

จากหน้าแผ่น June
ให้ใส่ ①

S2 $dE = \frac{k dq}{r^2}$ or $dv = \frac{k dq}{r}$

S3 $\vec{E} = E_x(\hat{e}_x) + E_y(\hat{e}_y)$ or $V = \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$
 $E_x = \int dE_x$ $E_y = \int dE_y$

$$E_x = \int dE_x \quad E_y = \int dE_y$$

$$dl \leftarrow \begin{matrix} dx \\ dy \\ r d\theta \end{matrix}$$

$$dA = (2\pi r) dr$$
$$dV = (4\pi r^2) dr$$
$$(2\pi r h) dr$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

ประจักษ์ศิลปาคม

[ไม่ครบที่ : $dg = p dV$
 $q = \int p dV$

$$C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left[\frac{R}{r}\right]}$$

air

- $C = kC_0$, $E = \frac{E_0}{k}$

$$\therefore Q = CV$$

$$u = \frac{1}{2} QV, u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad (\text{J/m}^3)$$

- ทิศ : $V = \underline{V_0}$

• $Q_i = Q_0 \left(1 - \frac{1}{K}\right)^i$ → อัตราค่าในเมื่อ K

$$\vec{E} = E_0 - E_j$$

End

BRIGHT

CH2

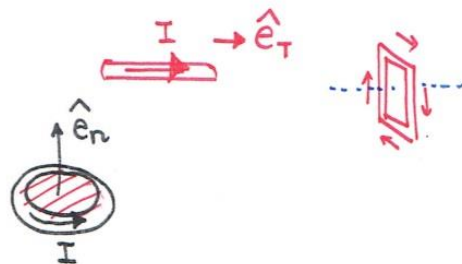
(1) $\vec{F} = IL \hat{e}_T \times \vec{B}$

$\vec{M} = NIS \hat{e}_n$

$\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B}$

Nm

← T (ใส่ในขดลวด)



(2)



$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$



$B = \mu_0 n I$
 $= \mu_0 \frac{N}{L} I$

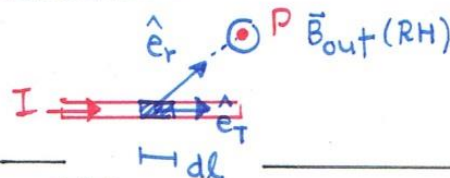


$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

Bio-Savart

$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\hat{e}_T \times \hat{e}_r}{r^2} dl$

มือขวาช่วยดูทิศ



(3) Ampere : (S1) สว่าง AL

หา B

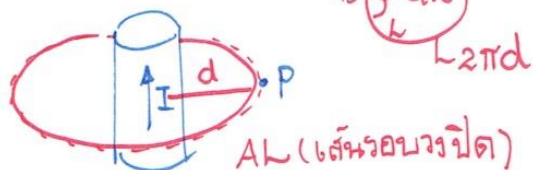
(S2) $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \Sigma I$

$\Sigma I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s}$

ความหนาแน่นกระแส

พ.ท. วงกลม = $2\pi r dr$

End



AL (เส้นรอบวงปิด)

CH3

Wb



แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำ

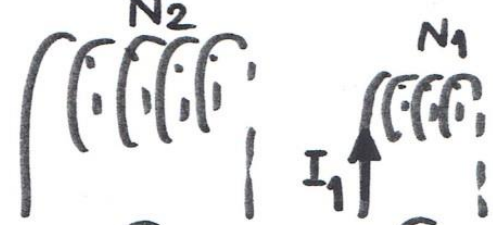
(1) $\Delta \phi_B$ (or $\Delta \vec{B}$) $\rightarrow$ V_L $\rightarrow$ I_{ind}

Volt

(2) $\phi_B = \vec{B} \cdot \hat{e}_n S = \oint_S \vec{B} \cdot \hat{e}_n ds$ ถ้า อี ครก $\rightarrow \phi_B = BS$
 ไม่ครก $\rightarrow \phi_B = \int B ds$

(3) $V_L = -N \frac{d\phi_B}{dt}$ f^n ของ เวลา (t)

(4)  $N \phi = L I$ $\uparrow H$

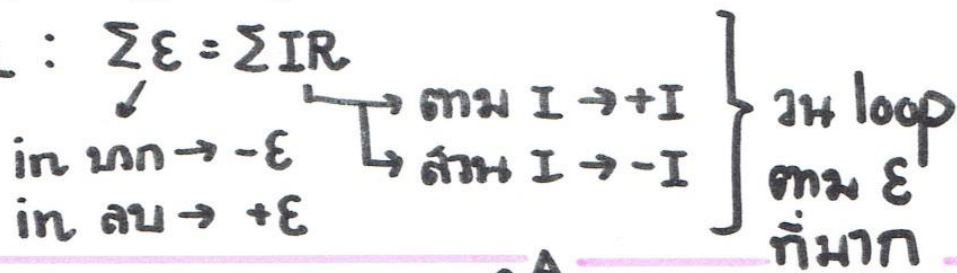
(5)  $N_2 \phi_2 = M I_1$
 $N_1 \phi_1 = M I_2$
 $\frac{N_1 \phi_1}{I_2} = \frac{N_2 \phi_2}{I_1}$

$V_{L_2} = -N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt}$

End

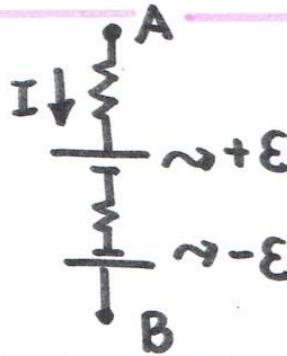
(1) KCL : $I_{in} = I_{out}$

KVL : $\sum \mathcal{E} = \sum IR$

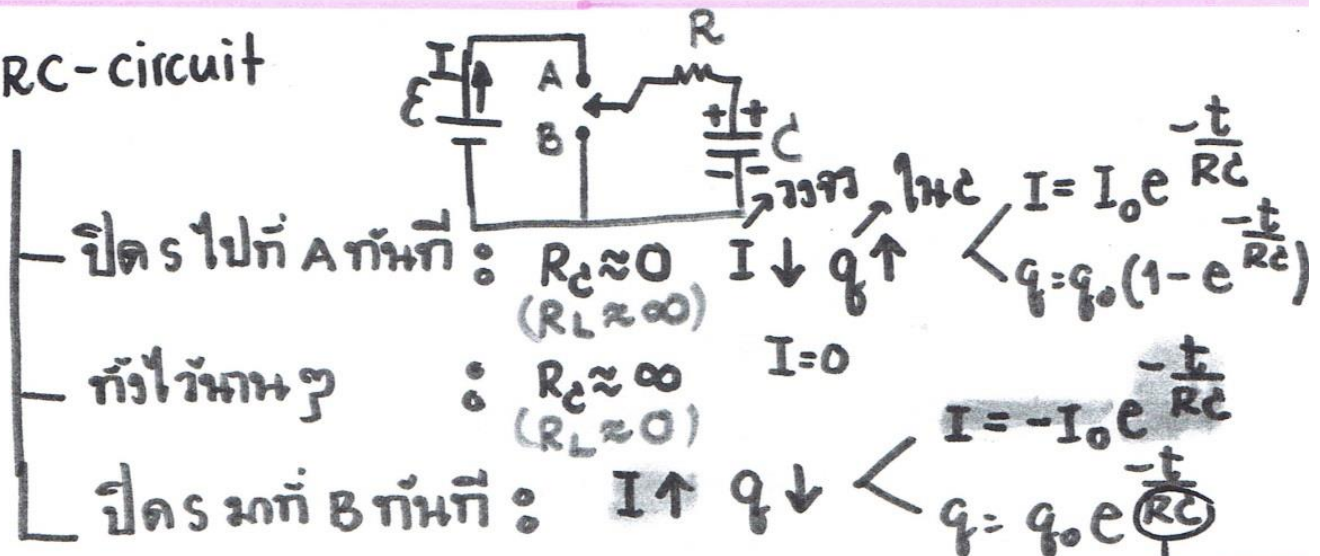


(2) $V_{AB} = \sum \mathcal{E} - \sum IR$

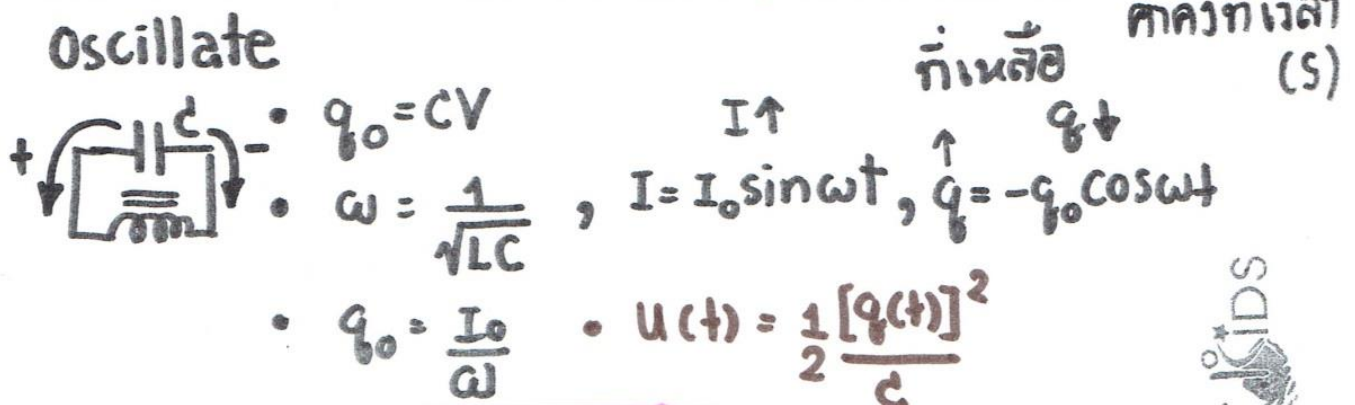
ไหล $\downarrow \rightarrow -I$
ไหล $\uparrow \rightarrow +I$



(3) RC-circuit



(4) Oscillate



(5) AC

$V = V_0 \sin \omega t$, $V_{rms} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

$R, L \rightarrow \boxed{X_L = \omega L}$, $C \rightarrow \boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}}$

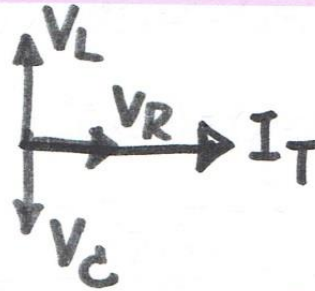
• (CIVIL)



Jue
⑤

• $V_R = I_R R$, $V_L = I_L X_L$, $V_C = I_C X_C$

(6) อนุกรม



• $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

• $\tan \theta = \left| \frac{X_L - X_C}{R} \right|$

• $P_T = I_{rms} V_{rms} \cos \theta_T$



σ_{GL}

.Pre-Flight Phy-2 Yr'2017.

1) ประจุ $+40 \text{ nC}$, -50 nC และ $+30 \text{ nC}$ วางอยู่ที่มุมทั้งสามของสี่เหลี่ยมมุมฉากของ $3.0 \times 4.0 \text{ cm}^2$

จงหา

(ก) สนามไฟฟ้าที่จุด P (กึ่งกลางสี่เหลี่ยม)

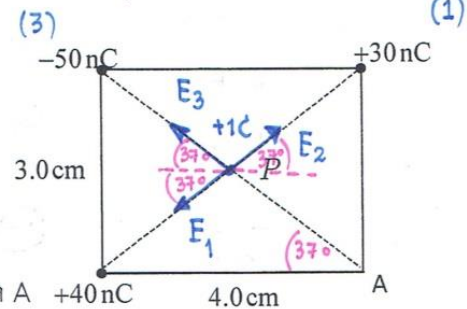
(ข) ศักย์ไฟฟ้าที่ P

(ค) พลังงานศักย์ไฟฟ้าของระบบ

(ง) งานในการพาประจุ $2 \mu\text{C}$ จากตำแหน่งอนันต์ไปยังจุด A $+40 \text{ nC}$

(จ) งานในการพาประจุ -7 nC จากตำแหน่ง P ไปยังจุด A

(ฉ) งานในการพาประจุ -50 nC จากตำแหน่งเดิม ไปยังจุด A



$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \left(\frac{kq}{r^2}\right)_1 [-\cos 37^\circ \hat{e}_x - \sin 37^\circ \hat{e}_y] + \left(\frac{kq}{r^2}\right)_2 [\cos 37^\circ \hat{e}_x + \sin 37^\circ \hat{e}_y] + \left(\frac{kq}{r^2}\right)_3 [-\cos 37^\circ \hat{e}_x + \sin 37^\circ \hat{e}_y]$$

$$\vec{E}_P = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-9}}{(10^{-2})^2} \left\{ \frac{30}{2.5^2} \left(-\frac{4}{5} \hat{e}_x - \frac{3}{5} \hat{e}_y\right) + \frac{40}{2.5^2} \left(\frac{4}{5} \hat{e}_x + \frac{3}{5} \hat{e}_y\right) + \frac{50}{2.5^2} \left(-\frac{4}{5} \hat{e}_x + \frac{3}{5} \hat{e}_y\right) \right\}$$

$$= \frac{9 \times 10^4}{2.5^2 \times 5} \left\{ -120 \hat{e}_x - 90 \hat{e}_y + 160 \hat{e}_x + 120 \hat{e}_y - 200 \hat{e}_x + 150 \hat{e}_y \right\}$$

$$\therefore \vec{E}_P = 2880 (-160 \hat{e}_x + 180 \hat{e}_y) = (-4.61 \times 10^5) \hat{e}_x + (5.18 \times 10^5) \hat{e}_y \text{ N/C} \#$$

$$\text{ข) } V_P = V_1 + V_2 + V_3 = \left(\frac{kq}{r}\right)_1 + \left(\frac{kq}{r}\right)_2 + \left(\frac{kq}{r}\right)_3$$

$$= \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-9}}{2.5 \times 10^{-2}} (+30 + 40 - 50) = 7.2 \times 10^3 \text{ V} \#$$

$$\text{ค) } V_A = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-9}}{10^{-2}} \left(\frac{30}{3} + \frac{40}{4} - \frac{50}{5} \right) = 9 \times 10^3 \text{ V}$$

$$\text{ด) } E_P = \frac{kq_1q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2q_3}{r_{23}} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-9} \times 10^{-9}}{10^{-2}} \left(\frac{40 \cdot 30}{5} + \frac{30 \cdot (-50)}{4} + \frac{40 \cdot (-50)}{3} \right)$$

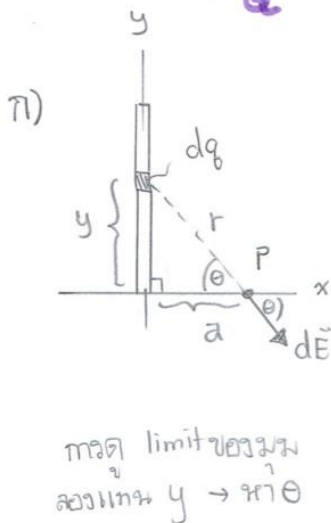
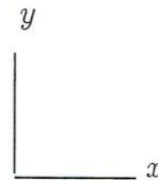
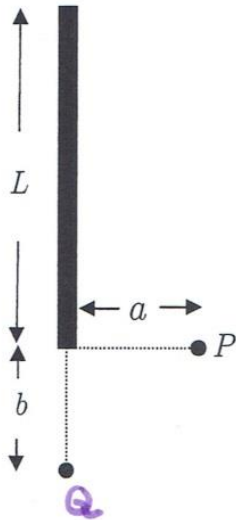
$$= -7.22 \times 10^{-4} \text{ J} \#$$



2) เส้นประจุ มีประจุ Q กระจายสม่ำเสมอ โดยจุด P อยู่ห่างจากเส้นประจุสูงเป็นระยะ a, b ดังรูป
กำหนดให้ $L = 12 \text{ cm}$, $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ และ $Q = +80 \text{ nC}$

(ก) จงหาสนามไฟฟ้าที่จุด P

(ข) จงหาศักย์ไฟฟ้าที่จุด Q



$$(S1) \quad dq = \lambda dl = \lambda dy$$

$$(S2) \quad dE = \frac{k dq}{r^2} = \frac{k \lambda dy}{a^2 + y^2}$$

$$(S3) \quad \vec{E} = E_x (\hat{e}_x) + E_y (-\hat{e}_y)$$

$$E_x = \int dE \cos \theta$$

$$= k \lambda \int \frac{\cos \theta dy}{a^2 + y^2}$$

$$y = a \tan \theta$$

$$dy = a \sec^2 \theta d\theta$$

$$E_y = \int dE \sin \theta$$

$$= \frac{k \lambda (\cos \theta)}{\frac{a}{\sin \theta}} \Big|_0^\alpha = \frac{k \lambda}{a} [\cos \alpha + \cos 0]$$

$$= \frac{9 \times 10^9 (80 \times 10^{-9})}{0.04} \left(-\frac{a}{\sqrt{L^2 + a^2}} + 1 \right)$$

$$E_y = 1.78 \times 10^4 \text{ N/C}$$

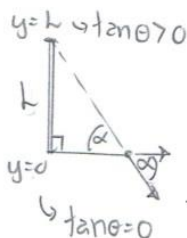
$$E_x = k \lambda \int \frac{\cos \theta (a \sec^2 \theta) d\theta}{a^2 (1 + \tan^2 \theta)}$$

$$= \frac{k \lambda}{a} \int_0^\alpha \cos \theta d\theta$$

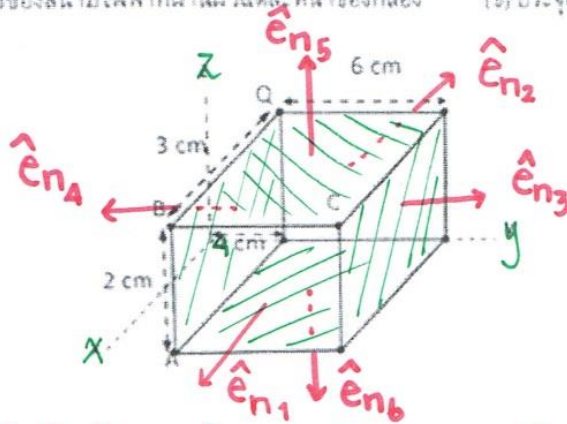
$$= \frac{k \lambda}{a} \sin \theta \Big|_0^\alpha = \frac{k \lambda}{a} [\sin(\alpha) - \sin 0]$$

$$= \frac{k Q}{a L} \left(\frac{a}{\sqrt{L^2 + a^2}} \right) = \frac{(9 \times 10^9) 80 \times 10^{-9}}{(4 \times 10^{-2}) \sqrt{0.12^2 + 0.04^2}} = 1.42 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\therefore \vec{E} = (1.42 \times 10^5) \hat{e}_x + (1.78 \times 10^4) (-\hat{e}_y) \frac{\text{N}}{\text{C}} \#$$



- 3) กล่อง(ดังรูป) วางอยู่ในบริเวณสนามไฟฟ้า $\vec{E} = (5-y)\hat{e}_y + (z-2)\hat{e}_z$ N/C โดย x, z มีหน่วยเป็นเซนติเมตร จงหา (ก) ฟลักซ์ของสนามไฟฟ้าที่ผ่านผิวนั้นต่อหน้าของกล่อง (ข) ประจุสุทธิในกล่อง (ค) ประจุรวม



$$\phi_E = \vec{E} \cdot \hat{e}_n S = [(5-y)\hat{e}_y + (z-2)\hat{e}_z] \cdot \hat{e}_n S$$

$$\text{ก) } \phi_1 = [(5-y)\hat{e}_y + (z-2)\hat{e}_z] \cdot \hat{e}_x [0.02 \times 0.06] = 0 \text{ Nm}^2/\text{C} \#$$

$$\phi_2 = 0 \text{ Nm}^2/\text{C} \#$$

$$\phi_3 = (5-y)S = (5-0.1)(0.03 \times 0.02) = 2.94 \times 10^{-3} \text{ Nm}^2/\text{C} \#$$

$$\phi_4 = -(5-y)S = -(5-0.04)(0.03 \times 0.02) = -2.98 \times 10^{-3} \text{ Nm}^2/\text{C} \#$$

$$\phi_5 = (z-2)S = (0.02-2)(0.06 \times 0.03) = -3.56 \times 10^{-3} \text{ Nm}^2/\text{C} \#$$

$$\phi_6 = -(z-2)S = -(0-2)(0.06 \times 0.03) = 3.6 \times 10^{-3} \text{ Nm}^2/\text{C} \#$$

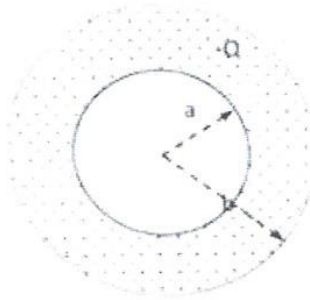
$$\text{ข) } \oint_S \vec{E} \cdot \hat{e}_n ds = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \quad (\text{Gauss's law})$$

$$\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_6 = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

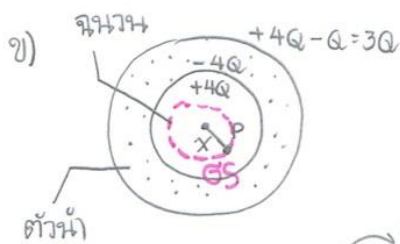
$$\sum q_i = (8.85 \times 10^{-12}) 0 = 0 \text{ C} \#$$



- 4) ทรงกลมฉนวนรัศมี a มีความหนาแน่นประจุ $\rho = -\frac{3Q}{\pi a^3}$ มีจุดศูนย์กลางร่วมกับทรงกลมตัวนำกลวงรัศมีภายใน b รัศมีภายนอก c มีประจุ $-Q$ จงหา ก. ประจุไฟฟ้าทั้งหมดของทรงกลมฉนวน ข. สนามไฟฟ้าที่จุดซึ่งอยู่ภายในทรงกลมฉนวน ค. ประจุเหนี่ยวนำที่ผิวในของทรงกลมตัวนำ ง. ประจุที่ผิวนอกของทรงกลมตัวนำ จ. สนามไฟฟ้าที่จุด s ซึ่งอยู่ภายในทรงกลมตัวนำ ฉ. สนามไฟฟ้าที่จุดซึ่งอยู่ภายนอกทรงกลมตัวนำ โดยใช้กฎของเกาส์ พร้อมทั้งเขียนรูปผิวปิดของเกาส์ และเขียนประจุเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้นลงไปในรูปแบบแต่ละข้อ (หรือคะแนน)



$$\begin{aligned}
 \text{ก) } q &= \int dq = \int \rho dV \\
 &= \int \frac{3Q}{\pi a^3} (4\pi r^2) dr \\
 &= \frac{12Q}{a^3} \int_0^a r^2 dr \\
 &= \frac{12Q}{a^3} \left[\frac{r^3}{3} \right]_0^a \\
 q &= 4Q \text{ ค (ลบ) } \#
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \oint \vec{E} \cdot \hat{e}_n ds &= \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \\
 E_p \oint ds &= \frac{4Qx^3}{\epsilon_0 a^3} \\
 E_p (4\pi x^2) &= \frac{4Qx^3}{\epsilon_0 a^3} \\
 E_p &= \frac{Qx}{\pi \epsilon_0 a^3} \text{ N/C } \#
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q &= \int \rho dV \\
 &= \frac{12Q}{a^3} \int_0^x r^2 dr \\
 &= \frac{12Q}{a^3} \left(\frac{x^3}{3} \right) \\
 &= \frac{4Qx^3}{a^3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ค) } &+4Q - Q = 3Q \\
 q_i &= -4Q \text{ ค } \#
 \end{aligned}$$

$$\text{ง) } q_{\text{out}} = 3Q \text{ ค } \#$$

$$\begin{aligned}
 \oint \vec{E} \cdot \hat{e}_n ds &= \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \\
 E_B \oint ds &= \frac{+4Q - 4Q}{\epsilon_0} \\
 E_B &= 0 \text{ N/C } \#
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \oint \vec{E} \cdot \hat{e}_n ds &= \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} \\
 E_c \oint ds &= \frac{3Q}{\epsilon_0} \\
 E_c (4\pi r_c^2) &= \frac{3Q}{\epsilon_0} \\
 E_c &= \frac{3Q}{(4\pi \epsilon_0) r_c^2} \text{ N/C } \#
 \end{aligned}$$



5) ณ บริเวณที่มีศักย์ไฟฟ้าเป็น $V = 5x - 3x^2y + 2yz^2$ จงหาสนามไฟฟ้าที่จุด $(1, 3, 2)$ เมตร

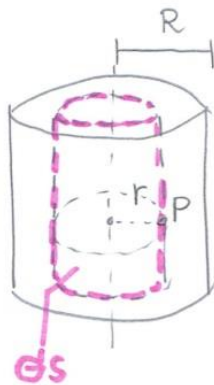
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

$$= - \left[\frac{\partial V}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{e}_z \right]$$

$$= - \left[(5 - 6xy) \hat{e}_x + (-3x^2 + 2z^2) \hat{e}_y + (4yz) \hat{e}_z \right]$$

$$\begin{aligned} \therefore \vec{E}_{(1,3,2)} &= - \left[(5 - 18) \hat{e}_x + (-3 + 8) \hat{e}_y + 24 \hat{e}_z \right] \\ &= 13 \hat{e}_x - 5 \hat{e}_y - 24 \hat{e}_z \quad \frac{N}{C} \# \end{aligned}$$

6) ทรงกระบอกฉนวนรัศมี R มีความหนาแน่นประจุ $\rho = \rho_0 \left(a - \frac{r}{b}\right) \text{ C/m}^3$ โดย $0 < r \leq R$ จงหา
สนามไฟฟ้าที่จุด P ซึ่งอยู่ภายในทรงกระบอกและห่างตั้งฉากกับเส้นกลาง โดยใช้กฎของเกาส์
พร้อมทั้งเขียนรูปผิวปิดของเกาส์



$$\begin{aligned} \oint_S \vec{E} \cdot \hat{e}_n ds &= \frac{\Sigma q_i}{\epsilon_0} \\ E \oint_S ds &= \frac{\Sigma q_i}{\epsilon_0} \\ E (2\pi r h) &= \frac{2\pi h \rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{ar^2}{2} - \frac{r^3}{3b} \right) \\ \therefore E_p &= \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{ar}{2} - \frac{r^2}{3b} \right) \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q &= \int \rho dV \\ &= \int \rho_0 \left(a - \frac{r}{b}\right) (2\pi r h) dr \\ &= 2\pi h \rho_0 \int_0^r \left(ar - \frac{r^2}{b}\right) dr \\ &= 2\pi h \rho_0 \left[\frac{ar^2}{2} - \frac{r^3}{3b} \right]_0^r \\ &= 2\pi h \rho_0 \left(\frac{ar^2}{2} - \frac{r^3}{3b} \right) \end{aligned}$$



7) ตัวเก็บประจุแบบแผ่นขนานพื้นที่ 200 cm^2 วางห่างกัน 0.4 cm โดยมีช่องว่างเป็นอากาศ นำไปต่อกับความต่างศักย์ไฟฟ้า 500 V เป็นเวลานาน จนหา **ไม่มีที่กรอก Voltage**

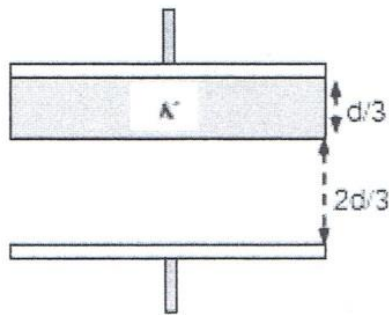
ก. ความจุไฟฟ้า ประจุอิสระ สนามไฟฟ้า และพลังงานสะสม

ข. ถ้าเติมแผ่นฉนวนที่มี $\kappa = 2.5$ และมีความหนาเท่ากับหนึ่งในสามของระยะระหว่างแผ่นลงไป

จงหาความจุไฟฟ้า ประจุเหนี่ยวนำ สนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ พลังงานสะสม

~~ความหนาแน่นพลังงาน และตัวเก็บประจุนี้จะรับประจุเพิ่มได้อีกเท่าใด~~

} จัดออก
ข้อสอบไม่ออก



ข้อข. • $U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (5.53 \times 10^{-11}) 500^2$
 $= 6.91 \times 10^{-6} \text{ J} \#$

ก. • $C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{(8.85 \times 10^{-12}) 200 \times 10^{-4}}{0.4 \times 10^{-2}} = 4.425 \times 10^{-11} \text{ F} \#$

• $Q_0 = C_0 V_0 = (4.43 \times 10^{-11}) 500 = 2.22 \times 10^{-8} \text{ C} \#$

• $E_0 = \frac{V_0}{d} = \frac{500}{0.4 \times 10^{-2}} = 1.25 \times 10^5 \text{ N/C} \#$

• $U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2 = \frac{1}{2} (4.43 \times 10^{-11}) 500^2 = 5.54 \times 10^{-6} \text{ J} \#$

ข. $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d/3}{\kappa \epsilon_0 A} + \frac{2d/3}{\epsilon_0 A}$

$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\frac{\kappa \epsilon_0 A}{d/3}}{(2\kappa + 1) \frac{\epsilon_0 A}{2d/3}} = \frac{3\kappa}{2\kappa + 1} \frac{\epsilon_0 A}{d} = \left(\frac{3\kappa}{2\kappa + 1} \right) C_0$

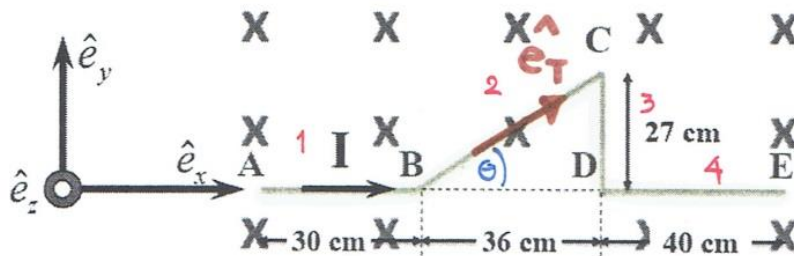
• $C_T = \left(\frac{3(2.5)}{2(2.5) + 1} \right) 4.425 \times 10^{-11} = 5.53 \times 10^{-11} \text{ F} \#$

$Q = CV = (5.53 \times 10^{-11}) 500 = 2.77 \times 10^{-8} \text{ C}$

• $\Delta Q = Q - Q_0 = 5.5 \times 10^{-9} \text{ C} \#$



- 8) กระแสไฟฟ้า 0.25 A ไหลผ่านลวดตัวนำ ซึ่งวางอยู่ในสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ 0.4 mT ดังรูป จงหาแรงที่กระทำกับลวดแต่ละด้าน และแรงลัพธ์ที่กระทำกับเส้นลวด



$$\tan \theta = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

$$\theta = 37^\circ$$

1) เส้นที่ 1 : $\vec{F}_B = I L \hat{e}_T \times \vec{B}$

$$= (0.25)(0.3) \hat{e}_x \times (-\hat{e}_z) 0.4 \times 10^{-3}$$

$$= (3 \times 10^{-5}) \hat{e}_y \text{ N}$$

เส้นที่ 2 : $\vec{F}_B = (0.25) \sqrt{0.36^2 + 0.27^2} [\cos \theta \hat{e}_x + \sin \theta \hat{e}_y] \times (0.4 \times 10^{-3}) (-\hat{e}_z)$

$$= -4.5 \times 10^{-5} \left[\frac{4}{5} (-\hat{e}_y) + \frac{3}{5} \hat{e}_x \right]$$

$$= -2.7 \times 10^{-5} \hat{e}_x + 3.6 \times 10^{-5} \hat{e}_y \text{ N}$$

เส้นที่ 3 : $\vec{F}_B = (0.25)(0.27) (-\hat{e}_y) \times (0.4 \times 10^{-3}) (-\hat{e}_z)$

$$= (2.7 \times 10^{-5}) \hat{e}_x \text{ N}$$

เส้นที่ 4 : $\vec{F}_B = (0.25)(0.4) \hat{e}_x \times (0.4 \times 10^{-3}) (-\hat{e}_z)$

$$= (4 \times 10^{-5}) \hat{e}_y \text{ N}$$

2)

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$= (1.06 \times 10^{-4}) \hat{e}_y \text{ N}$$

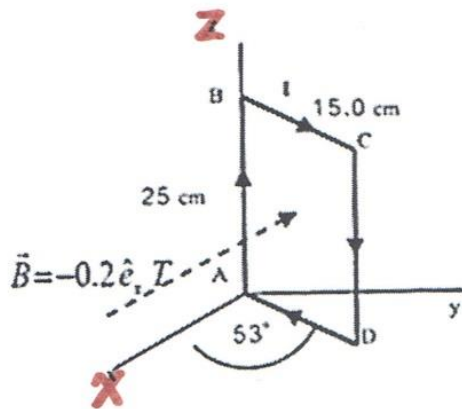


9) ขดลวด ABCD รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด $25.0 \times 15.0 \text{ cm}^2$ มีกระแสไฟฟ้า 40 A วางอยู่ในสนามแม่เหล็ก $\vec{B} = -0.2\hat{e}_x \text{ tesla}$ โดยระนาบของขดลวดทำมุม 37° กับแกน X จงหา

(ก) แรงแม่เหล็กที่แต่ละด้านของขดลวด (ข) โมเมนต์แม่เหล็กของขดลวด

(ค) ทอร์กที่กระทำกับขดลวด

(8 คะแนน)



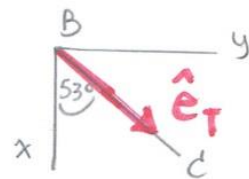
$$\vec{F} = I L \hat{e}_T \times \vec{B}, \quad \begin{matrix} \curvearrowright x \\ y \\ z \end{matrix}$$

$$(ก) \quad \vec{F}_{AB} = 40(0.25) \hat{e}_z \times (-0.2\hat{e}_x) = -2\hat{e}_y \text{ N} \#$$

$$\vec{F}_{CD} = -\vec{F}_{AB} = 2\hat{e}_y \text{ N} \#$$

$$\vec{F}_{BC} = 40(0.15) [\cos 53^\circ \hat{e}_x + \sin 53^\circ \hat{e}_y] \times (-0.2\hat{e}_x) = 0.96\hat{e}_z \text{ N} \#$$

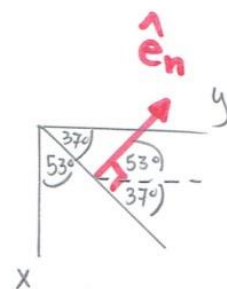
$$\vec{F}_{DA} = -\vec{F}_{BC} = -0.96\hat{e}_z \text{ N} \#$$



$$(ข) \quad \vec{M} = N I S \hat{e}_n$$

$$= 1(40)(0.25 \times 0.15) [-\sin 53^\circ \hat{e}_x + \cos 53^\circ \hat{e}_y]$$

$$= -1.2\hat{e}_x + 0.9\hat{e}_y \text{ Am}^2 \#$$



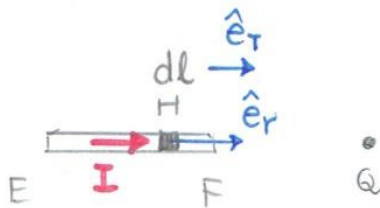
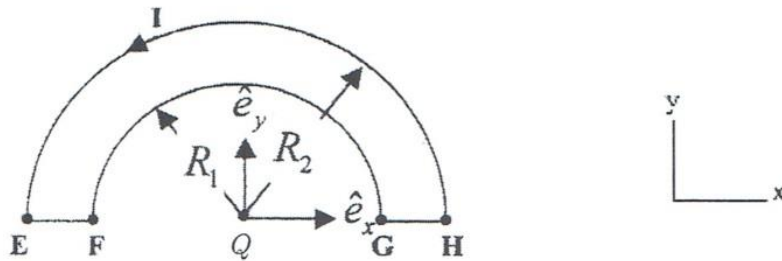
$$(ค) \quad \vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B}$$

$$= (-1.2\hat{e}_x + 0.9\hat{e}_y) \times (-0.2\hat{e}_x)$$

$$\vec{\tau} = 0.18\hat{e}_z \text{ Nm} \#$$

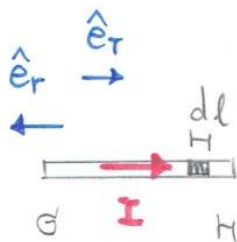


10) จงหาสนามแม่เหล็กที่จุดศูนย์กลางของครึ่งวงกลม Q ถ้าความยาวของลวด EF = GH = 2 cm รัศมีของครึ่งวงกลมใน = 3 cm รัศมีของครึ่งวงกลมนอก = 5 cm และ กระแสไฟฟ้า I = 50 A

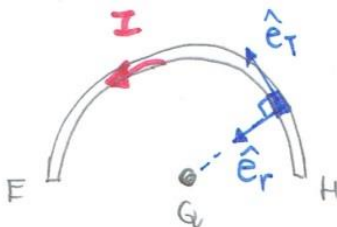


$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\hat{e}_\theta \times \hat{e}_r}{r^2} dl$$

$$\vec{B}_1 = 0 \text{ T} \quad (\hat{e}_\theta = \hat{e}_r = \hat{e}_x \rightarrow \hat{e}_x \times \hat{e}_x = 0)$$

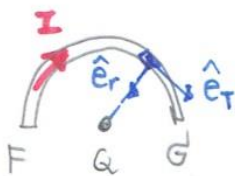


$$\vec{B}_2 = 0 \text{ T} \quad (\hat{e}_\theta = \hat{e}_x, \hat{e}_r = -\hat{e}_x \rightarrow \hat{e}_x \times (-\hat{e}_x) = 0)$$



$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{1}{R_2^2} dl \hat{e}_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi R_2^2} (\pi R_2) \hat{e}_z$$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{4R_2} \hat{e}_z \text{ T}$$



$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{1}{R_1^2} dl (-\hat{e}_z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R_1^2} (\pi R_1) (-\hat{e}_z)$$

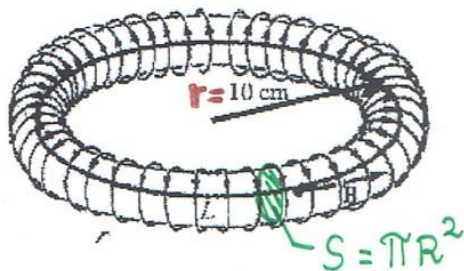
$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4R_1} (-\hat{e}_z) \text{ T}$$

$$\vec{B}_Q = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \hat{e}_z = \frac{(4\pi \times 10^{-7}) 50}{4} \left(\frac{1}{0.05} - \frac{1}{0.03} \right) \hat{e}_z$$

$$\vec{B}_Q = -2.09 \times 10^{-5} \hat{e}_z \text{ T} \quad \#$$



- 11) จงหาค่าความเหนี่ยวนำตัวเองของขดลวดทอรอยด์ 1000 รอบ รัศมี $r = 10$ cm



สมมติกระแสไหลวนลวด I
แล้ว

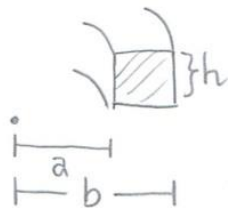
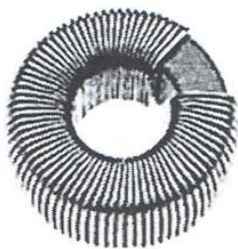
มาจาก I สร้าง
 $N\Phi = LI$

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N(BS)}{I}$$

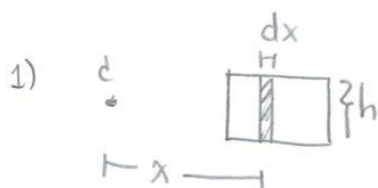
$$= \frac{N}{I} \left(\frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \right) \pi R^2$$

$$L = 1000^2 \frac{(4\pi \times 10^{-7}) R^2}{2(0.1)} = 6.28 R^2 \quad \text{H} \quad \#$$

- 12) จงหาฟลักซ์แม่เหล็ก พลังงานแม่เหล็กที่สะสม และ ค่าความเหนี่ยวนำตัวเองของขดลวดทอรอยด์ที่มีจำนวนขดลวด 400 ขด พันรอบแกนเหล็กที่มีสภาพซึมซาบแม่เหล็ก $250 \mu_0$ มีรัศมีภายใน 40 cm มีรัศมีภายนอก 60 cm สูง 3.0 cm และมีกระแสไฟฟ้า $I = 70$ A ขดลวดด้านนอกกระแสไฟฟ้าไหลขึ้น (10 คะแนน)



Magnetic Flux in a Toroid
of Rectangular Cross section



$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi x}$$

$$3) U_m = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} (9.71 \times 10^2) 70^2 = 237,90 \text{ J} \quad \#$$

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{e}_n ds = \int \frac{\mu_0 NI}{2\pi x} h dx$$

$$= \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \int_a^b \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} (\ln x) \Big|_a^b$$

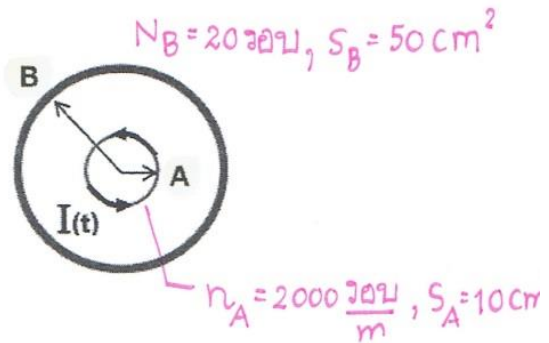
$$\phi_B = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{(250 \times 4\pi \times 10^{-7}) 400 \times 70 \times 0.03}{2\pi} \ln\left(\frac{6}{4}\right)$$

$$\phi_B = 1.70 \times 10^{-2} \text{ wb} \quad \#$$

$$2) N\Phi = LI \rightarrow L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{400 (1.70 \times 10^{-2})}{70} = 9.71 \times 10^2 \text{ H} \quad \#$$



- 13.1) จากรูป A คือโซลินอยด์ที่อุดมคติ มี $n = 2,000$ รอบ/เมตร
พื้นที่หน้าตัด 10 cm^2 รวมแกนกันขดลวด B ที่มี $N = 20$ รอบ
และมีพื้นที่หน้าตัด 50 cm^2 ถ้ากระแสไฟฟ้าในโซลินอยด์ ตาม
 $I(t) = 20(1 - e^{-4t})$ แอมแปร์



จงหา 1) สนามแม่เหล็กจากโซลินอยด์ ที่เวลา t ใดใด

2) ฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งผ่านขดลวด B

3) ขนาด และ ทิศทาง ของแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวด B

↳ มีความหมาย เช่นเดียวกับหาทิศ I_{ind}

$$(1) B = \mu_0 n I = (4\pi \times 10^{-7}) 2000 (20(1 - e^{-4t}))$$

$$B = (5.03 \times 10^{-2}) (1 - e^{-4t}) \quad \text{T} \quad \#$$

มาจาก I_A สว่าง

$$(2) \underbrace{N_B \phi_B}_{\phi_{total} \text{ ที่ผ่าน B}} = N_B (BS) = N_B [5.03 \times 10^{-2} (1 - e^{-4t})] S_A$$

↳ เล็กเสมอ

$$= 20 [5.03 \times 10^{-2} (1 - e^{-4t})] 10 \times 10^{-4}$$

$$= 1.01 \times 10^{-3} (1 - e^{-4t}) \quad \text{wb} \quad \#$$

$$(3) V_{L,B} = -N_B \frac{d\phi_B}{dt} = -1.01 \times 10^{-3} (0 - e^{-4t} \cdot (-4))$$

$$= -4.04 \times 10^{-3} e^{-4t} \quad \text{V} \quad \#$$

S1

I ไหล
สว่าง B



S2

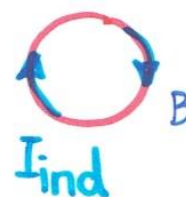
$$I = 20(1 - e^{-4t}) \uparrow$$



↳ ทิศเดิม

S3

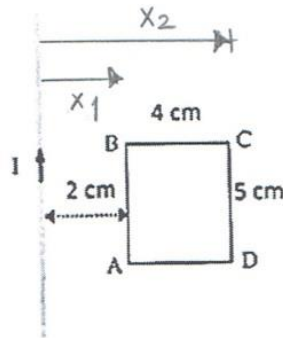
นิวตันส่วน



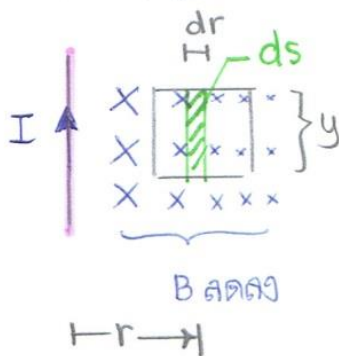
13.2) เส้นลวดยาวมากมีกระแส $I = 40(1 - e^{-0.4t})$ A. จงหาฟลักซ์แม่เหล็กที่ขดลวด ABCD ที่เวลา $t = 0$ s.

ข. แรงเคลื่อนไฟฟ้า พร้อมทั้งเขียนทิศกระแสเหนี่ยวนำในขดลวด ที่เวลา $t = 2$ s.

(10 คะแนน)



(ก) ϕ_B บนขดลวด ABCD ไม่คงที่ ต้อง integrate



$$\phi_B = \int B ds$$

$$= \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} y dr = \frac{\mu_0 I y}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{r} dr$$

$$= \frac{\mu_0 I y}{2\pi} \ln\left(\frac{x_2}{x_1}\right)$$

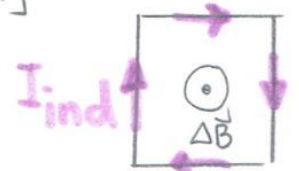
$$\phi_B = \frac{4\pi \times 10^{-7} [40(1 - e^{-0.4t})] 0.05}{2\pi} \ln\left(\frac{6}{2}\right)$$

$$\phi_B = 4.39 \times 10^{-7} (1 - e^{-0.4t}) \text{ Wb} \xrightarrow{t=0\text{s}} \phi_B = 0 \text{ Wb} \#$$

$$(ข) V_L = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -1 (4.39 \times 10^{-7}) [0 - e^{-0.4t} (-0.4)]$$

$$= -1.76 \times 10^{-7} e^{-0.4t} \text{ V}$$

$$t=2\text{s} ; V_L = -1.76 \times 10^{-7} e^{-0.8} = -7.91 \times 10^{-8} \text{ V} \#$$



$t \uparrow \phi_B \uparrow$



- 14) ขดลวดโซลินอยด์ A ยาว 7.5 cm มีรัศมี $a = 30$ cm จำนวนรอบ 800 รอบ และ ขดลวดโซลินอยด์ B ยาว 4.0 cm มีรัศมี $b =$

5.0 cm จำนวน 250 รอบ รูปทรงกระบอกแกนร่วมกัน จงหา

แก้เป็น
50 cm

(ก) ความเหนี่ยวนำร่วมของโซลินอยด์ทั้งสอง (M)

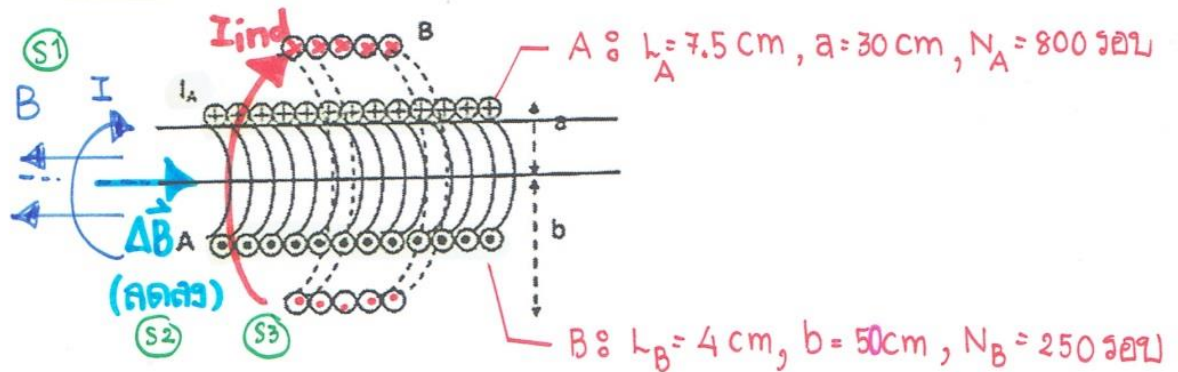
(ข) ความเหนี่ยวนำตัวเองของขดลวดโซลินอยด์ A (L_A)

(ค) แรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวด B เมื่อกระแสไฟฟ้าที่ขดลวด A ลดลงด้วยอัตรา 8000 A/s

($V_{L,B}$)

(ให้เขียนทิศกระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขด B ลงไปในรูปด้วย)

(10 คะแนน)



(ก) $N_B \phi_B = M I_A$ A สร้าง flux

$$M = \frac{N_B \phi_B}{I_A} = \frac{N_B (BS)}{I_A} = \frac{N_B}{I_A} \left(\mu_0 \frac{N_A I_A}{l_A} \right) \pi a^2$$

หา M
ใช้ Area
เล็กเสมอ

$$M = (4\pi \times 10^{-7}) \frac{250 \times 800}{(7.5 \times 10^{-2})} (0.3)^2 = 0.947 \text{ H}$$

(ข) $N_A \phi_A = L I_A$

หา L
ใช้ Area
ของตัวเอง

$$L = \frac{N_A \phi_A}{I_A} = \frac{N_A BS}{I_A} = \frac{N_A}{I_A} \left(\mu_0 \frac{N_A I_A}{l_A} \right) \pi a^2$$

$$L = (4\pi \times 10^{-7}) \frac{800^2}{(7.5 \times 10^{-2})} (0.3)^2 = 3.03 \text{ H}$$

(ค) $V_{L,B} = -M \frac{dI_A}{dt} = -0.947 (-8000) = 7576 \text{ V}$

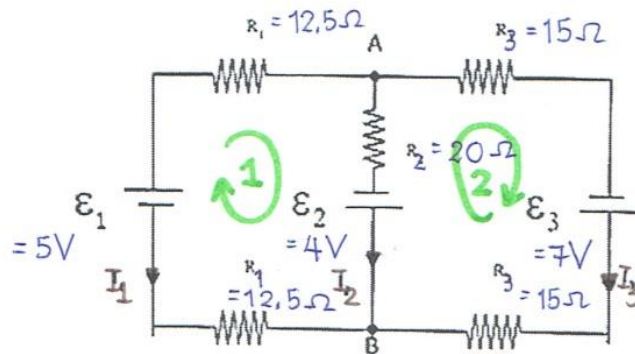


- 15) จากระบบวงจรไฟฟ้า $\varepsilon_1 = 5\text{ V}$, $\varepsilon_2 = 4\text{ V}$, $\varepsilon_3 = 7\text{ V}$, $R_1 = 12.5\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$, $R_3 = 15\ \Omega$ จงหา I_1 , I_2 , I_3 และ

V_{AB}

(10)

คะแนน)



loop 1 : $\sum IR = \sum E$

$$I_2(20) - I_1(12.5 + 12.5) = 5 + 4 \leadsto -25I_1 + 20I_2 = 9 \quad \text{--- (1)}$$

loop 2 : $I_3(15 + 15) - I_2(20) = -4 + 7 \leadsto 30I_3 - 20I_2 = 3 \quad \text{--- (2)}$

จุด B : $I_{in} = I_{out}$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\left(\frac{20I_2 - 9}{25}\right) + I_2 + \left(\frac{20I_2 + 3}{30}\right) = 0$$

$$750 \times ; \quad 30(20I_2 - 9) + 750I_2 + 25(20I_2 + 3) = 0$$

$$1850I_2 - 195 = 0 \leadsto I_2 = 0.105\text{ A} \quad \downarrow \#$$

จาก (1) ; $I_1 = -0.276\text{ A} = 0.276\text{ A} \quad \uparrow \#$

จาก (2) ; $I_3 = 0.17\text{ A} \quad \downarrow \#$

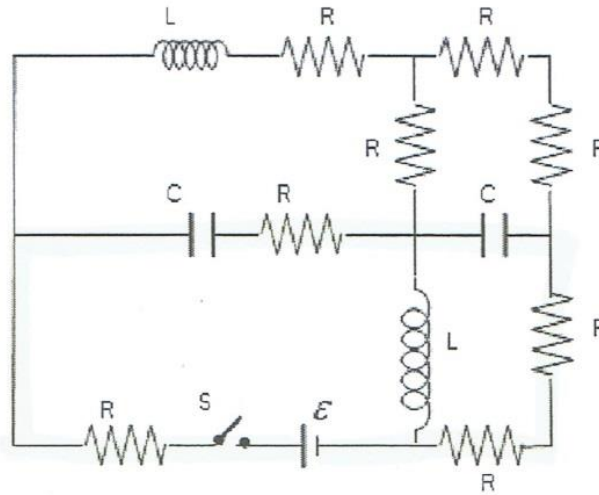
$$V_{AB} = \sum \varepsilon - \sum IR$$

$$= (-4) - (-0.105)(20)$$

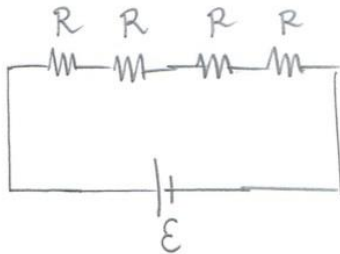
$$= -1.9\text{ V} \quad \#$$



- 16) จากรูป ถ้า $\mathcal{E} = 20 \text{ V}$
 $L = 0.05 \text{ H}$
 $C = 12.5 \text{ uF}$
 $R = 10 \Omega$
 จงหา กระแสไฟฟ้าใน
 วงจร เมื่อ 1) $t = 0 \text{ s}$
 และ 2) $t = \infty \text{ s}$

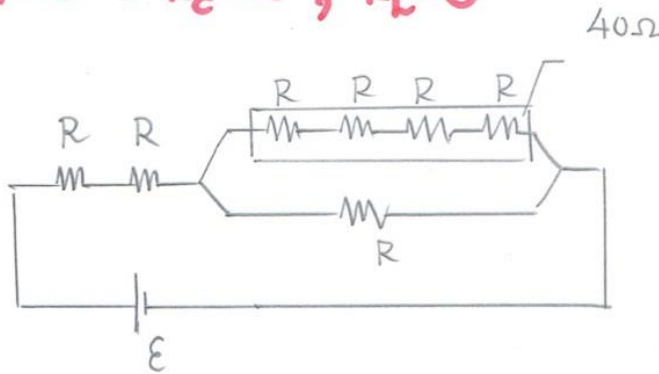


1) $t=0$: $R_C = 0$, $R_L = \infty$



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_T} = \frac{20}{40} = 0.5 \text{ A} \quad \#$$

2) $t=\infty$: $R_C = \infty$, $R_L = 0$



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_T} = \frac{20}{20 + \left(\frac{40 \times 10}{40 + 10} \right)}$$

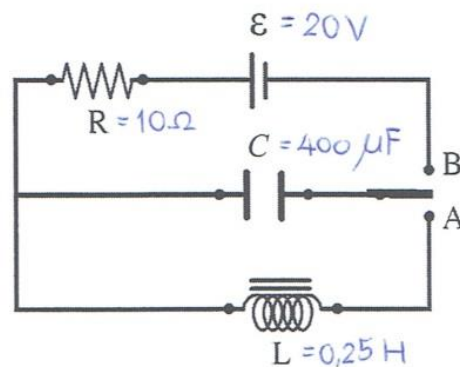
$$I = 0.714 \text{ A} \quad \#$$



17) จากวงจร $\mathcal{E} = 20 \text{ V}$, $R = 10 \Omega$, $L = 0.25 \text{ H}$, $C = 400 \mu\text{F}$ สวิตช์ที่อยู่ B นานๆ แล้วโยกไป
ที่ A จงหา

- ก. ความถี่ของการออสซิลเลต ข. แอมพลิจูดของประจุและกระแสไฟฟ้าในวงจร
ค. สมการประจุและกระแสไฟฟ้าในวงจร ง. พลังงานที่สะสมในวงจร

** จ. พลังงานที่สะสมในตัวเก็บประจุ ที่เวลา $t = \frac{T}{4}$



$$\begin{aligned} \text{ก) } \omega &= \frac{1}{\sqrt{CL}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{400 \times 10^{-6} \times 0.25}} = 100 \text{ rad/s} \quad \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข) } Q_0 &= CV = (400 \times 10^{-6}) 20 = 8 \times 10^{-3} \text{ C} \quad \# \\ I_0 &= Q_0 \omega = (8 \times 10^{-3}) \frac{1}{\sqrt{400 \times 10^{-6} \times 0.25}} = 0.8 \text{ A} \quad \# \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ค) } q &= -Q_0 \cos \omega t = -8 \times 10^{-3} \cos(100t) \text{ C} \quad \# \\ I &= I_0 \sin \omega t = 0.8 \sin(100t) \text{ A} \quad \# \end{aligned}$$

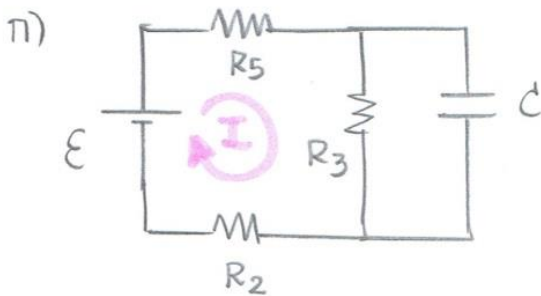
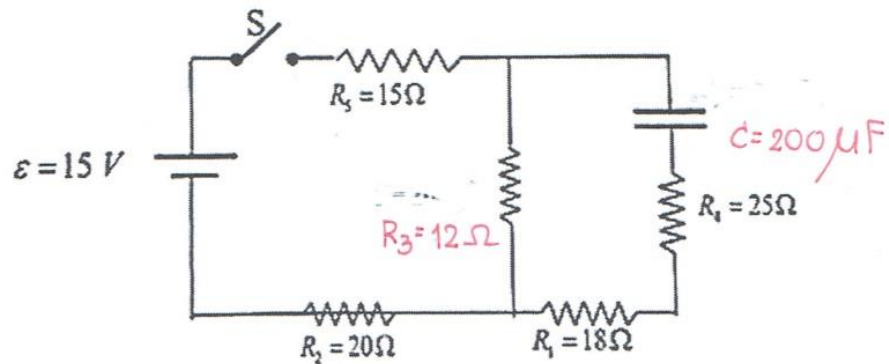
$$\text{ง) } U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (400 \times 10^{-6}) 20^2 = 0.08 \text{ J} \quad \#$$

$$\text{จ) } u = \frac{1}{2} \frac{[q(t)]^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(8 \times 10^{-3})^2}{400 \times 10^{-6}} \cos^2(100t) = 0.08 \cos^2(100t)$$

$$\begin{aligned} \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100} \quad ; \quad t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{200} \text{ s} \rightarrow U &= 0.08 \cos^2\left(\frac{100\pi}{200}\right) \\ &= 0 \text{ J} \quad \# \end{aligned}$$



- 18) จากวงจร เมื่อสวิตช์ลงมานานๆ จงหา ก. กระแสไฟฟ้าที่ผ่านแต่ละตัว ข. ประจุใน C แล้วยกสวิตช์ขึ้น
 จงหา ก. กระแสไฟฟ้าที่ผ่าน R_3 (ทันทีที่ยกสวิตช์ขึ้น) ง. เวลาที่ประจุใน C เหลือ 0.2 เท่าของประจุสูงสุด
 (10 คะแนน)

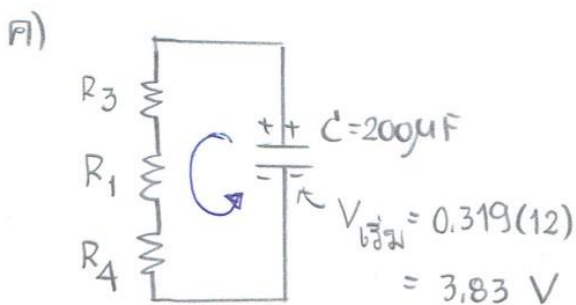


$$I = \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{15}{R_5 + R_3 + R_2} = \frac{15}{47} = 0.319 \text{ A}$$

$$\therefore I_{R_1} = I_{R_4} = 0 \text{ A}$$

$$I_{R_5} = I_{R_3} = I_{R_2} = 0.319 \text{ A} \quad \#$$

ข) $q_0 = CV = C(IR_3) = (200 \times 10^{-6}) 0.319(12) = 7.66 \times 10^{-4} \text{ C} \quad \#$



$$I = -I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I_0 = \frac{V}{R_T} = \frac{3.83}{12+18+25} = 0.0696 \text{ A}$$

$$R_T C = (12+18+25) 200 \times 10^{-6} = 0.011 \text{ s}$$

$$\therefore I = -0.0696 e^{-90.91t} \text{ A} \quad \#$$

ง) $q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$
 $0.2q_0 = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$
 $\ln 0.2 = -\frac{t}{RC}$

$$t = -RC \ln 0.2 = -0.011 \ln 0.2$$

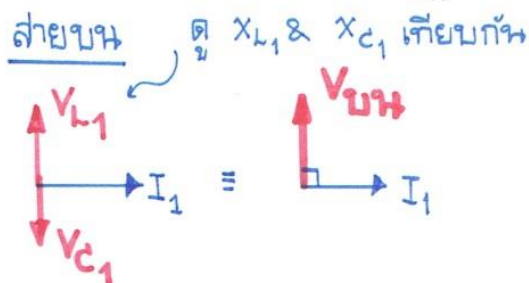
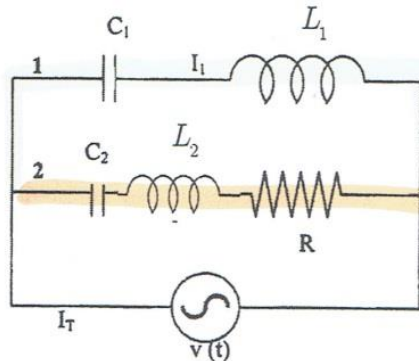
$$t = 0.0177 \text{ s} \quad \#$$



19) จากวงจร $C_1 = 50 \mu\text{F}$, $L_1 = 0.05 \text{ H}$, $L_2 = 0.08 \text{ H}$, $C_2 = 12.5 \mu\text{F}$, $R = 30 \Omega$

$$V(t) = 300 \sin\left(2000t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ V จงหา } Z_1, Z_2, Z_T, I_1, I_2, I_T, \theta_1, \theta_2, \theta_T, P_T$$

(พร้อมทั้งเขียนแผนภาพเฟเซอร์ไดอะแกรมของกระแสไฟฟ้าและความต่างศักย์ ในแต่ละตอน) (15 คะแนน)



$$V_0 = 300 \text{ V}$$

$$\omega = 2000 \text{ rad/s}$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2000(50 \times 10^{-6})} = 10 \Omega$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2000(12.5 \times 10^{-6})} = 40 \Omega$$

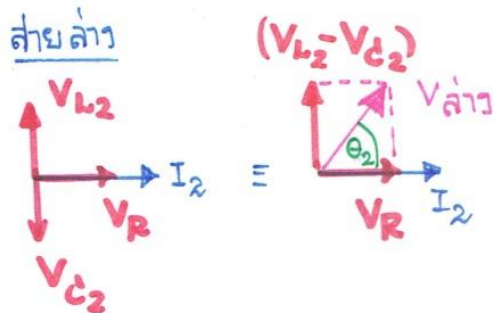
$$X_{L1} = \omega L_1 = 2000(0.05) = 100 \Omega$$

$$X_{L2} = 2000(0.08) = 160 \Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(100 - 10)^2} = 90 \Omega \#$$

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} = \frac{300}{90} = 3.33 \text{ A} \#$$

$$\theta_1 = 90^\circ \#$$

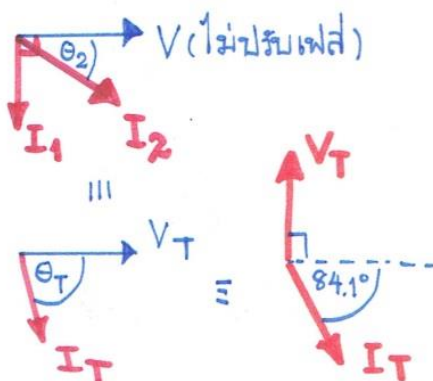


$$Z_2 = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{30^2 + (160 - 40)^2} = 123.7 \Omega \#$$

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_2} = \frac{300}{123.7} = 2.43 \text{ A} \#$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left| \frac{X_{L2} - X_{C2}}{R} \right| = \tan^{-1} \left| \frac{160 - 40}{30} \right| = 76^\circ \#$$

สายรวม



$$I_x = I_2 \cos \theta_2 = 2.43 \cos 76^\circ = 0.588 \text{ A}$$

$$I_y = -I_1 - I_2 \sin \theta_2 = -3.33 - 2.43 \sin 76^\circ = -5.69$$

$$I_T = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = 5.72 \text{ A} \#$$

$$\theta_T = \tan^{-1} \left| \frac{-5.69}{0.588} \right| = 84.1^\circ \rightarrow \theta_{T, \text{real}} = 174.1^\circ \#$$

$$Z_T = \frac{V_T}{I_T} = \frac{300}{5.72} = 52.45 \Omega \#$$



ปรับเฟสแล้ว

$$P_T = I_{\text{rms}} V_{\text{rms}} \cos \theta_{T, \text{rel}} = \frac{5.72}{\sqrt{2}} \times \frac{300}{\sqrt{2}} \cos 174.1^\circ = 853.5 \text{ W} \#$$