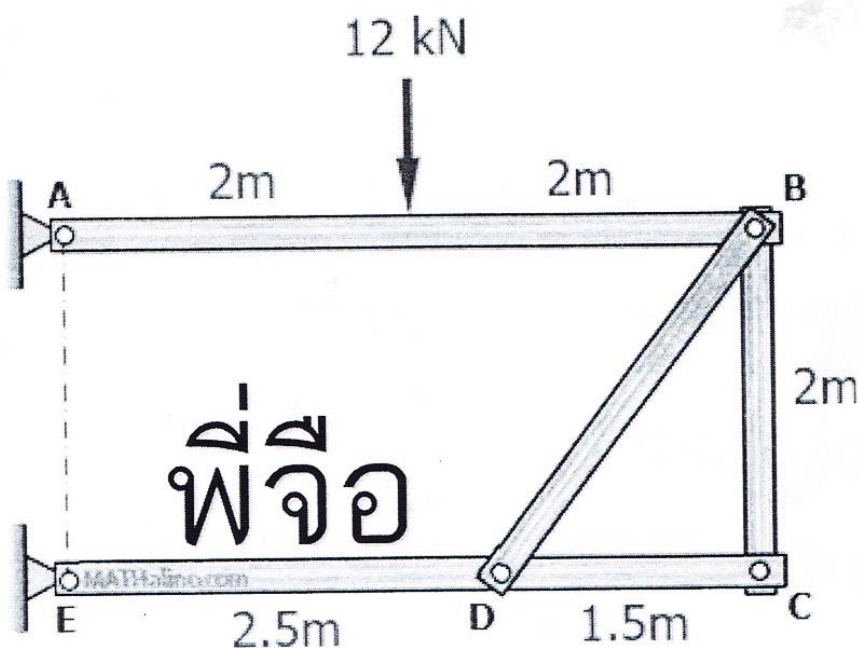


Physics-Maths By P'jue

Pre Flight

Mechanics 1-Final 2016



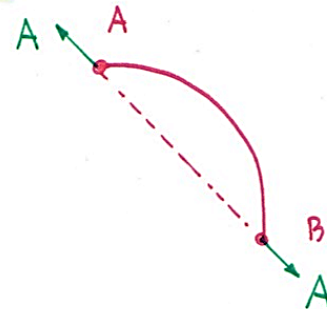
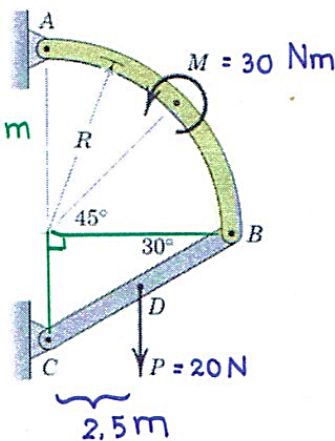
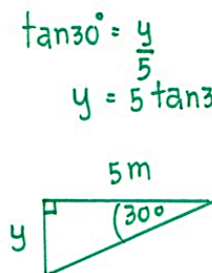
TEL : 074-346941, 099-484-5210

www.brightkidspjue.com, fanpage : ฟิสิกส์ คณิตพีจื่อ

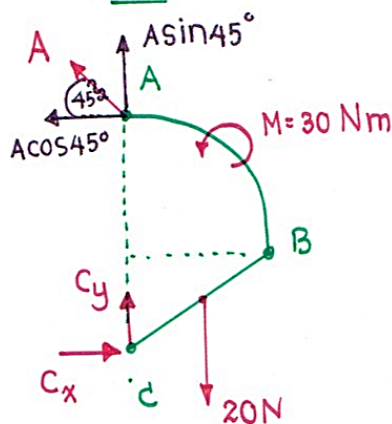


Preflight Mechanics Final 1-2560

1. กำหนดให้โครงสร้างเฟรมดังรูปรับค่า $M = 30 \text{ Nm}$ และรับแรง $P = 20 \text{ N}$ ที่ตำแหน่ง D ดังรูป และกำหนดให้ค่า $R = 5 \text{ m}$ จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่รองรับ A และ C



FBD



$$\sum M_C = 0 : (A \cos 45^\circ)(5 + 2.89) + 30 - 20(2.5) = 0$$

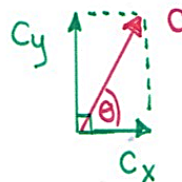
$$A = 3.59 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 : C_x - A \cos 45^\circ = 0$$

$$C_x = 2.54 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 : A \sin 45^\circ + C_y - 20 = 0$$

$$C_y = 17.46 \text{ N}$$



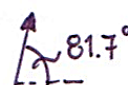
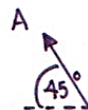
$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = 17.64 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{17.46}{2.54} \right) = 81.7^\circ$$

∴

$$A = 3.59 \text{ N}$$

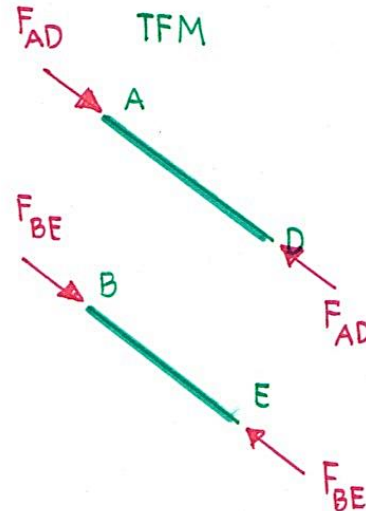
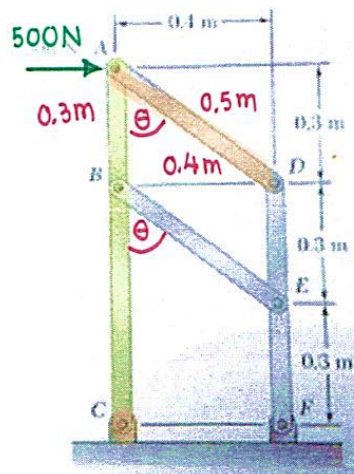
$$C = 17.64 \text{ N}$$



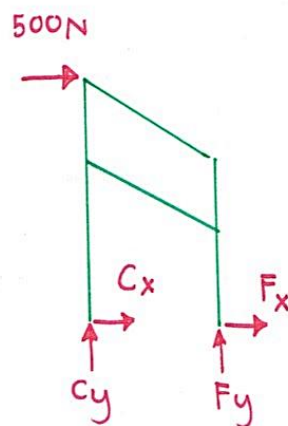
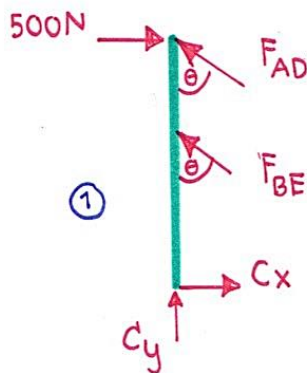
2. จงแสดงวิธีการหาคำตอบของ

2.1) กำหนดให้โครงข้อหมุนดังรูป รับแรง 500 N ที่ตำแหน่ง A (โดยกำหนดให้แรงกระทำที่ชิ้นส่วน ABC)

ดังรูป จงคำนวณหาแรงปฏิกิริยาที่รองรับ C และ แรงในชิ้นส่วน AD



FBD (ABC)



$$\begin{aligned} \sum F_x = 0: 500 + C_x - (F_{AD} + F_{BE}) \frac{4}{5} &= 0 \\ C_x &= 1000 \text{ N} \\ C &= \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = 1505 \text{ N} \\ \alpha &= \tan^{-1} \left(\frac{1125}{1000} \right) = 48.4^\circ \\ \therefore C &= 1505 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\sum M_F = 0: -C_y(0.4) - 500(0.9) = 0 \rightarrow C_y = -1125 \text{ N}$$

$$F_{AD} = 1875 \text{ N (T)}$$

จาก ①

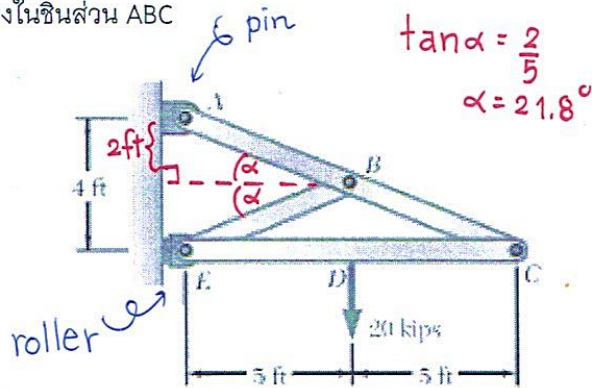
$$\begin{aligned} \sum M_C = 0: (F_{BE} \sin \theta) 0.6 + F_{AD} \sin \theta (0.9) - 500(0.9) &= 0 \\ 0.48 F_{BE} + 0.72 F_{AD} &= 450 \quad \text{--- ①} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y = 0: C_y + (F_{BE} + F_{AD}) \cos \theta &= 0 \\ -1125 + (F_{BE} + F_{AD}) \frac{3}{5} &= 0 \rightarrow F_{BE} + F_{AD} = 1875 \quad \text{--- ②} \end{aligned}$$

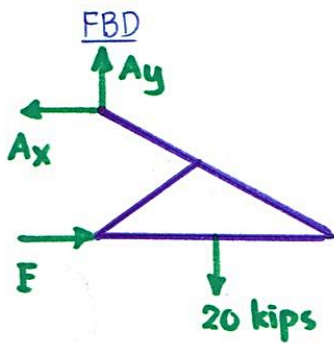
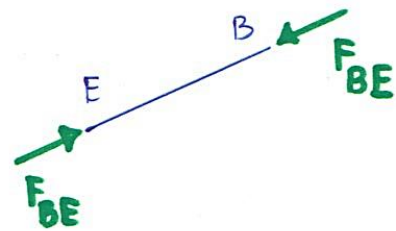
$$F_{BE} = 3750 \text{ N}$$

$$F_{AD} = -1875 \text{ N}$$

2.2) จงหาแรงในชิ้นส่วน ABC



TFM (EB)

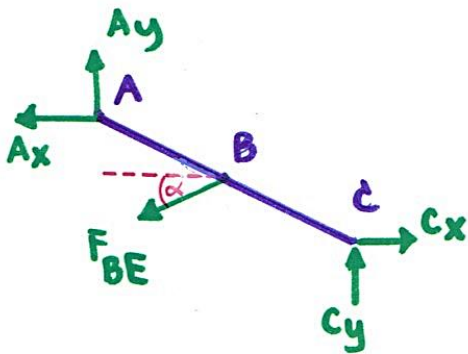


$$\sum M_A = 0 : E(4) - 20(5) = 0$$

$$E = 25 \text{ kips}$$

$$\sum F_x = 0 : E - A_x = 0 \rightarrow A_x = 25 \text{ kips (ตามรูปถ่าย)}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y - 20 = 0 \rightarrow A_y = 20 \text{ kips}$$



$A_x = 25 \text{ kips} \leftarrow$ $A_y = 20 \text{ kips} \uparrow$ $F_{BE} = 26.9 \text{ kips (C)}$ $C_x = 50.0 \text{ kips} \rightarrow$ $C_y = 10.01 \text{ kips} \downarrow$
--

$$\sum M_C = 0 : A_x(4) - A_y(10) + (F_{BE} \cos \alpha)(2) + (F_{BE} \sin \alpha)(5) = 0$$

$$25(4) - 20(10) + 2 F_{BE} \cos 21.8^\circ + 5 F_{BE} \sin 21.8^\circ = 0$$

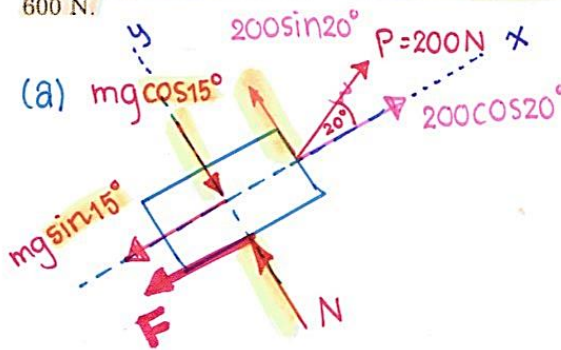
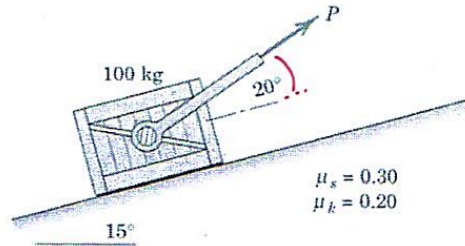
$$F_{BE} = 26.9 \text{ kips}$$

$$\sum F_x = 0 : -A_x - F_{BE} \cos \alpha + C_x = 0$$

$$-25 - 26.9 \cos 21.8^\circ + C_x = 0 \rightarrow C_x = 50.0 \text{ kips}$$

$$\sum F_y = 0 : A_y - F_{BE} \sin \alpha + C_y = 0 \rightarrow C_y = -10.01 \text{ kips}$$

3. The coefficients of static and kinetic friction between the 100-kg block and the inclined plane are 0.30 and 0.20, respectively. Determine (a) the friction force F acting on the block when P is applied with a magnitude of 200 N to the block at rest, (b) the force P required to initiate motion up the incline from rest, and (c) the friction force F acting on the block if $P = 600$ N.



$$\begin{aligned} \uparrow \sum F_x = 0 &: 200 \cos 20^\circ - mg \sin 15^\circ - F = 0 \\ &200 \cos 20^\circ - 100(9.81) \sin 15^\circ = F \end{aligned}$$

$$F = -66.0 \text{ N}$$

check

$$\begin{aligned} F_{s, \max} &= \mu_s N \\ &= \mu_s (879.2) \\ &= 0.3 (879.2) \end{aligned}$$

$$F_{s, \max} = 264 \text{ N}$$

$$\therefore F = 66.0 \text{ N } 15^\circ \text{ (ระบบยังไม่ค.ท.)}$$

(b) เริ่มค.ท. ขึ้น $F = F_s$

$$\begin{aligned} \uparrow \sum F_x = 0 &: P \cos 20^\circ - 100(9.81) \sin 15^\circ - \mu_s [mg \cos 15^\circ - P \sin 20^\circ] = 0 \\ 0.9397 P - 253.9 - 0.3 [947.6 - 0.342 P] &= 0 \end{aligned}$$

$$P = 516 \text{ N}$$

(c) $\uparrow \sum F_x = 0$: $600 \cos 20^\circ - 100(9.81) \sin 15^\circ - F = 0 \rightarrow F = 310 \text{ N}$ #

check $F_{s, \max} = \mu_s N$

$$= \mu_s [mg \cos 15^\circ - 600 \sin 20^\circ] = 223 \text{ N}$$

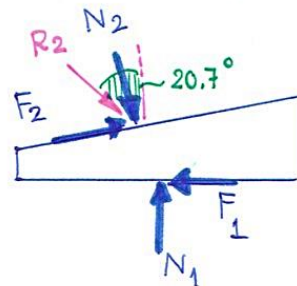
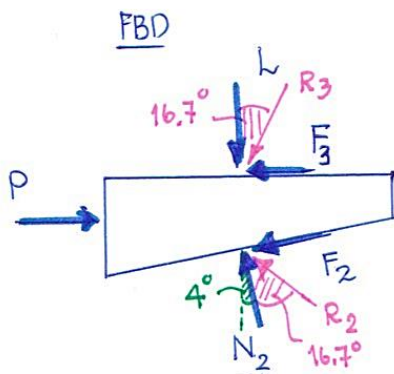
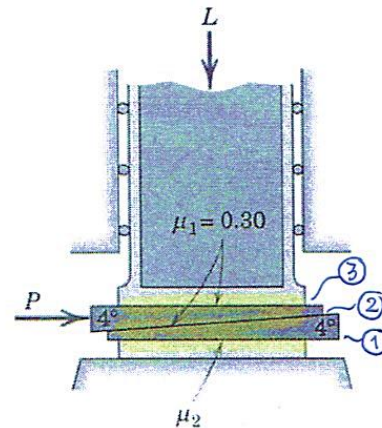
check ก่อ

∴ ค.ท. แล้ง $F_k = \mu_k N = 0.2 [mg \cos 15^\circ - 600 \sin 20^\circ] = 148.5 \text{ N}$ #

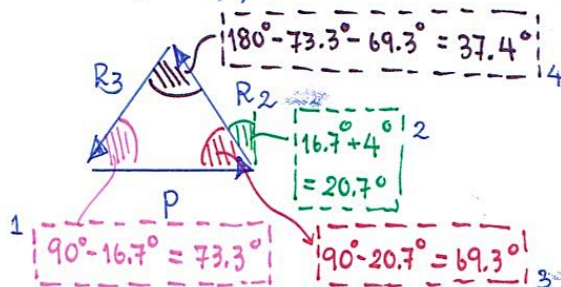
P, L ถือว่าทราบค่า เพราะโจทย์ให้มาแล้ว

4. The two 4° wedges are used to position the vertical column under a load L . What is the least value of the coefficient of friction μ_2 for the bottom pair of surfaces for which the column may be raised by applying a single horizontal force P to the upper wedge?

เคลื่อนที่ขึ้น



$$\phi_1 = \tan^{-1} \mu_1 = \tan^{-1} 0.3 = 16.7^\circ$$



$$\frac{R_2}{\sin 73.3^\circ} = \frac{P}{\sin 37.4^\circ}$$

$$R_2 = 1.577P$$

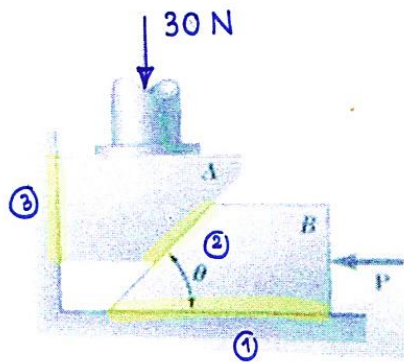
$$+\uparrow \sum F_y = 0 : N_1 - R_2 \cos 20.7^\circ = 0 \rightarrow N_1 = R_2 \cos 20.7^\circ = 1.475P$$

$$\rightarrow \sum F_x = 0 : R_2 \sin 20.7^\circ - F_1 = 0 \rightarrow F_1 = R_2 \sin 20.7^\circ = 0.5574P$$

$$\text{again } F_1 = \mu N_1$$

$$\mu = \frac{F_1}{N_1} = \frac{0.5574P}{1.475P} = 0.378 \quad \#$$

5. จากรูปที่กำหนดให้ทุกผิวสัมผัสมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตเท่ากับ 0.25 และกำหนด $\theta = 45^\circ$
จงคำนวณหาค่าแรง P ที่น้อยที่สุดที่จะสามารถยก A ให้เคลื่อนที่ขึ้นได้



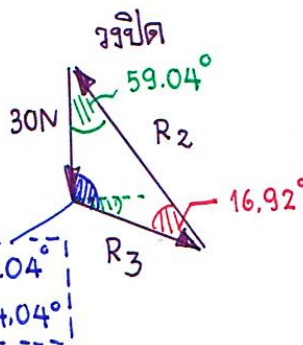
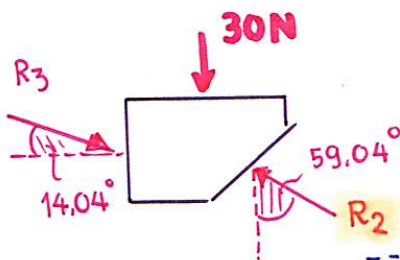
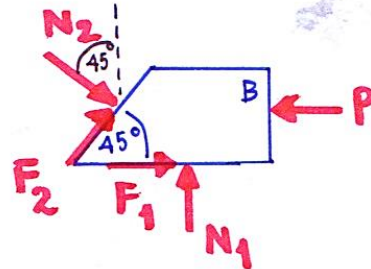
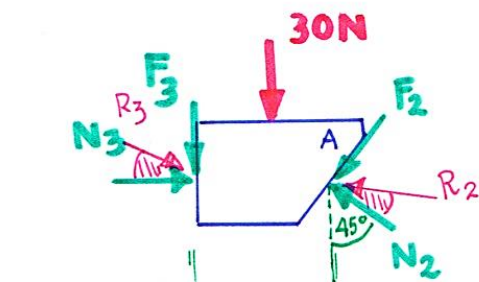
$$\phi_s = \tan^{-1} \mu_s = \tan^{-1} 0.25$$

$$\phi_s = 14.04^\circ$$

เริ่มจากขั้นที่มีแรง P ก้อน

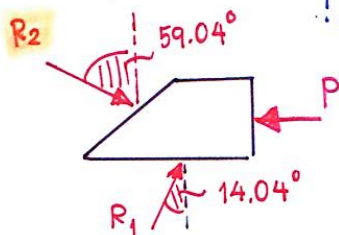
FBD (A)

FBD (B)



$$\frac{R_2}{\sin 104.04^\circ} = \frac{30}{\sin 16.92^\circ}$$

$$R_2 = 100 \text{ N}$$



$$+\uparrow \sum F_y = 0 : R_1 \cos 14.04^\circ - 100 \cos 59.04^\circ = 0$$

$$R_1 = 53.0 \text{ N}$$

$$+\rightarrow \sum F_x = 0 : R_2 \sin 59.04^\circ + R_1 \sin 14.04^\circ - P = 0$$

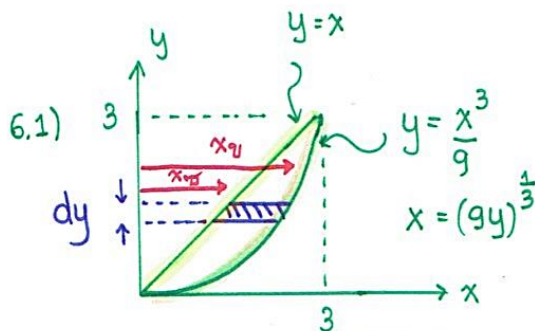
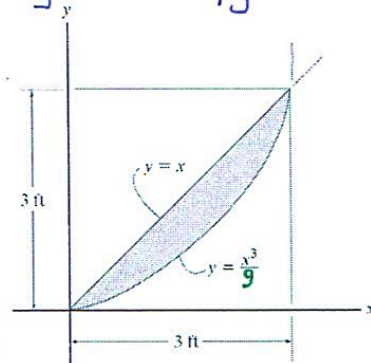
$$P = 98.6 \text{ N}$$

ปกติ เที่ยง 1 แกน (dx or dy) ได้ทั้ง $\bar{x}, \bar{y}$

6. จงคำนวณหาตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่โดยวิธีอินทิเกรต

6.1) ตำแหน่ง $\bar{x}$ ให้อินทิเกรตเทียบกับ y

6.2) ตำแหน่ง $\bar{y}$ ให้อินทิเกรตเทียบกับ x

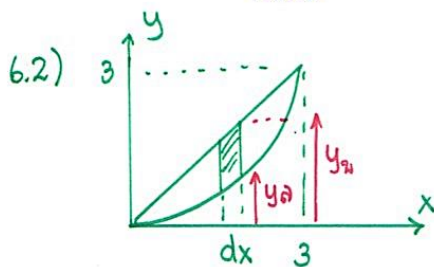


$$\bar{x} = \frac{\int \tilde{x} dA}{\int dA}$$

$$\begin{aligned} \text{S2) } \int dA &= \int (x_q - x_w) dy = \int_0^3 [\sqrt[3]{9} y^{1/3} - y] dy = \left[\frac{\sqrt[3]{9} y^{4/3}}{(4/3)} - \frac{y^2}{2} \right]_0^3 \\ &= \frac{3}{4} \sqrt[3]{9} \cdot 3^{4/3} - \frac{3^2}{2} = 2.25 \text{ ft}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int \tilde{x} dA &= \int \frac{(x_q + x_w)}{2} (x_q - x_w) dy = \frac{1}{2} \int_0^3 [(9y)^{2/3} - y^2] dy \\ &= \frac{1}{2} \left[9^{2/3} \frac{y^{5/3}}{(5/3)} - \frac{y^3}{3} \right]_0^3 = \frac{1}{2} \left[9^{2/3} \cdot \frac{3}{5} \cdot 3^{5/3} - \frac{3^3}{3} \right] = 3.6 \text{ ft}^3 \end{aligned}$$

$$\text{S3) } \bar{x} = \frac{3.6}{2.25} = 1.6 \text{ ft} \quad \#$$



$$\text{S1) } \bar{y} = \frac{\int \tilde{y} dA}{\int dA}$$

$$\text{S2) } \int dA = \int (y_u - y_l) dx = \int_0^3 (x - \frac{x^3}{9}) dx = 2.25 \text{ ft}^2$$

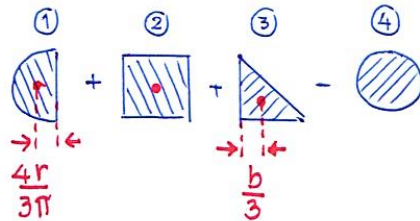
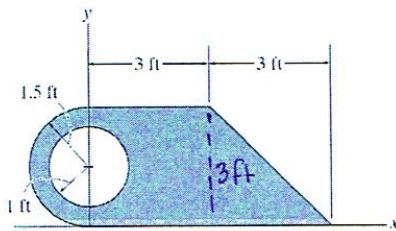
$$\int \tilde{y} dA = \int \frac{(y_u + y_l)}{2} (y_u - y_l) dx = \frac{1}{2} \int_0^3 [x^2 - \frac{x^6}{81}] dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{x^3}{3} - \frac{1}{81} \cdot \frac{x^7}{7} \right]_0^3 = 2.57$$

$$\text{S3) } \bar{y} = \frac{2.57}{2.25} = 1.142 \text{ ft} \quad \#$$

7. จงคำนวณหาตำแหน่งเซนทรอยด์ของพื้นที่ประกอบดังรูปที่กำหนด

7.1)



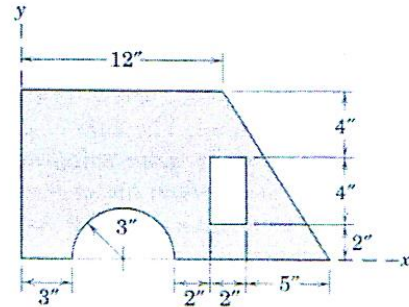
(S1) $\bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i A_i}{\sum A_i}$, $\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}_i A_i}{\sum A_i}$

(S2) $\bar{x} = \frac{\tilde{x}_1 A_1 + \tilde{x}_2 A_2 + \tilde{x}_3 A_3 - \tilde{x}_4 A_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4} = \frac{\left[\frac{-4(1.5)}{3\pi} \times \frac{\pi(1.5)^2}{2} \right] + 1.5(3 \times 3) + \left(3 + \frac{3}{3} \right) \frac{3 \times 3}{2} - 0}{\frac{\pi(1.5)^2}{2} + 9 + 4.5 - \pi(1)^2} = \frac{29.25}{13.893} = 2.11 \text{ ft}$

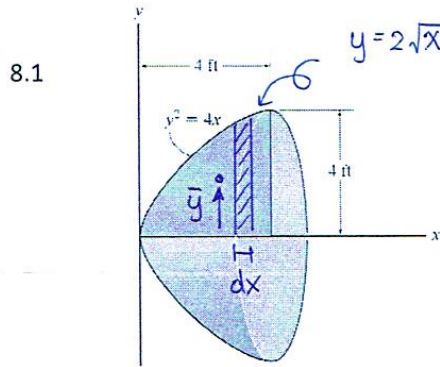
$\bar{y} = \frac{1.5 \times \frac{\pi(1.5)^2}{2} + 1.5(3 \times 3) + \frac{3}{3}(4.5) - 1.5 \pi(1)^2}{\frac{\pi(1.5)^2}{2} + 9 + 4.5 - \pi(1)^2} = \frac{18.589}{13.893} = 1.338 \text{ ft}$

(S3) $(\bar{x}, \bar{y}) = (2.11, 1.338) \text{ ft}$ #

7.2)



8. จงคำนวณหาปริมาตรของทรงตันที่กำหนดให้ดังรูป



(S1) $V = \theta \bar{r} A$ (หมุนรอบแกน x)

(S2) $\theta = 2\pi \text{ rad}$

$\bar{r} = \bar{y} = \frac{\int y dA}{\int dA}$ *

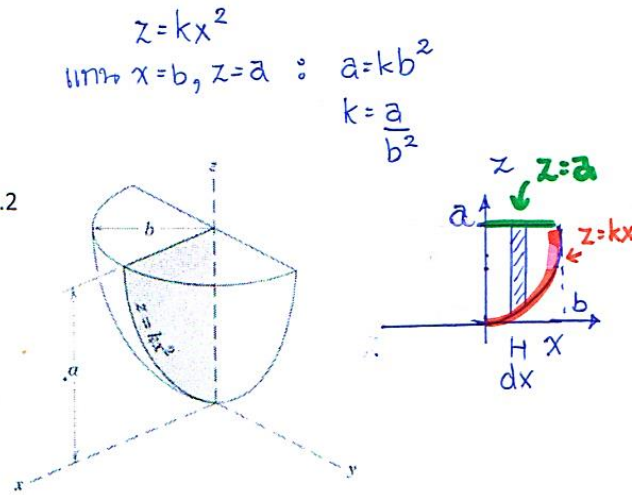
หา $\int dA = \int_0^4 2\sqrt{x} dx = 2 \frac{x^{3/2}}{3/2} \Big|_0^4$
 $= \frac{4}{3} \times 4^{3/2} = \frac{32}{3} \text{ ft}^2$

หา $\int y dA = \int \frac{(y_u + y_l)}{2} (y_u - y_l) dx$
 $= \frac{1}{2} \int_0^4 [4x - 0] dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{4x^2}{2} \Big|_0^4$
 $= 4^2 = 16 \text{ ft}^3$

จะได้ $\bar{r} = \frac{16}{(\frac{32}{3})} = 1.5 \text{ ft}$

(S3) $V = 2\pi (1.5) \frac{32}{3} = 32\pi$
 $= 100.5 \text{ ft}^3 \#$

8.2



(S1) $V = \theta \bar{r} A$ (หมุนรอบแกน z)

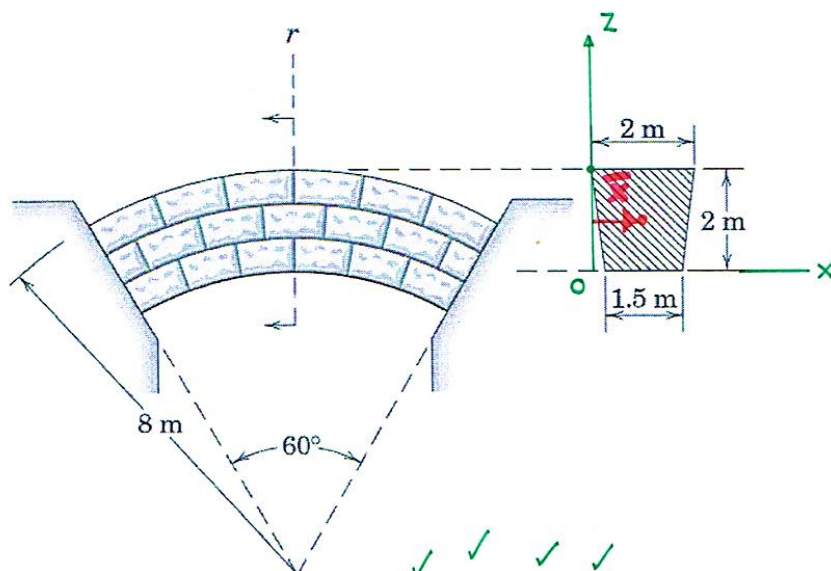
(S2) $\theta = \pi \text{ rad}$

$\bar{r} = \bar{x} = \frac{\int x dA}{\int dA}$ *

หา $\int x dA = \int x (z_u - z_l) dx$
 $= \int x (a - kx^2) dx$
 $= \int_0^b (ax - kx^3) dx = \left(\frac{ax^2}{2} - \frac{kx^4}{4} \right) \Big|_0^b$
 $= \frac{ab^2}{2} - \frac{k}{4} b^4 = \frac{ab^2}{2} - \frac{a}{b^2} \cdot \frac{b^4}{4}$
 $= \frac{ab^2}{2} - \frac{ab^2}{4} = \frac{ab^2}{4}$

(S3) $V = \pi \cdot \left(\frac{ab^2}{4} \right) \cdot A = \frac{\pi ab^2}{4} \#$

9. กำหนดความหนาแน่นของวัสดุที่ใช้ทำกำแพงเขื่อนเท่ากับ 2.40 Mg/m^3 จงหาน้ำหนักของกำแพงเขื่อน



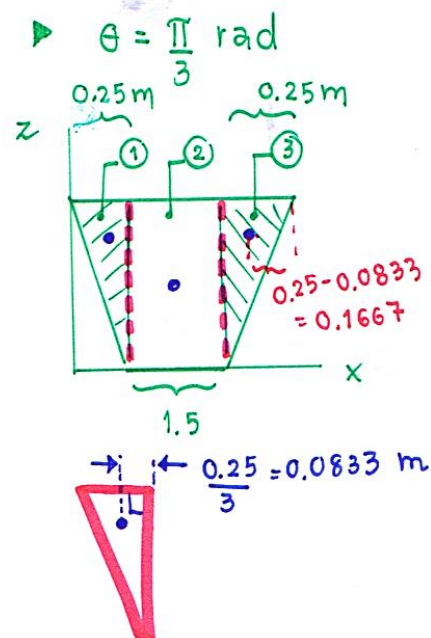
(S1) $W = mg = \rho V g = \rho (\theta \bar{r} A) g$

(S2) $\rho = 2,4 \frac{\text{Mg}}{\text{m}^3} = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

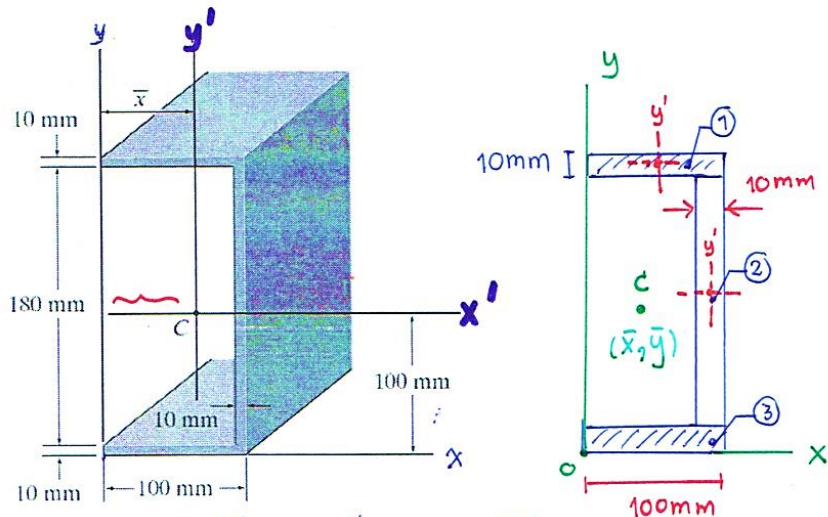
► $A = \frac{1}{2} [2 + 1,5] 2 = 3,5 \text{ m}^2$

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \bar{X} = \frac{\sum \tilde{X}A}{\sum A} \\ &= \frac{\tilde{X}_1 A_1 + \tilde{X}_2 A_2 + \tilde{X}_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3} \\ &= \frac{[0.25 - 0.0833] \cdot 0.25 \cdot 2 + 1 \cdot (1.5) \cdot 2 + [2 - 0.1667] \cdot 0.25 \cdot 2}{0.25 + 3 + 0.25} \\ &= 0.9896 \text{ m} \end{aligned}$$

(S3) $W = 2400 \left(\frac{\pi}{3} \right) 0.9896 (3.5) 9.81 = 8.54 \times 10^4 \text{ m}^3 \#$



10. กำหนดให้จุด C เป็นตำแหน่งเซนทรอยด์ของรูป จงคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน y'



ต้องการตำแหน่ง centroid (c) ของรูปประกอบเทียบแกน xy

$$(S1) \quad \bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}_A}{\sum A}, \quad \bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}_A}{\sum A}$$

$$\textcircled{S2} \quad \bar{X} = \frac{\tilde{X}_1 A_1 + \tilde{X}_2 A_2 + \tilde{X}_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{50(10 \times 100) + (100-5)(180 \times 10) + 50(100 \times 10)}{1000 + 1800 + 1000} = 71.3 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = \frac{\tilde{y}_1 A_1 + \tilde{y}_2 A_2 + \tilde{y}_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{195(10 \times 100) + 100(180 \times 10) + 5(100 \times 10)}{3800} = 100 \text{ mm}$$

ไม่ต้องการหนักได้ เพราะมีของ ก็กรางอยู่แล้ว

(S3) $c(\bar{x}, \bar{y}) = (71.3, 100.0) \text{ mm}$

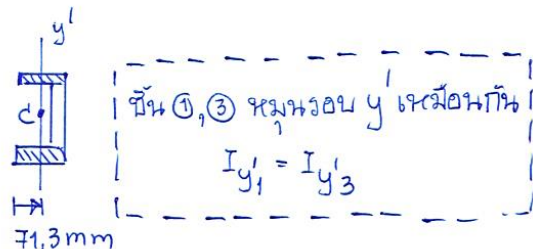
ବିଶାଖା I_y

$$I_{y'} = I_{y'_1} + I_{y'_2} + I_{y'_3} = 2I_{y'_1} + I_{y'_2}$$

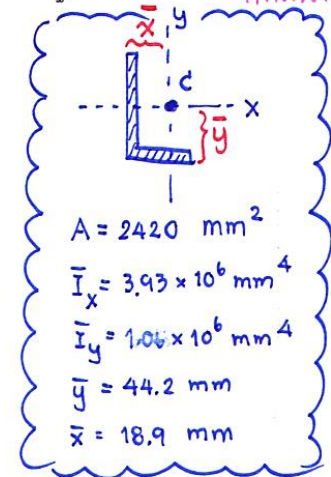
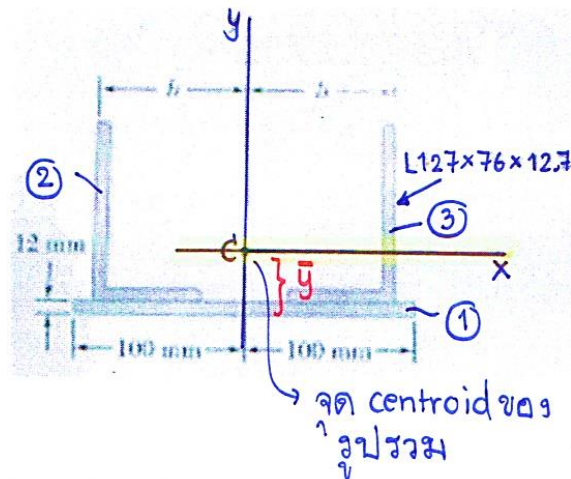
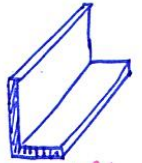
$$= 2 \left[\bar{I}_{\text{Centroid}} + Ad^2 \right]_1 + \left[\bar{I}_{\text{Centroid}} + Ad^2 \right]_2$$

$$= 2 \left[\frac{10(100)^3}{12} + 10(100)(71.3-50)^2 \right] + \left[\frac{180(10)^3}{12} + 180(10)(95-71.3)^2 \right]$$

$$I_y = 1.670 \times 10^6 \text{ mm}^4$$



11. กำหนดให้เหล็กฉาก L127×76×12.7 mm ถูกเชื่อมเข้ากับแผ่นเหล็กหนา 12 mm คำนวณระยะ b และค่าโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดเซนทรอยด์ $\bar{I}_x$ และ $\bar{I}_y$ เมื่อกำหนดให้ $\bar{I}_y = 4\bar{I}_x$

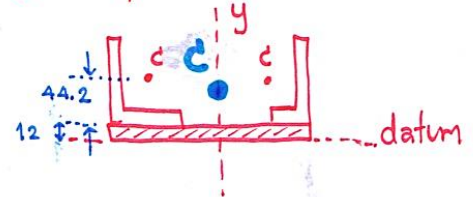


Step 1 หา $\bar{y}$ ของพ.ท.ประกอบ 3 ชิ้น เอาฐานล่างสุดอ้างอิง

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i A_i}{\sum A_i} = \frac{\bar{y}_1 A_1 + \bar{y}_2 A_2 + \bar{y}_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$= \frac{6(12 \times 200) + (12 + 44.2) 2420 \times 2}{(12 \times 200) + 2420 \times 2}$$

$$\bar{y} = 39.56 \text{ mm}$$



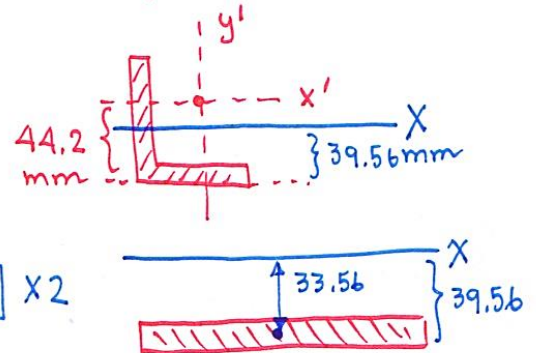
Step 2 หา $(\bar{I}_x)$ หา centroid ของรูปรวม

$$\bar{I}_x = \bar{I}_{x_1} + \bar{I}_{x_2} + \bar{I}_{x_3}$$

$$= (\bar{I}_{x_1} + A d^2)_1 + (\bar{I}_{x_1} + A d^2)_2 \times 2$$

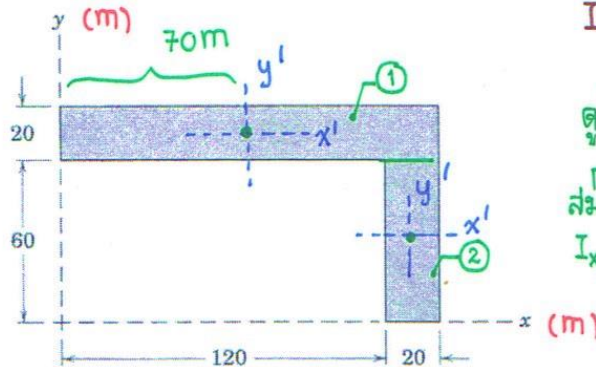
$$= \left[\frac{200(12)^3}{12} + 200(12)33.56^2 \right] + \left[3.93 \times 10^6 + 2420(44.2 - 39.56)^2 \right] \times 2$$

$$\bar{I}_x = 1.070 \times 10^7 \text{ mm}^4 \quad \#$$



Step 3 $\bar{I}_y = 4\bar{I}_x = 4.28 \times 10^7 \text{ mm}^4 \quad \#$

12. จงคำนวณหาค่า I_x, I_y และ I_{xy} ของพื้นที่ที่กำหนดให้



$I_x, I_y \rightarrow \oplus$ เสมอ $\rightarrow$ ดูแกนผ่าน Centroid ?
 $I_{xy} \rightarrow \oplus, \ominus, 0$
 $\downarrow$ ดูแกนสมมาตร?
สมมาตร $I_{xy}=0$ ไม่มี $I_{xy} = \bar{I}_{x'y'} + (\bar{x}\bar{y})A$
ผ่าน (จำ) $\square \triangle \circ$ ไม่ผ่าน กระทบแกนขาด

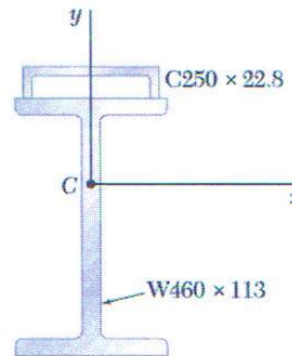
$$\begin{aligned} (1) \quad I_x &= I_{x_1} + I_{x_2} \quad \text{ระยะระหว่างแกน x กับ x'} \\ &= (\bar{I}_{x'_1} + Ad^2)_1 + (\bar{I}_{x'_2} + Ad^2)_2 \\ &= \left[\frac{140(20)^3}{12} + (140 \times 20)70^2 \right] + \left[\frac{20(60)^3}{12} + 20(60)30^2 \right] \\ I_x &= 1.525 \times 10^7 \text{ m}^4 \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad I_y &= I_{y_1} + I_{y_2} \\ &= (\bar{I}_{y'_1} + Ad^2)_1 + (\bar{I}_{y'_2} + Ad^2)_2 \\ &= \left[\frac{20(140)^3}{12} + (20 \times 140)70^2 \right] + \left[\frac{60(20)^3}{12} + 60(20)130^2 \right] \\ I_y &= 3.86 \times 10^7 \text{ m}^4 \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ** (3) \quad I_{xy} &= I_{xy_1} + I_{xy_2} \quad \text{ดูว่า x, y เป็นแกนสมมาตรของรูป 1 ไหม?} \\ &= (\bar{I}_{x'_1 y'_1} + \bar{x}\bar{y}A)_1 + (\bar{I}_{x'_2 y'_2} + \bar{x}\bar{y}A)_2 \quad \text{คิดค.ม. ด้วย} \\ &= 70(70)(140 \times 20) + 0 + (130)(30)(60 \times 20) \\ I_{xy} &= 1.840 \times 10^7 \text{ m}^4 \# \end{aligned}$$

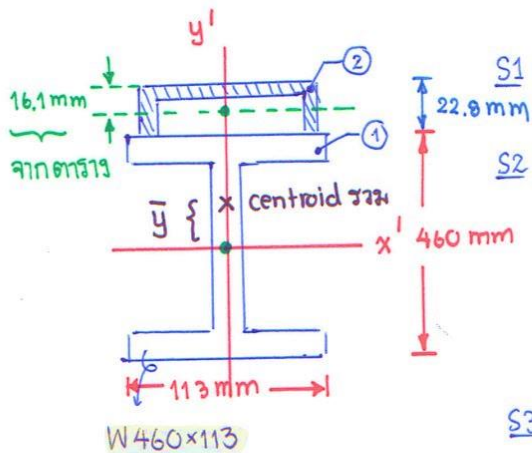
13. จงคำนวณหาค่า I_x, I_y ของพื้นที่ประกอบที่กำหนดให้

กำหนดตารางเหล็กดังแสดง



		Designation	Area mm ²	Depth mm	Width mm	Axis X-X			Axis Y-Y		
						I_x 10 ⁶ mm ⁴	I_y mm ⁴	I_z mm ⁴	I_x 10 ⁶ mm ⁴	I_y mm ⁴	I_z mm ⁴
W Shapes (Wide-Flange Shapes)		W460 x 113†	14400	462	279	554	196		63.3	66.3	
		W410 x 85	10800	417	181	316	171		17.9	40.6	
		W360 x 57.8	7230	358	172	160	149		11.1	39.4	
		W200 x 46.1	5880	203	203	45.8	88.1		15.4	51.3	
C Shapes (American Standard Channels)		C310 x 30.8†	3920	305	74.7	53.7	117		1.61	20.2	17.7
		C250 x 22.8	2890	254	66.0	28.0	98.3		0.945	18.1	16.1
		C200 x 17.1	2170	203	57.4	13.5	79.0		0.545	15.8	14.5
		C150 x 12.2	1540	152	48.8	5.45	59.4		0.286	13.6	13.0

ข้อ 13) คำนวณ Centroid ของรูปประกอบก่อน (จุด c) โดยใช้
แบบอ้างอิงที่ผ่าน centroid ของ W-shape

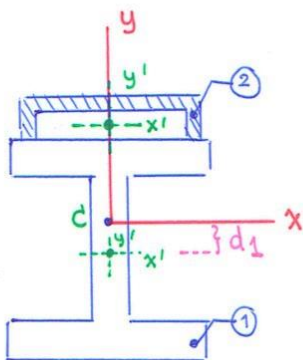


$$\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}A}{\sum A} \quad \text{ถ้า } \bar{x} = 0$$

$$\bar{y} = \frac{\tilde{y}_1 A_1 + \tilde{y}_2 A_2}{A_1 + A_2}$$

$$= \frac{0(14400) + [230 + 22.8 - 16.1]2890}{14400 + 2890}$$

$$\text{S3 } \bar{y} = 39.56 \text{ mm}$$



จากตารางของ C shapes มีค่าคือ I_y

$$1) I_x = I_{x_1} + I_{x_2} = [\bar{I}_{x_1} + Ad^2]_1 + [\bar{I}_{x_1} + Ad^2]_2$$

$$= [554 \times 10^6 + 14400(39.56)^2] + [0.945 \times 10^6 + 2890(230 + 22.8 - 16.1 - 39.56)^2]$$

$$I_x = 690 \times 10^6 \text{ mm}^4 \#$$

จากตารางของ C shapes มีค่าคือ I_x

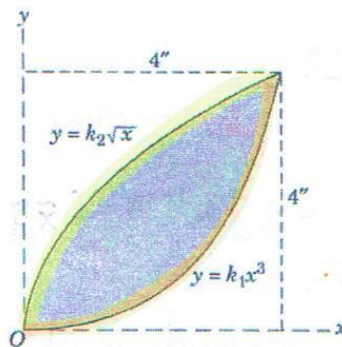
$$2) I_y = I_{y_1} + I_{y_2} = [\bar{I}_{y_1} + Ad^2]_1 + [\bar{I}_{y_1} + Ad^2]_2$$

ผ่าน centroid ผ่าน centroid

$$= 63.3 \times 10^6 + 28 \times 10^6$$

$$I_y = 91.3 \times 10^6 \text{ mm}^4 \#$$

14. จงคำนวณหาค่า I_x, I_y, I_{xy} และ J_o ของพื้นที่ที่กำหนดให้



หาค่า k_1, k_2

$$y = k_2 \sqrt{x}$$

ผ่าน (4,4)

$$4 = k_2 \sqrt{4}$$

$$k_2 = 2$$

$$\therefore y = 2\sqrt{x}$$

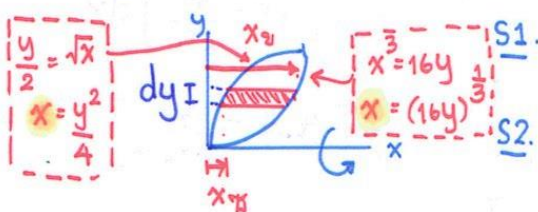
$$y = k_1 x^3$$

$$4 = k_1 (4)^3$$

$$k_1 = \frac{1}{16}$$

$$y = \frac{x^3}{16}$$

1) I_x แบ่ง element ขนาน x



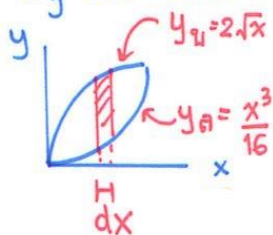
$$I_x = \int y^2 dA$$

$$I_x = \int y^2 (x_2 - x_1) dy = \int_0^4 y^2 \left[(16y) - \frac{y^2}{4} \right] dy$$

$$= \int_0^4 \left[16y^3 - \frac{y^4}{4} \right] dy = \left[16 \frac{y^4}{4} - \frac{y^5}{20} \right]_0^4$$

$$= \left[16 \cdot \frac{3}{10} \cdot 4 - \frac{4}{20} \right] = 25.6 \text{ in}^4 \#$$

2) I_y แบ่ง element ขนาน y



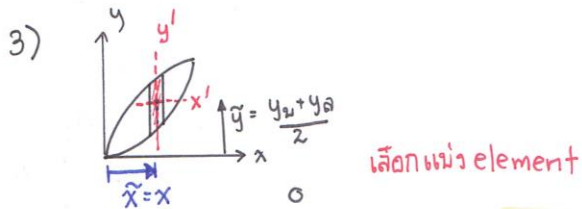
$$I_y = \int x^2 dA$$

$$I_y = \int x^2 (y_2 - y_1) dx = \int_0^4 x^2 \left(2\sqrt{x} - \frac{x^3}{16} \right) dx$$

$$= \int_0^4 \left[2x^{\frac{5}{2}} - \frac{x^5}{16} \right] dx = \left[2 \frac{x^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} - \frac{x^6}{16 \cdot 6} \right]_0^4$$

$$= \left(2 \cdot \frac{2}{7} \cdot 4^{\frac{7}{2}} - \frac{4^6}{96} \right) = 30.5 \text{ in}^4 \#$$

** 3) ต่อด้านล่าง



S1 $I_{xy} = \bar{x}'\bar{y}' + \bar{x}\bar{y}A = \int \bar{x}\bar{y} dA$
(ใส่ค่าแล้ว integrate)

S2
$$= \int x \left(\frac{y_1+y_2}{2} \right) (y_1-y_2) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^4 x \left(4x - \frac{x^6}{256} \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^4 \left[4x^2 - \frac{x^7}{256} \right] dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{4x^3}{3} - \frac{x^8}{8 \times 256} \right]_0^4 = \frac{1}{2} \left[\frac{4}{3} \cdot 4^3 - \frac{4^8}{8 \times 256} \right]$$

S3 $\therefore I_{xy} = 26.7 \text{ in}^4 \#$

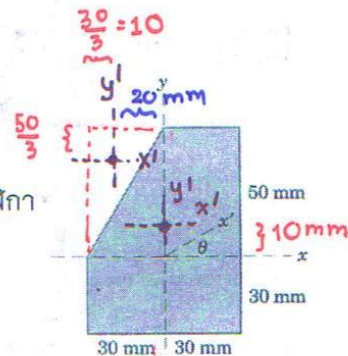
4) $J_o = I_x + I_y = 25.6 + 30.5 = 56.1 \text{ in}^4 \#$

15. จากรูปประกอบที่กำหนดให้จงใช้วงกลมโมร์หาค่า

15.1) principal axes, principal moments of inertia

15.2) I_x, I_y และ I_{xy} เมื่อหมุนด้วยมุม $\theta = 30^\circ$ ในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

15.3) มุม θ ที่ทำให้ค่าผลคูณความเฉื่อยมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุด



□ - ▽

$$I_x = I_{x_1} - I_{x_2} = (\bar{I}_{x_1} + Ad^2)_1 - (\bar{I}_{x_1} + Ad^2)_2$$

$$= \left[\frac{60(80)^3}{12} + 60(80)(10)^2 \right] - \left[\frac{30(50)^3}{36} + \frac{30(50)}{2} (50 - \frac{50}{3})^2 \right] = 2.1 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$= 21 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

$$I_y = I_{y_1} - I_{y_2} = (\bar{I}_{y_1} + Ad^2)_1 - (\bar{I}_{y_1} + Ad^2)_2$$

$$= \left[\frac{80(60)^3}{12} \right] - \left[\frac{50(30)^3}{36} + \frac{50(30)}{2} 20^2 \right] = 1.102 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 11.02 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

$$I_{xy} = I_{xy_1} - I_{xy_2} = (\bar{I}_{xy_1} + \bar{x}\bar{y}A)_1 - (\bar{I}_{xy_1} + \bar{x}\bar{y}A)_2 = - \left[\frac{30^2(50)^2}{12} + (-20)(50 - \frac{50}{3}) \frac{30(50)}{2} \right]$$

$$= +4.69 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

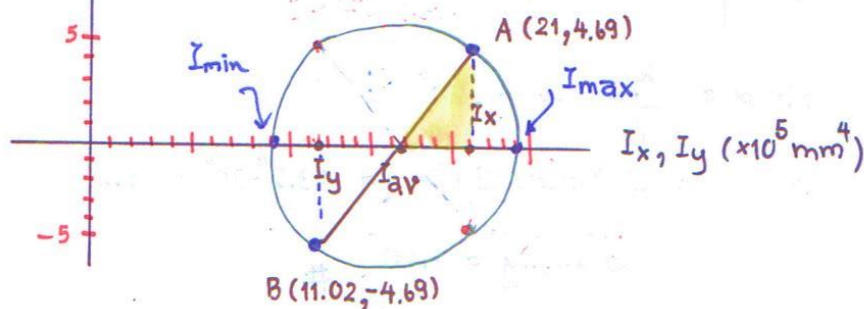
(15.1) S1 $A(I_x, I_{xy}) = A(21, +4.69) \times 10^5$

S2 $B(I_y, I_{xy}) = B(11.02, -4.69) \times 10^5$

$I_{xy} (\times 10^5 \text{ mm}^4)$

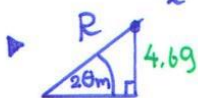
$$I_{max} = I_{av} + R = 2.29 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{min} = I_{av} - R = 9.16 \times 10^5 \text{ mm}^4$$



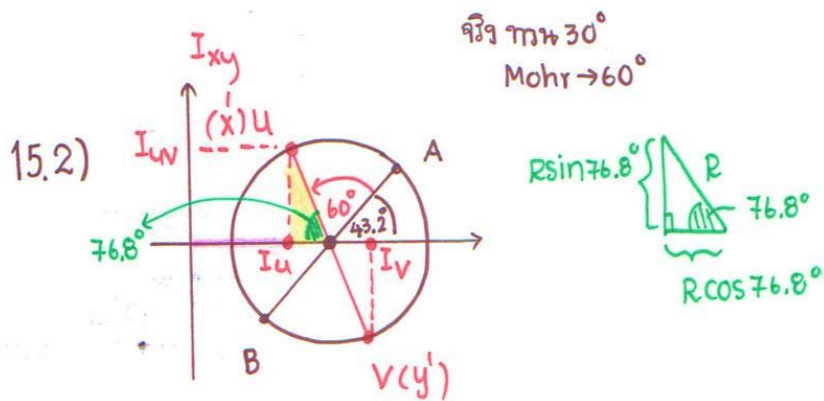
$$I_{av} = \frac{I_x + I_y}{2} = 16.01 \times 10^5 \text{ mm}^4$$

$$R = \sqrt{4.69^2 + 4.99^2} \times 10^5 = 6.85 \times 10^5 \text{ mm}^4$$



$$\left| \frac{I_x - I_y}{2} \right| = 4.99$$

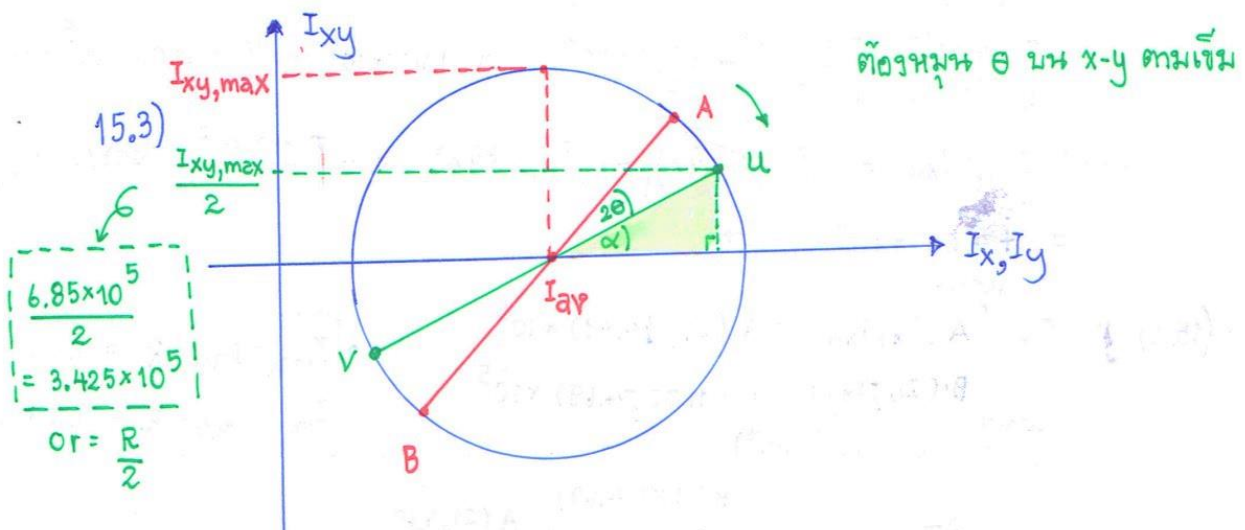
$$2\theta_m = \tan^{-1} \left(\frac{4.69}{4.99} \right) = 43.2^\circ \rightarrow \theta_m = 21.6^\circ$$



$$I_u = I_{av} - R \cos 76.8^\circ = (16.01 \times 10^5) - (6.85 \times 10^5) \cos 76.8^\circ = 1.445 \times 10^6 \text{ mm}^4 \#$$

$$I_v = I_{av} + R \cos 76.8^\circ = 1.757 \times 10^6 \text{ mm}^4 \#$$

$$** I_{uv} = +R \sin 76.8^\circ = 1.559 \times 10^6 \text{ mm}^4 \#$$



$$\sin \alpha = \frac{R/2}{R} \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\therefore 2\theta \text{ ใน Mohr's circle} = 43.2^\circ - 30^\circ = 13.2^\circ$$

$$\theta \text{ ใน } xy = 6.60^\circ \#$$

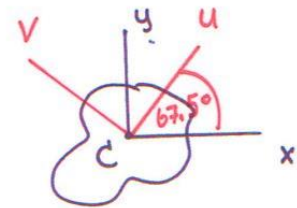
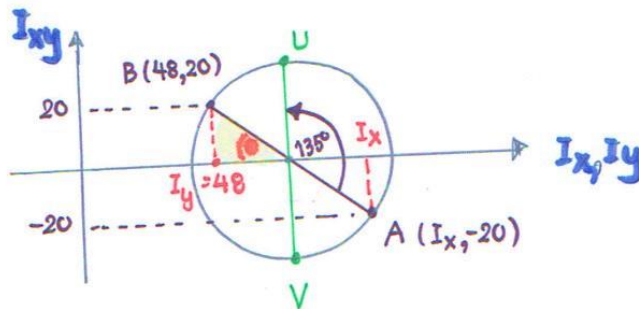
16. ถ้าทราบพื้นที่หนึ่งมีค่า $\bar{I}_y = 48 \times 10^6 \text{ mm}^4$ และ $\bar{I}_{xy} = -20 \times 10^6 \text{ mm}^4$ ซึ่งแกน x และ y เป็นแกนที่ผ่านเซนทรอยด์ C ของพื้นที่ ถ้าทราบว่าค่าผลคูณความเฉื่อยมีค่าสูงสุดเมื่อทำการหมุนแกน x เป็นมุม 67.5° ในทิศทางทวนเข็มนาฬิการอบจุด C จงใช้วงกลมโมร์เพื่อหาค่า

16.1) โมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x ที่ผ่านจุด C ($\bar{I}_x$)

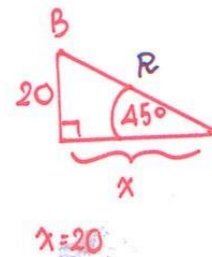
16.2) โมเมนต์ความเฉื่อยหลัก

(S1) $A(I_x, I_{xy}) = A(I_x, -20) \times 10^6 \text{ mm}^4$
 $B(I_y, -I_{xy}) = B(48, 20) \times 10^6 \text{ mm}^4$

(S2)



xy หมุน 67.5° ↻
 วงกลมโมร์ หมุน 135° ↻



จากรูป $I_{av} = (48 + 20) \times 10^6 = 68 \times 10^6 \text{ mm}^4$
 $R = 20\sqrt{2} \times 10^6 \text{ mm}^4$

16.1) (S3) $\bar{I}_x = (I_{av} + 20) \times 10^6 = 88 \times 10^6 \text{ mm}^4 = 8.80 \times 10^7 \text{ mm}^4 \#$

16.2) $I_{max} = I_{av} + R = 9.63 \times 10^7 \text{ mm}^4 \#$

$I_{min} = I_{av} - R = 3.97 \times 10^7 \text{ mm}^4 \#$