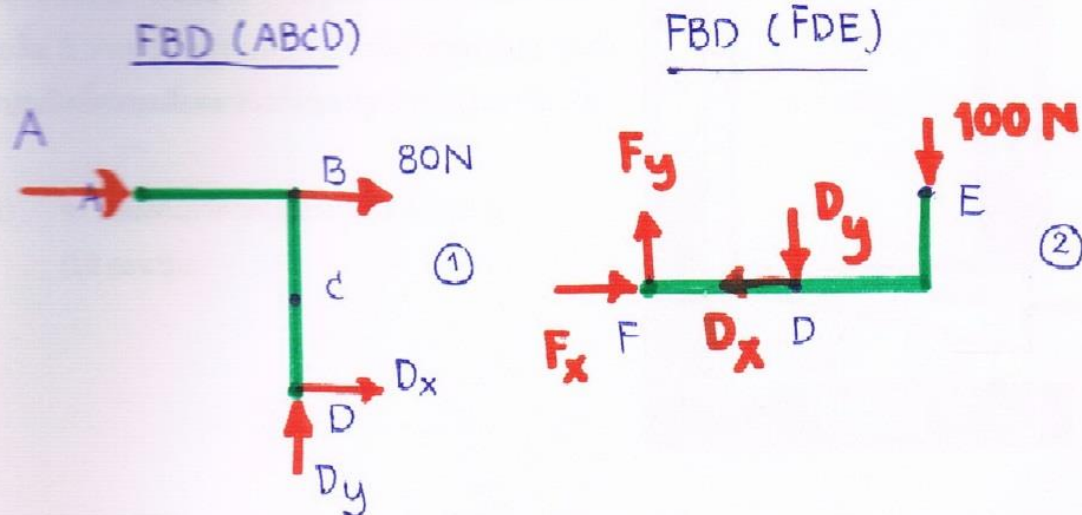


$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 149.5 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{100}{111.1}\right) = 42.0^\circ$$

ชื่อ-สกุล.....รหัส.....ตอน.....

1.2) จงคำนวณหาแรงกระทำที่จุดต่อของทุกชิ้นส่วน (15 คะแนน)



รูป ①:  $\uparrow \sum F_y = 0 : D_y = 0 \text{ N}$

$\rightarrow \sum F_x = 0 : A + 80 + D_x = 0$

$-191.1 + 80 + D_x = 0 \rightarrow D_x = 111.1 \text{ N}$

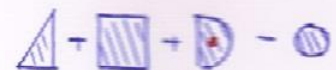
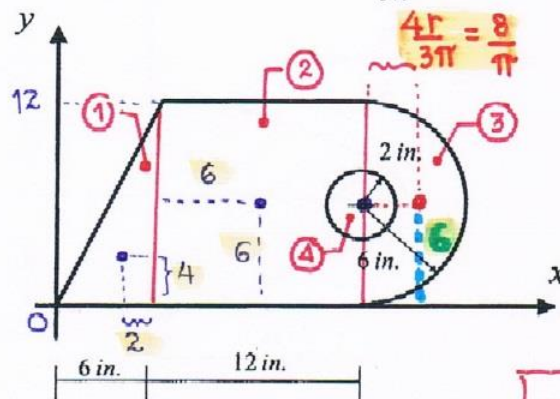
| ชิ้น | ตำแหน่ง                                                                         | ชิ้น | ตำแหน่ง                                                                                                                    |
|------|---------------------------------------------------------------------------------|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ABCD | $C = 0 \text{ N}$<br>$D_x = 111.1 \text{ N} \rightarrow$<br>$D_y = 0 \text{ N}$ | FDE  | $D_x = 111.1 \text{ N} \leftarrow$<br>$D_y = 0 \text{ N}$<br>$E = 100.0 \text{ N} \downarrow$<br>$E_x = 0 \text{ N}$ (TFM) |

#

ชื่อ-สกุล ..... รหัส.....

ข้อที่ 3 เซนทรอยด์และศูนย์ถ่วง (รวม 20 คะแนน)

3.1) จงหาตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่ประกอบดังแสดงในรูป (10 คะแนน)

หมายเหตุ : พื้นที่ครึ่งวงกลมมี Centroid ห่างจากฐานเท่ากับ  $\frac{4r}{3\pi}$  $(\bar{x}, \bar{y})$ 

JP.

step 1

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_A A_A}{\sum A_A} \quad \bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_A A_A}{\sum A_A}$$

▶ ชั้นเจาะรู : ลบออก

▶ พิกัด ชั้นเจาะรู คิดลบ : เอาเครื่องหมายด้วย

step 2

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2 + \bar{x}_3 A_3 - \bar{x}_4 A_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$$

$$= \frac{4 \left[ \frac{6 \times 12}{2} \right] + 12 (12 \times 12) + \left( 18 + \frac{8}{\pi} \right) \frac{\pi (6)^2}{2} - 18 (\pi \times 2^2)}{(36 + 144 + 18\pi - 4\pi)}$$

$$= 12.54 \text{ in.}$$

$$\bar{y} = \frac{\bar{y}_1 A_1 + \bar{y}_2 A_2 + \bar{y}_3 A_3 - \bar{y}_4 A_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$$

$$= \frac{4 (36) + 6 (144) + 6 (18\pi) - 6 (4\pi)}{(180 + 14\pi)}$$

$$= 5.68 \text{ in.}$$

step 3

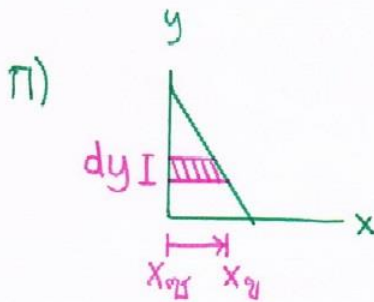
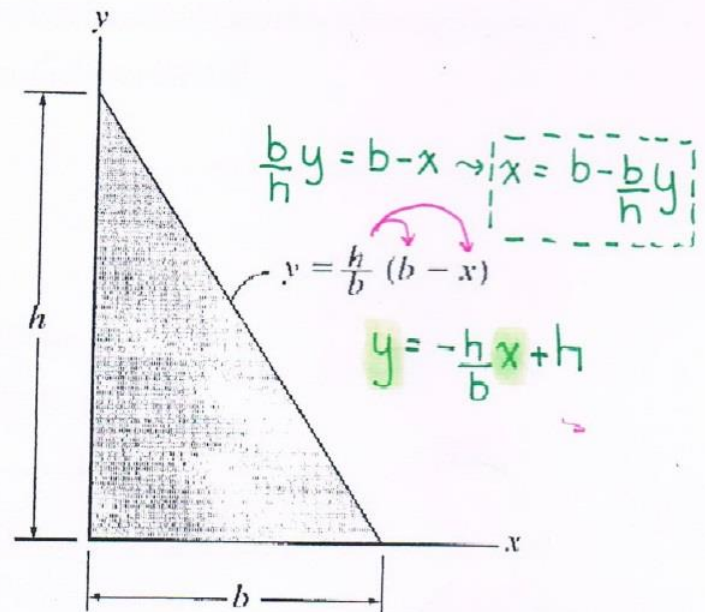
$$\therefore (\bar{x}, \bar{y}) = (12.54, 5.68) \text{ in.} \#$$

ชื่อ-สกุล ..... รหัส ..... ตอน .....

ข้อที่ 4 โมเมนต์ความเฉื่อย (รวม 30 คะแนน)

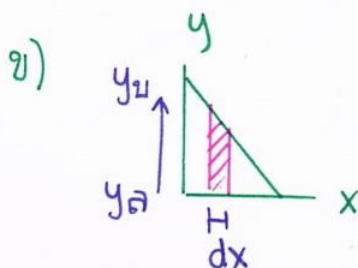
4.1) (10 คะแนน) จงคำนวณหา

- ก. โมเมนต์ความเฉื่อยเทียบกับแกน  $x$  โดยใช้พื้นที่  $dA$  ที่ขนานกับแกน  $x$   
 ข. โมเมนต์ความเฉื่อยเทียบกับแกน  $y$  โดยใช้พื้นที่  $dA$  ที่ขนานกับแกน  $y$



$$\begin{aligned}
 I_x &= \int y^2 dA \\
 &= \int y^2 (x_y - x_{y/2}) dy \\
 &= \int_0^h y^2 \left[ b - \frac{b}{h}y \right] dy = \int_0^h \left[ by^2 - \frac{b}{h}y^3 \right] dy \\
 &= \left[ \frac{by^3}{3} - \frac{b}{h} \frac{y^4}{4} \right]_0^h = \frac{b}{3} \cdot h^3 - \frac{b}{4h} \cdot h^4
 \end{aligned}$$

$$I_x = \frac{1}{3}bh^3 - \frac{1}{4}bh^3 = \frac{1}{12}bh^3 \quad \#$$



$$\begin{aligned}
 I_y &= \int x^2 dA = \int x^2 (y_x - y_{x/2}) dx \\
 &= \int_0^b x^2 \left( -\frac{h}{b}x + h \right) dx = \int_0^b \left[ -\frac{h}{b}x^3 + hx^2 \right] dx \\
 &= \left[ -\frac{h}{b} \frac{x^4}{4} + h \frac{x^3}{3} \right]_0^b = -\frac{h}{4b} \cdot b^4 + \frac{h}{3} \cdot b^3
 \end{aligned}$$

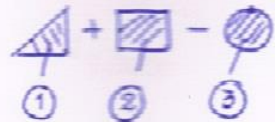
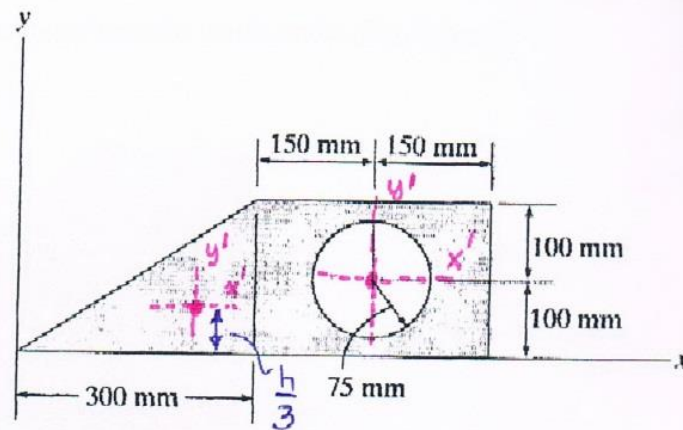
$$I_y = -\frac{1}{4}hb^3 + \frac{1}{3}hb^3 = \frac{1}{12}hb^3 \quad \#$$

ชื่อ-สกุล ..... รหัส ..... ตอน .....

- 4.2) (10 คะแนน) จงคำนวณหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ประกอบเทียบกับแกน  $x$  โดยใช้กฎการขนาน  
กำหนดให้ โมเมนต์ความเฉื่อยเทียบกับเซนทรอยด์ของพื้นที่ต่างๆ มีค่าดังนี้

สามเหลี่ยม  $= \frac{bh^3}{36}$ , สี่เหลี่ยม  $= \frac{bh^3}{12}$ , วงกลม  $= \frac{\pi r^4}{4}$

พ.ท.ประกอบ



step 1 ตั้งแกน  $x'-y'$  ผ่าน centroid ทุกๆ รูป ที่แบ่ง

step 2  $I_x = I_{x_1} + I_{x_2} - I_{x_3}$

step 3 (จำมา)  $= [I_{x'} + Ad^2]_1 + [I_{x'} + Ad^2]_2 - [I_{x'} + Ad^2]_3$

$$= \left[ \frac{300(200)^3}{36} + \frac{300(200)\left(\frac{200}{3}\right)^2 \right] + \left[ \frac{300(200)^3}{12} + 300(200)(100)^2 \right]$$

$$- \left[ \frac{\pi(75)^4}{4} + \pi(75)^2(100)^2 \right]$$

$$I_x = 7.98 \times 10^8 \text{ mm}^4 \#$$

ชื่อ-สกุล ..... รหัส ..... ตอน .....

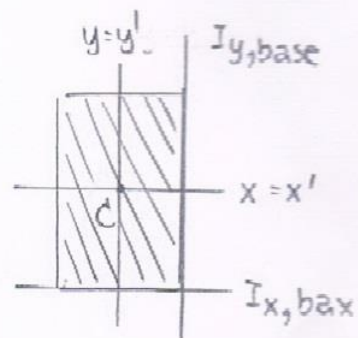
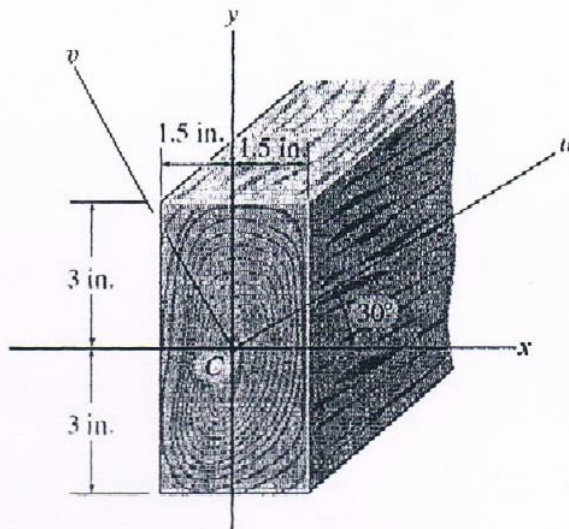
4.3) (10 คะแนน) สำหรับคานที่มีหน้าตัดเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า จงคำนวณหา

6 มีคัมวี่

ก. โมเมนต์ความเฉื่อยและผลคูณความเฉื่อย เทียบกับแกน  $x$  และ  $y$  โดยใช้ทฤษฎีแกนขนาน

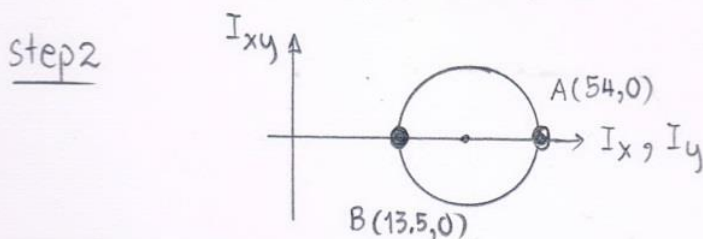
(โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าเทียบกับฐาน  $I_{base} = \frac{bh^3}{3}$ )

ข. แกนหลักและโมเมนต์ความเฉื่อยหลัก เทียบกับจุด  $C$



$$\begin{aligned}
 \text{ก) } I_{x,base} &= \bar{I}_{x'} + Ad^2 & I_{y,base} &= \bar{I}_{y'} + Ad^2 & \bar{I}_{xy} &= 0 \text{ in}^4 \# \\
 \frac{3(6)^3}{3} &= \bar{I}_x + 3(6)3^2 & \frac{6(3)^3}{3} &= \bar{I}_y + 6(3)1.5^2 & & \\
 \bar{I}_x &= 54 \text{ in}^4 \# & \bar{I}_y &= 13.5 \text{ in}^4 \# & &
 \end{aligned}$$

ข) step1  $A(54,0)$  ,  $B(13.5,0)$



$$\begin{aligned}
 \text{step3 } \blacktriangleright I_{max} &= 54.0 \text{ in}^4 \# \\
 \blacktriangleright I_{min} &= 13.50 \text{ in}^4 \# \\
 \blacktriangleright 2\theta_m &= \tan^{-1}\left(\frac{0}{54}\right) \rightarrow \theta_m = 0^\circ \#
 \end{aligned}$$