CHAPTER 3
Momentum and Collision

การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมและการดล

◈ การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม

โมเมนตัม ($\vec{P}$) : เป็นปริมาณที่บอกสภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ ซึ่งพยายามทำให้วัตถุพุ่งตัวไปข้างหน้าในทิศทางของความเร็ว เป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทิศเดียวกับความเร็วมีค่าเท่ากับ $\vec{P} = m\vec{v}$ ❋ P มีหน่วย kg·m/s หรือ N·s

$P = \sqrt{2mE_k}$

<u>การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม</u> $(\Delta\vec{P})$

วัตถุที่ถูกแรงภายนอกมากระทำจะทำให้มีการเปลี่ยนแปลงความเร็ว ซึ่งมีผลทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมตามสมการ

$\Delta\vec{P} = m\vec{v} - m\vec{u}$

TIP & TRICK โมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ ***ระวังการคิดเครื่องหมาย***

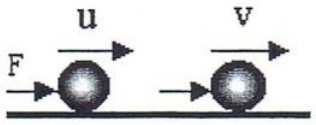
พิจารณารูปแบบการหาการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม $(\Delta\vec{P})$

① $\Delta\vec{P}$ ใน 1 มิติ	② $\Delta\vec{P}$ ใน 2 มิติ
หลักการคำนวณ $v \to +$	หลักการคำนวณ "แบบ Vector"
Trick ค.ท.ทางเดิม : $\Delta P = mv - mu$	(1) สร้าง Vector, $m\vec{v}$ and $-m\vec{u}$
in-out : $\Delta P = mv + mu$	(2) รวม Vector ลัพธ์ $\Rightarrow \Delta P$
1) $m\vec{u}$ $m\vec{v}$	1) $m\vec{v}$, $m\vec{u}$, $-m\vec{u}$
$\Delta P = mv - mu$	$\Delta P = m\sqrt{v^2+u^2}$
2) $m\vec{u}$, $m\vec{v}$	2) $\Delta\vec{P}$, $m\vec{v}$, $m\vec{u}$, $-m\vec{u}$, θ, $180^\circ-\theta$
$\Delta P = mv + mu$	$\Delta P = m\sqrt{v^2+u^2+2uv\cos(180^\circ-\theta)}$, $-\sin\theta$

→ $\Delta\vec{P}$: ทรป.ป.โมเมนตัม

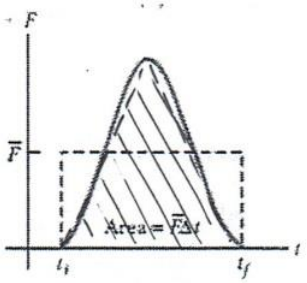
◈ การดลและแรงดล

การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมมาจากการออกแรง $\bar{F}$ คงตัวกระทำต่อวัตถุ เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของวัตถุในช่วงเวลาสั้นๆ $(\Delta t \to 0)$ เราจะเรียกแรงที่กระทำนี้ว่า "แรงดล" (Impulsive Force) และเรียกผลคูณของ F กับช่วง Δt ว่า "การดล" (Impulse) ดังสมการพิจารณา



จาก $\sum F = ma = m\left(\frac{v-u}{t}\right)$ จะได้สมการหา ***แรงดล*** และ ***การดล*** ดังนี้

$$\sum F = \left(\frac{\Delta P}{t}\right) \quad \rightarrow \quad \boxed{I = \sum F \cdot t = \Delta P}$$



ทรป.ป. mom or ทรดล

ทางเดิม ⊖ ทางออก ⊕

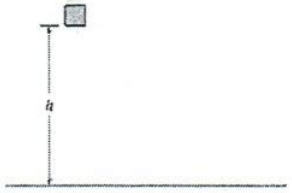
TIP & TRICK

$\Delta\vec{P} = m\vec{v} - m\vec{u}$ ← 1D, 2D — ①

$= \Sigma F t$ — ②

แรงดล (เกิดในช่วงสั้นๆ) : Area ระหว่าง F-t — ③

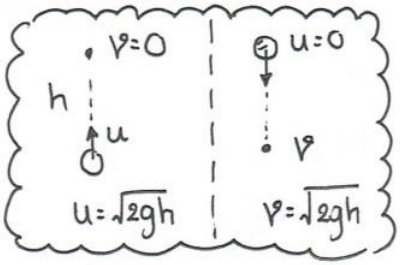
Ent 1 ปล่อยลูกเทนนิสมวล 0.5 กิโลกรัม จากตึกสูง 5 เมตร เมื่อลูกเทนนิสกระทบพื้นจะมีโมเมนตัมเท่าใด



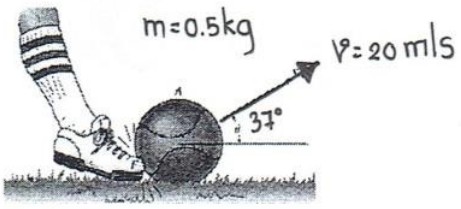
$P = mv$

$= 0.5\sqrt{2(10)5}$

$= 5 \text{ kg.m/s}$ #



Ent 2 เตะลูกบอลมวล 0.5 กิโลกรัมด้วยความเร็ว 20 เมตร/วินาทีทำมุม 37 องศากับแนวราบดังรูปจงหาโมเมนตัมในแนวแกน x และ ในแนวแกน y



$P_x = mv_x = mv\cos 37^\circ = 0.5(20)\frac{4}{5} = 8 \text{ kg.m/s}$ #

$P_y = mv_y = 0.5(20)\frac{3}{5} = 6 \text{ kg.m/s}$ #

Ent 3 วัตถุมวล m กำลังเคลื่อนที่ด้วยพลังงานจลน์เท่ากับ E จะมีโมเมนตัมเท่าใด

1. $\frac{E}{2m}$
2. $\frac{2E}{m}$
3. $\sqrt{\frac{m}{E}}$
4. $\sqrt{2mE}$ ✓

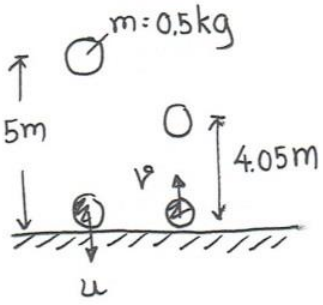
$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$2E_k = mv^2$

$2mE_k = m^2v^2 = (mv)^2$

$p = \sqrt{2mE_k}$

Ent 4 ปล่อยลูกบอลมวล 0.5 กิโลกรัม จากความสูง 5 เมตร ให้ตกลงกระแทกพื้นแล้วกระดอนขึ้นไปได้สูงจากพื้น 4.05 เมตร ในการกระแทกพื้นลูกบอลเปลี่ยนโมเมนตัมไปเท่าใดในหน่วยกิโลกรัม · เมตร/วินาที (Ent'40 เติมคำ)



↳ ΔP

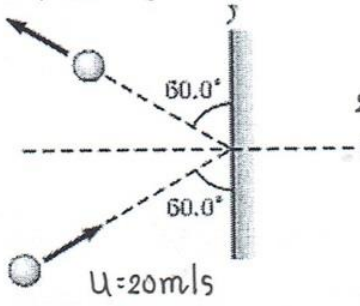
$\Delta P = mv + mu$

$= 0.5\left[\sqrt{2(10)4.05} + \sqrt{2(10)5}\right]$

$= 0.5\,(19)$

$= 9.5$ kg.m/s #

Ent 5 โยนลูกบอลมวล 20 กรัม ด้วยความเร็วต้น 20 เมตร/วินาที และสะท้อนตามกฎการสะท้อน จงหาการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม



"ΔP 2-D symmetry"

2D → 1D in-out

$20\sin 60^\circ = 10\sqrt{3}$

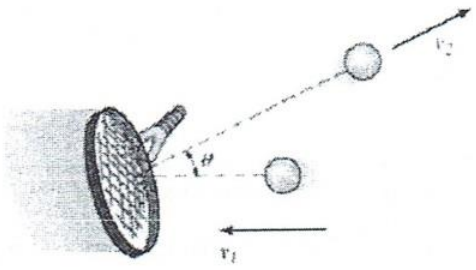
$10\sqrt{3}$

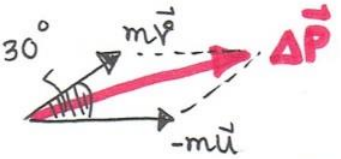
$\Delta P = mv + mu$

$= \frac{20}{1000}\left[10\sqrt{3} + 10\sqrt{3}\right]$

$= 0.692$ kg.m/s #

Ent 6 จากรูปจงหาการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม เมื่อกำหนด $m = 2\,kg$, $\theta = 30^\circ$, $v_1 = 5\ m/s$, $v_2 = 5\ m/s$





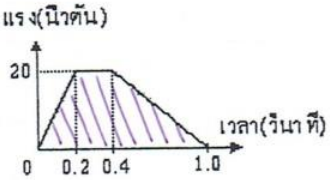
$\Delta P = m\sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos 30^\circ}$

$= 2 \times 5\sqrt{1^2 + 1^2 + 2(1)(1)\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$= 10\sqrt{2+\sqrt{3}}$ kg·m/s #

Ent 7 ถ้าแรงกระทำกับวัตถุหนึ่ง (ดังรูป) ในช่วงเวลาที่มีแรงกระทำนั้นจะทำให้วัตถุเปลี่ยนโมเมนตัมไปเท่าใด (Ent Oct'42)

1. 4.0 kg · m/s
2. 6.0 kg · m/s
3. 9.0 kg · m/s
4. 12.0 kg · m/s



ΔP = ?

ΔP = Area

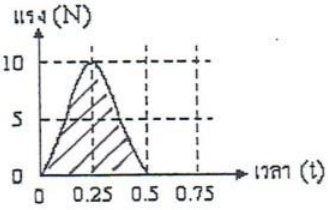
$= \frac{1}{2}[1 + 0.2]20$

$= [1.2](10)$

$= 12$ kg·m/s #

Ent 8 จากรูปเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับเวลาของวัตถุที่กระทบกัน ถ้าพื้นที่ได้กราฟเท่ากับ 2.5 kg m/s แรงเฉลี่ยที่กระทำต่อวัตถุมีค่าเท่าใด (Ent'39)

1. 2.5 N
2. 5 N
3. 10 N
4. 20 N



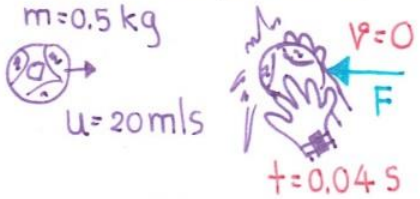
$Ft = \text{Area}$

$F(0.5) = 2.5$

$F = 5$ N #

Ent 9 ลูกฟุตบอลมวล 0.5 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 20 เมตรต่อวินาที ถ้าผู้รักษาประตูใช้มือรับลูกบอลให้หยุดนิ่งภายในเวลา 0.04 วินาที แรงเฉลี่ยที่มือกระทำต่อลูกบอลมีขนาดเท่าใด (Ent Oct'41)

1. 100 N
2. 250 N
3. 500 N
4. 750 N



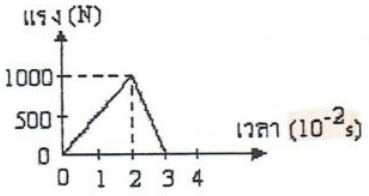
$\Sigma F \cdot t = mv - mu$

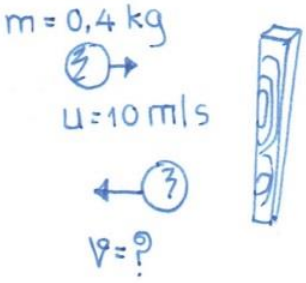
$F(0.04) = -0.5(20)$

$F = -250$ N #

↓ ทิศตรงข้ามกับการค.ท.

Ent 10 ลูกบอลมวล 0.4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตรา 10 เมตรต่อวินาทีในแนวระดับ ถูกตีสวนด้วยไม้กราฟระหว่างแรงกับเวลาในขณะกระทบกันแสดงดังรูป อัตราเร็วหลังถูกตีของลูกบอลเป็นกี่เมตรต่อวินาที (Ent'37 เติมคำ)





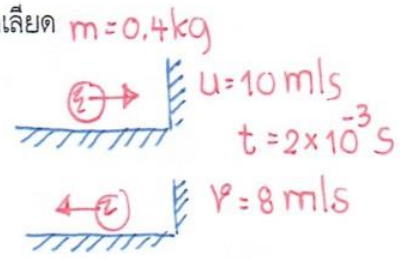
$mv + mu = \text{Area}$

$0.4[v+10] = \frac{1}{2}(3\times10^{-2})1000$

$v + 10 = \frac{15}{0.4} = 37.5$

$v = 27.5$ m/s #

Ent 11 ลูกบิลเลียดมวล 0.4 กิโลกรัม วิ่งเข้าชนขอบโต๊ะด้วยความเร็ว 10 m/s ในลักษณะตั้งฉากกับขอบโต๊ะ หลังจากการชนก็สะท้อน กลับมาด้วยอัตราเร็ว 8 m/s ถ้าเวลาที่ลูกบิลเลียดกระทบฝาเป็น 2×10^{-3} s จงหาการดลและแรงดลที่เกิดกับลูกบิลเลียด



$\Delta P = mv + mu$

$= 0.4(8+10)$

$= 7.2$ kg·m/s #

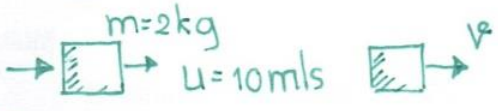
$\Delta P = ?$ $\Sigma F = ?$

$\Delta P = \Sigma F t$

$7.2 = F(2\times10^{-3})$

$F = \frac{7.2}{2\times10^{-3}} = 3.6\times10^{3}$ N #

Ent 12 วัตถุมวล 2 กิโลกรัม กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 10 m/s ได้แรงลัพธ์ขนาด 40 นิวตัน กระทำในทิศเดียวกับการเคลื่อนที่เป็นเวลา 2 s หลังสิ้นสุดแรงกระทำวัตถุจะมีความเร็วเท่าใด

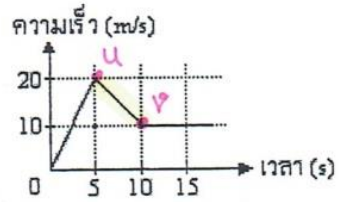


$mv - mu = \Sigma F t$

$2[v-10] = 40(2)$

$v = 50$ m/s #

Ent 13 จากรูป เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาของวัตถุหนึ่งซึ่งมีมวล 2 กิโลกรัมจงหาขนาดของการดลที่กระทำต่อวัตถุในช่วงเวลา จากวินาทีที่ 5 ถึงวินาทีที่ 10 ในหน่วยกิโลกรัมเมตรต่อวินาที (Ent'39 เติมคำ)



$\Delta P = mv - mu$
$= 2[10-20]$
$= -20$ kg·m/s #

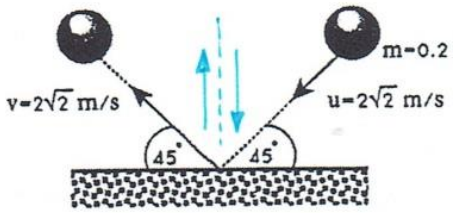
Ent 14 ลูกเทนนิสมวล 0.2 กิโลกรัม วิ่งไปชนพื้น อัตราเร็วของลูกเทนนิสก่อนและหลังชนเท่าเดิม เท่ากับ $2\sqrt{2}$ m/s ในแนว 45° กับพื้น ถ้าช่วงเวลาที่ลูกเทนนิสกระทบพื้นเท่ากับ 0.01 วินาที ขนาดของแรงดลเฉลี่ยที่พื้นออกแรงกระทำต่อลูกเทนนิสมีค่ากี่นิวตัน

2D - สมมาตร

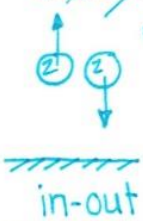
$\sum Ft = mv + mu$ $(v=u)$

$F(0.01) = 0.2(2+2)$

$F = 80$ N #



$2\sqrt{2}\sin 45° = 2$ m/s

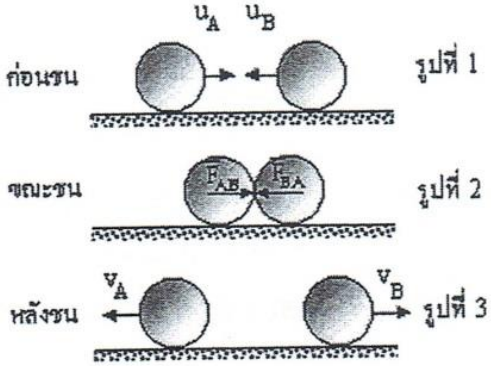


กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of momentum) → หา $\vec{v}$ หลังชน

"เมื่อไม่มีแรงภายนอกมากระทำ $(\vec{F}=0)$ จะทำให้การเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมคงที่"

จากสมการ $\sum F = \frac{\Delta P}{t}$ จะได้ $\Delta P = 0$ ดังนั้น $mv = mu$ .....✡

พิจารณาการชนดังรูปที่ 1-3



$$m_A\vec{u}_A + m_B\vec{u}_B = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B$$
$$\sum \vec{P}_{\text{ก่อน}} = \sum \vec{P}_{\text{หลัง}}$$
$$\sum \vec{P}_i = \sum \vec{P}_f$$
.....☯

หมายเหตุ 1. ผลรวมของโมเมนตัม*ก่อนชน*ของระบบ *เท่ากับ* ผลรวมของโมเมนตัม*หลังชน*ของระบบเสมอ

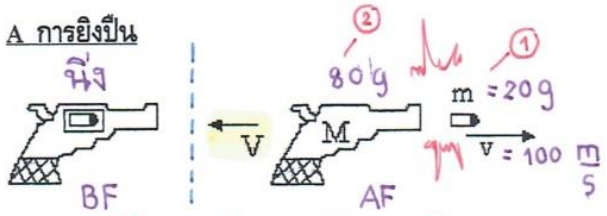
2. จากสมการ ☯ มักจำรูปสมการเป็น : $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$+\rightarrow$ $+\uparrow$

การชน
ยิงปืน
ระเบิด
การเดินบนเรือ

◈ รูปแบบการใช้หลักอนุรักษ์โมเมนตัม

A การยิงปืน

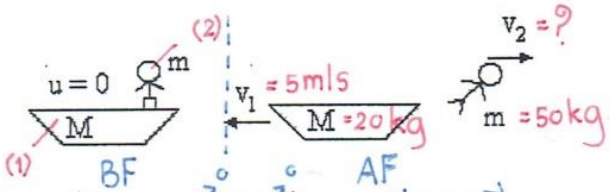


$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$0 = 20(100) + 80v$

$v = \frac{-2000}{80} = -25$ m/s #

B การกระโดดออกจากเรือนิ่ง

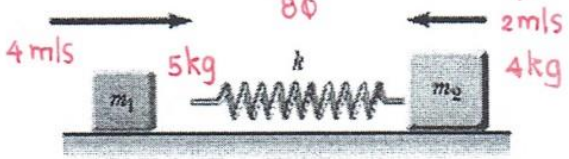


$\pm\rightarrow\ m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$0 = 20(-5) + 50v_2$

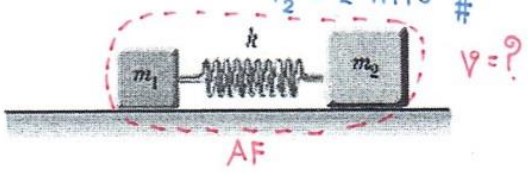
$v_2 = 2$ m/s #

C มวลอัดสปริง



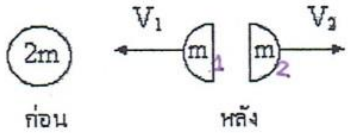
$\pm\rightarrow\ m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$5(4) + 4(-2) = (5+4)v \rightarrow v = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1.33$ m/s #



D การระเบิด ให้มีน้ำหนัก $u = 0$ Trick J.P $P_{\rightarrow} = P_{\leftarrow}$, $P_{\uparrow} = P_{\downarrow}$ Note $P = mv$

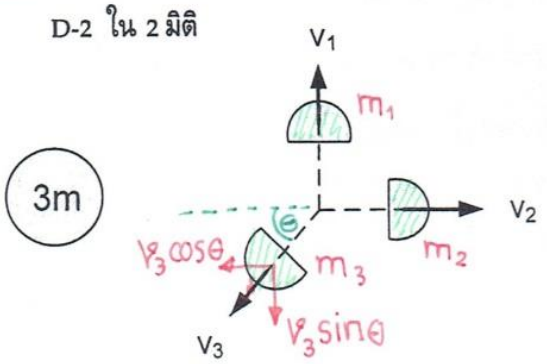
D-1 ใน 1 มิติ



$P_{\rightarrow} = P_{\leftarrow}$

$m_2v_2 = m_1v_1$ #

D-2 ใน 2 มิติ



x: $P_{\rightarrow} = P_{\leftarrow}$

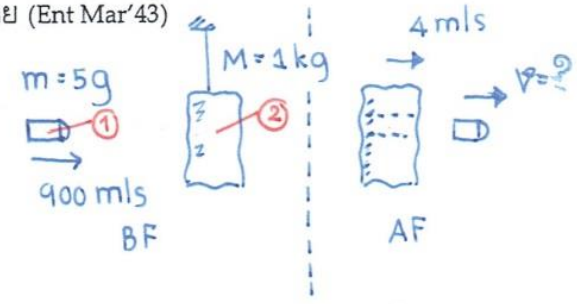
$m_2v_2 = m_3v_3\cos\theta$ —①

y: $P_{\uparrow} = P_{\downarrow}$

$m_1v_1 = m_3v_3\sin\theta$ —②

Ent 15 ยิงลูกปืนมวล 5 กรัม ให้มีความเร็ว 900 เมตรต่อวินาที ตามแนวระดับ ขณะกระทบถุงทรายมวล 1 กิโลกรัมซึ่งแขวนไว้ด้วยเชือกตามแนวดิ่ง ทันทีที่ลูกปืนทะลุผ่านถุงทราย พบว่าถุงทรายมีความเร็ว 4 เมตรต่อวินาที จงหาขนาดของความเร็วที่ลูกปืนออกจากถุงทราย (Ent Mar'43)

1. 400 m/s
2. 300 m/s
3. 200 m/s
4. 100 m/s



$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

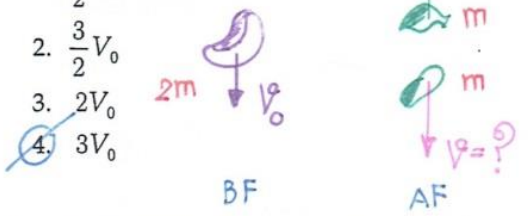
$\frac{5}{1000}(900) + 0 = \frac{5}{1000}v + 1(4)$

$4.5 = \frac{5}{1000}v + 4$

$v = 100$ m/s #

Ent 16 เมล็ดพืชชนิดหนึ่ง ขณะกำลังตกลงสู่พื้นด้วยความเร็วตามแนวดิ่งขนาด V_0 เกิดการดีดตัวแยกออกจากกันของเมล็ดเป็นสองส่วนเท่ากัน ส่วนหนึ่งของเมล็ดมีความเร็วขนาด V_0 ในทิศทางเคลื่อนที่ขึ้น อีกส่วนหนึ่งจะมีขนาดความเร็วเท่าใด (Ent'39)

1. $\frac{1}{2}V_0$
2. $\frac{3}{2}V_0$
3. $2V_0$
4. $3V_0$



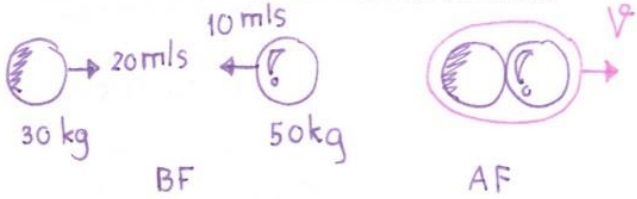
$+\downarrow \; m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$2mV_0 = mv + m(-V_0)$

$2V_0 + V_0 = v$

$v = 3V_0$

Ent 17 มวล 30 กิโลกรัม มีความเร็ว 20 m/s เข้าชนมวล 50 กิโลกรัม ซึ่งวิ่งสวนมาด้วยความเร็ว 10 m/s หลังชนมวลติดกันไป จงหาความเร็วหลังชนของมวลทั้งสองว่าเป็นกี่เมตรต่อวินาที



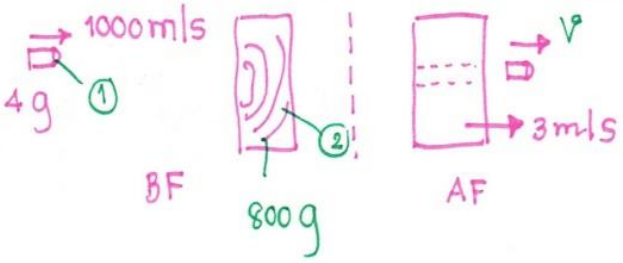
$+\rightarrow \; m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$30(20) + 50(-10) = (30+50)v$

$v = 1.25$ m/s #

Ent 18 ยิงลูกปืนมวล 4 กรัมด้วยความเร็ว 1,000 เมตรต่อวินาที ให้ทะลุแผ่นไม้มวล 800 กรัมซึ่งแขวนไว้ด้วยเชือกยาว ทันทีที่ลูกปืนทะลุแผ่นไม้ แผ่นไม้มีความเร็ว 3 เมตรต่อวินาที ค่าการเปลี่ยนโมเมนตัมของลูกปืนเป็นเท่าใด (Ent'37)

1. 1.6 N·s
2. 2.4 N·s
3. 3.2 N·s
4. 4.0 N·s



$\Delta P = mv - mu$ —①

$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$4(1000) + 0 = 4v + 800(3)$

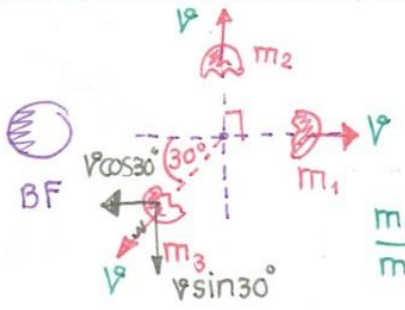
$v = 400$ m/s

$\therefore \; \Delta P = \frac{4}{1000}[400-1000]$

$= -2.4$ kg.m/s

Ent 19 วัตถุอันหนึ่งเมื่อเกิดการระเบิดเศษชิ้นส่วนกระจายอยู่ในแนวระดับ 3 ทิศทาง เมื่อวัตถุในทิศทวนเข็มนาฬิกา พบว่าชิ้นส่วนที่ 1 กับชิ้นส่วนที่ 2 ทำมุมกัน 90 องศา ชิ้นส่วนที่ 2 กับชิ้นส่วนที่ 3 ทำมุมกัน 120 องศา ถ้าอัตราเร็วของชิ้นส่วนทั้งสามมีค่าเดียวกัน มวลของชิ้นส่วนที่ 1 จะเป็นกี่เท่าของชิ้นส่วนที่ 2 (Ent'38)

1. $(1/2)$ เท่า
2. $(1/\sqrt{3})$ เท่า
3. $(\sqrt{3}/2)$ เท่า
4. $\sqrt{3}$ เท่า



$\frac{m_1}{m_2} = ?$

X: $P_\rightarrow = P_\leftarrow$

$m_1 v = m_3 v\cos30^\circ$ —①

Y: $P_\uparrow = P_\downarrow$

$m_2 v = m_3 v\sin30^\circ$ —②

①/②; $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cos30^\circ}{\sin30^\circ} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}$ #

Ent 20 ชายสองคนมีมวลเท่ากัน นั่งอยู่บนหัวเรือและท้ายเรือของเรือพายขนาดเล็กซึ่งลอยนิ่งในน้ำนิ่ง ถ้าชายที่อยู่หัวเรือเดินไปหาชายที่อยู่ท้ายเรือ เรือนี้จะเคลื่อนที่อย่างไร (Ent Mar'42)

1. เรือจะเคลื่อนที่ไปทางด้านท้ายเรือ
2. เรือจะเคลื่อนที่ไปทางด้านหัวเรือ
3. เรือนี้จะอยู่นิ่ง
4. เรือจะเคลื่อนที่ไปทางด้านท้ายเรือแล้วกลับที่เดิม

รูปแบบการชน (Collision)

การชน คือ การกระทบของวัตถุในช่วงเวลาสั้นๆ เช่น การชนกันของรถ, การตีเทนนิส, การตีปิงปอง, การกระทบกันของลูกตุ้มกับเสาเข็ม, การยิงปืน, การระเบิดของวัตถุระเบิด, การแตะลูกฟุตบอล เป็นต้น พิจารณาเป็น 2 ประเภท

① **การชนแบบยืดหยุ่น (Elastic Collision)**

ชนแล้วรูปร่างของวัตถุไม่เปลี่ยนแปลง โดยพลังงานจลน์ของระบบไม่หายไปไหน (E_k คงที่)

หลัก ☝ $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ —① initial *

✌ $\Sigma E_{k,i} = \Sigma E_{k,f}$ —② $\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

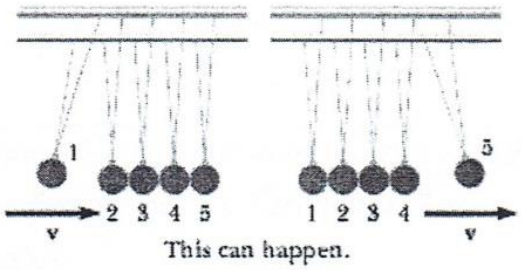
🤟 ① Mixed ② จะได้สูตรลัดคือ $\vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2$ —③ *

นอกจากนี้เรายังจำแนกรูปแบบการชนแบบยืดหยุ่นเป็น 2 ลักษณะ คือ

☒ ***Pattern 1 dimension***

1.

2.



This can happen.

ใกล้ ส่ปส.คืนตัว ขณะชน

$e = \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2}$

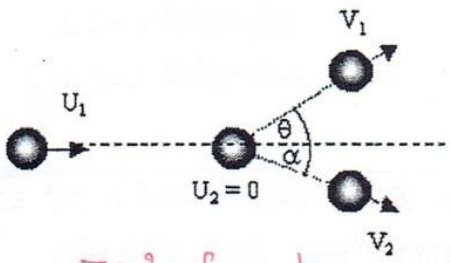
$e = 1$ ยืดหยุ่น

$e \neq 1$ ไม่ยืดหยุ่น

Trick

ถ้า m 2 ก้อน เท่ากัน ชน จะแลก

☒ ***Pattern 2 dimension*** (แยกคิด 2 แกนเสมอ)



X :

Y :

$\sum P_{ก่อน} = \sum P_{หลัง}$ แยกคิดเป็น 2 แกน

J.P's formula

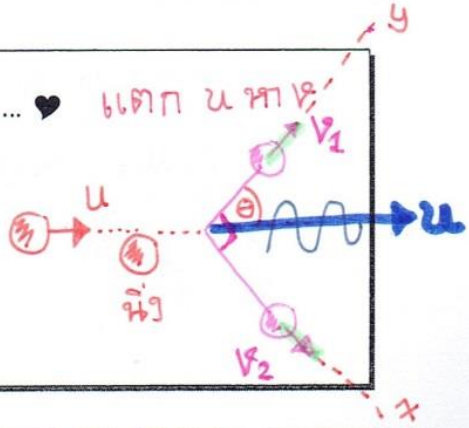
$u_2 = 0$

ชน ศ.ก. ไม่ตรงกัน

TIP & TRICK

1. ถ้า $m_1 = m_2$ จะได้ว่า $\theta + \alpha = 90^\circ$ ..... ❤
2. ถ้า $m_1 > m_2$ จะได้ว่า $\theta + \alpha < 90^\circ$
3. ถ้า $m_1 < m_2$ จะได้ว่า $\theta + \alpha > 90^\circ$

4. สำหรับการคำนวณตามสมการ ❤ สามารถใช้สูตรลัดได้ดังนี้



$v_2 = u\sin\theta$

$v_1 = u\cos\theta$

② **การชนแบบไม่ยืดหยุ่น (Inelastic Collision)**

เป็นการชนของวัตถุแล้วรูปร่างมีการเปลี่ยนแปลง โดยมักชนแล้วติดกันไป การชนแบบนี้พลังงานจลน์จะไม่คงที่ (E_k ไม่คงที่) โดยพลังงานจลน์หลังชนจะน้อยกว่าก่อนชน เพราะพลังงานจลน์ที่หายไปจะนำไปใช้ในการเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุ

↓ เสียไป Heat

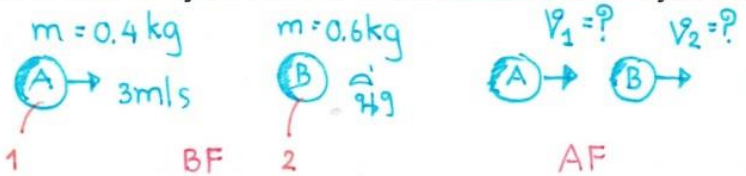
TIP&TRICK

การระเบิด $E_{k,\text{หลัง}} > E_{k,\text{ก่อน}}$

หลัก ✌ $\Sigma \vec{p}_i = \Sigma \vec{p}_f$ → $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ (ถ้าเป็น 2 มิติให้คิดแยกแกนเสมอ)

✌ $\Delta E_k = \left[\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2\right] - \left[\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2\right]$

Ent 21 ลูกเหล็ก A มวล 0.4 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 3 m/s เข้าชนลูกเหล็ก B ซึ่งมีมวล 0.6 กิโลกรัม และเดิมหยุดนิ่ง จงหาความเร็วของลูกเหล็กทั้งสองหลังชน ถ้าการชนครั้งนี้ไม่มีการสูญเสียพลังงาน



$v_1 = -0.6$ m/s $= 0.6$ m/s ←

$v_2 = 2.4$ m/s →

$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$0.4(3) + 0 = 0.4v_1 + 0.6v_2$

$2v_1 + 3v_2 = 6$ ①

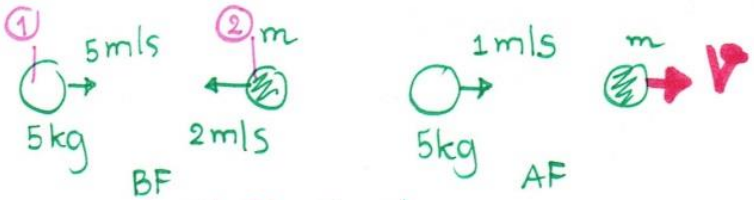
$\vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2$

$3 + v_1 = 0 + v_2$

$v_1 - v_2 = -3$ ②

Ent 22 วัตถุมวล 5 กิโลกรัม วิ่งไปทางขวาด้วยอัตราเร็ว 5 m/s เข้าชนแบบยืดหยุ่นกับวัตถุมวล m ที่เคลื่อนที่สวนมาด้วยอัตราเร็ว 2 m/s ถ้าหลังการชนมวล 5 กิโลกรัม ยังคงเคลื่อนที่ในทิศเดิมด้วยอัตราเร็ว 1 m/s ความเร็วหลังการชนของมวล m เป็นอย่างไร

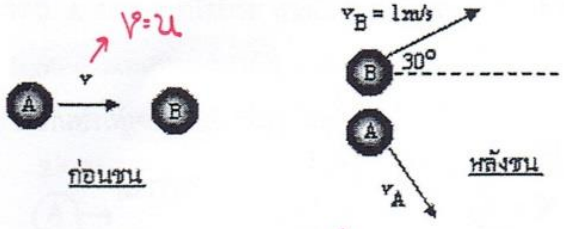
1. 3 m/s ทิศไปทางขวา
2. 8 m/s ทิศไปทางขวา
3. 3 m/s ทิศไปทางซ้าย
4. 8 m/s ทิศไปทางซ้าย

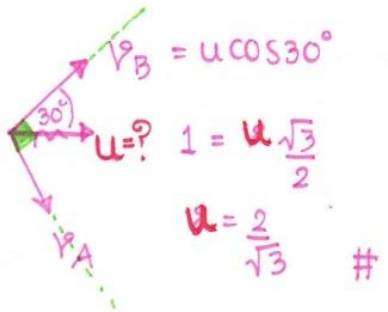


$\vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2$

$5 + 1 = (-2) + v \rightsquigarrow v = 8$ m/s #

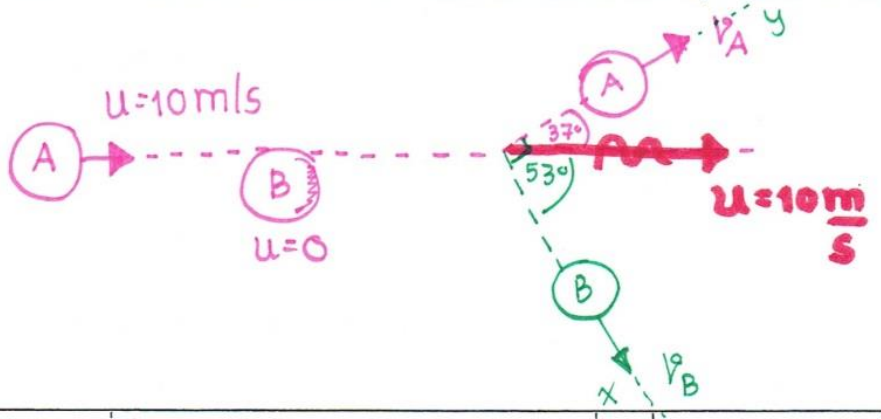
Ent 23 วัตถุ A มีมวลเท่ากับวัตถุ B เท่ากับ m วัตถุทั้งสองวางบนพื้นราบไม่มีความฝืด เมื่อให้ A เข้าชนวัตถุ B แล้วทำให้ B เคลื่อนที่ ด้วยความเร็ว 1 m/s ในทิศทางทำมุม 30 องศากับแนวการเคลื่อนที่เข้าชนตามรูป ความเร็วของวัตถุ A ก่อนชนมีค่าเท่าใด ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่น (Ent'39)





1. $1/\sqrt{3}$ m/s
2. $2/\sqrt{3}$ m/s
3. $\sqrt{3}$ m/s
4. $\sqrt{3}/2$ m/s

Ent 24 ลูกทรงกลม A, B มีมวลและขนาดเท่ากัน A วิ่งเข้าชน B ซึ่งอยู่นิ่งด้วยความเร็ว 10 m/s ในแนวที่ไม่ผ่านจุดศูนย์กลางมวล ทำให้ A เบนไปจากแนวเดิม 37° หลังการชน อัตราเร็วของ A, B เป็นเท่าใด เมื่อ A, B ชนแบบยืดหยุ่น

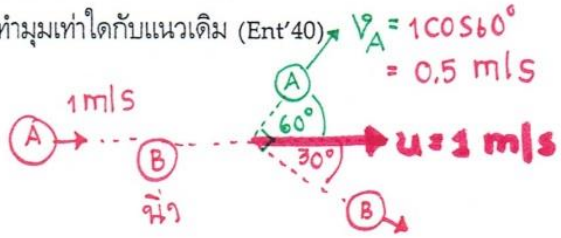


$v_A = 10\cos 37°$
$= 10\left(\frac{4}{5}\right) = 8$ m/s #

$v_B = 10\cos 53°$
$= 10\left(\frac{3}{5}\right) = 6$ m/s #

Ent 25 มวล A วิ่งด้วยอัตราเร็ว 1.0 เมตร/วินาที เข้าชนมวล B ซึ่งอยู่นิ่ง หลังการชนมวล B วิ่งไปในทิศ 30 องศากับแนวเดิมของ A หลังการชนมวล A จะวิ่งด้วยอัตราเร็วเท่าใด และในทิศทำมุมเท่าใดกับแนวเดิม (Ent'40)

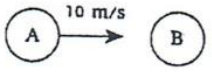
1. 0.86 m/s และ 30°
2. 0.86 m/s และ 60°
3. 0.50 m/s และ 30°
4. 0.50 m/s และ 60°



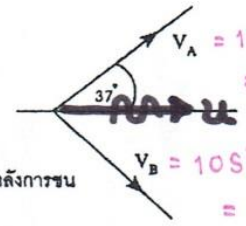
$v_A = 1\cos 60°$
$= 0.5$ m/s

Ent 26 ลูกบิลเลียด A วิ่งด้วยอัตราเร็ว 10 เมตรต่อวินาที เข้าชนกับลูกบิลเลียด B ที่อยู่นิ่งและมีมวลเท่ากับ A หลังจากชนกันแล้วลูกบิลเลียดทั้งสองเคลื่อนที่แยกออกจากกัน โดย A ทำมุม 37° กับแนวเดิม ดังรูป ถ้าการชนเป็นแบบยืดหยุ่นและไม่คิดผลจากการหมุนและความฝืดของพื้นกับลูกบิลเลียด อัตราเร็วของลูกบิลเลียดทั้งสองจะเป็นเท่าใด (Ent Oct'43)

1. V_A = 4 m/s , V_B = 3 m/s
2. V_A = 3 m/s , V_B = 4 m/s
3. V_A = 8 m/s , V_B = 6 m/s
4. V_A = 6 m/s , V_B = 8 m/s



ก่อนการชน



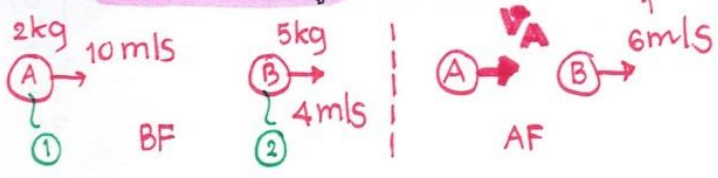
$V_A = 10\cos 37°$
$= 8$ m/s

$V_B = 10\sin 37°$
$= 6$ m/s

Ent 27 รถทดลองมวล 1.0 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 2 เมตรต่อวินาทีเข้าชนรถทดลองอีกคันหนึ่ง ซึ่งมีมวลเท่ากันและอยู่นิ่ง หลังการชนรถทดลองทั้งสองเคลื่อนที่ติดกันไป จงหาค่าพลังงานความร้อนที่เกิดจากการชน (Ent'41)

1. 0.25 J
2. 0.5 J
3. 0.75 J
4. 1.0 J

Ent 28 วัตถุ A มวล 2 กิโลกรัม เคลื่อนที่บนโต๊ะราบเกลี้ยงด้วยความเร็ว 10 m/s พุ่งเข้าชนกับวัตถุ B มวล 5 กิโลกรัมที่กำลังเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกัน ด้วยความเร็ว 4 m/s หลังชนพบว่าวัตถุ B เคลื่อนที่ในทิศทางเดิมด้วยความเร็ว 6 m/s การชนกันทำให้พลังงานจลน์หายไปกี่จูล → ชนแบบไม่ยืดหยุ่น



$m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$2(10) + 5(4) = 2v_A + 5(6)$

$v_A = 5$ m/s

$\Delta E_k = \left[\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2\right] - \left[\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2\right]$

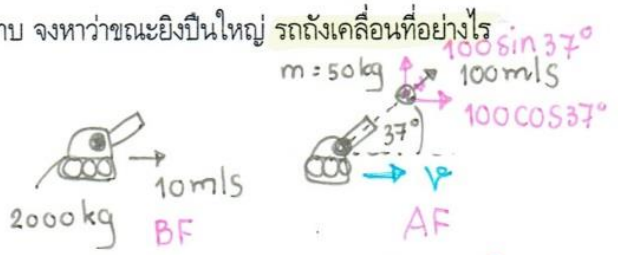
$= \left[\frac{1}{2}(2)10^2 + \frac{1}{2}(5)4^2\right] - \left[\frac{1}{2}(2)5^2 + \frac{1}{2}(5)6^2\right]$

$= 25$ J #

อาจารย์ พีจือ

Ent 29 รถถังคันหนึ่งมวล 2,000 กิโลกรัมกำลังเคลื่อนที่ในแนวราบด้วยความเร็ว 10 m/s ยิงกระสุนปืนมวล 50 กิโลกรัมออกไปด้วยความเร็ว 100 m/s ในทิศทำมุมเงย 37° กับแนวราบ จงหาว่าขณะยิงปืนใหญ่ รถถังเคลื่อนที่อย่างไร

1. เคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยอัตราเร็ว 4.5 m/s
2. เคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยอัตราเร็ว 8.25 m/s
3. เคลื่อนที่ถอยหลังด้วยอัตราเร็ว 2.5 m/s
4. เคลื่อนที่ถอยหลังด้วยอัตราเร็ว 8.25 m/s



x: $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$2000(10) + 50(10) = 2000v + 50(100\cos 37°)$

$v = +8.25$ m/s #

ความสัมพันธ์ระหว่าง พลังงาน และ โมเมนตัม และการประยุกต์

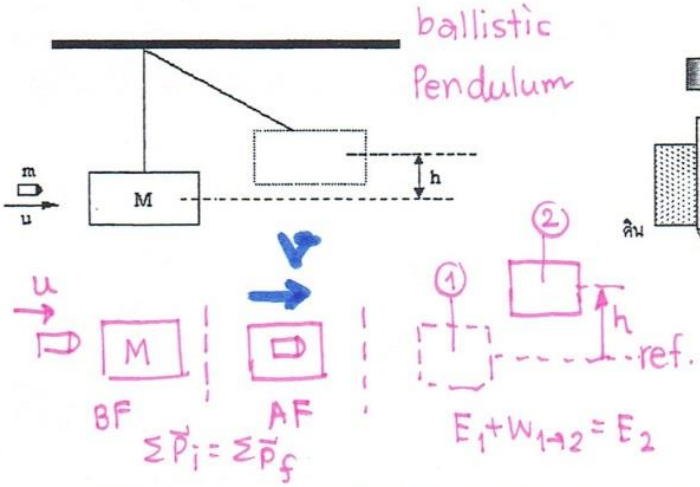
หลัก

① แยกวิเคราะห์การเคลื่อนที่เป็น
- ช่วงที่ใช้พลังงาน : $E_1 + W_{1\to 2} = E_2$ (เลือกไปชอบออก*)
- ช่วงที่ใช้การชน : $\sum P_{ก่อน} = \sum P_{หลัง}$

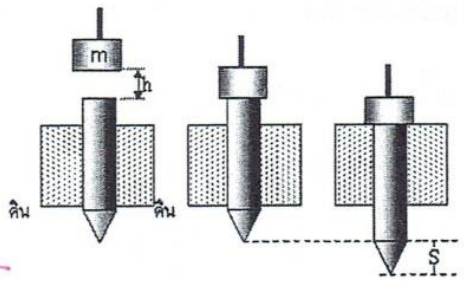
② วิเคราะห์สมการจากข้อ ① ทั้งหมดรวมกันเพื่อหา Solution

ตัวอย่างโจทย์ที่ต้องใช้ทั้งพลังงานและการชนมาคำนวณ

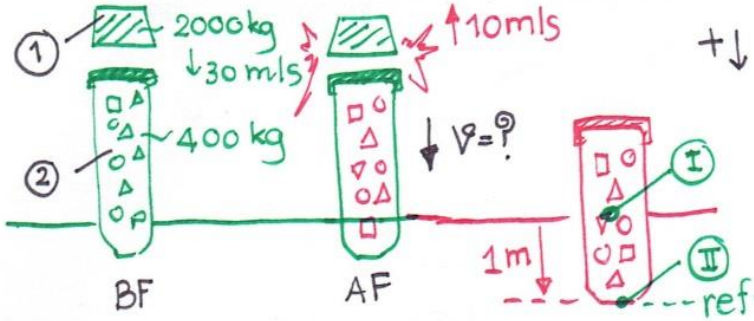
❶ การยิงปืนฝังวัตถุแล้วลอยดิ่งขึ้นไป



❷ การตอกเสาเข็ม



Ent 30 ที่ตอกเข็มมวล 2,000 กิโลกรัมเคลื่อนที่ในแนวดิ่งด้วยความเร็ว 30 m/s เข้าชนเสาเข็มมวล 400 กิโลกรัมซึ่งอยู่นิ่ง ปรากฏว่าที่ตอกเข็มสะท้อนกลับด้วยความเร็ว 10 m/s และเสาเข็มจมดินลึก 1 เมตร จงหาแรงต้านทานเฉลี่ยของดินเป็นกี่นิวตัน



$+\downarrow \quad m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$

$2000(30) + 0 = 2000(-10) + 400v$

$v = 200$ m/s (pile)

$E_1 + W_{1\to 2} = E_2$

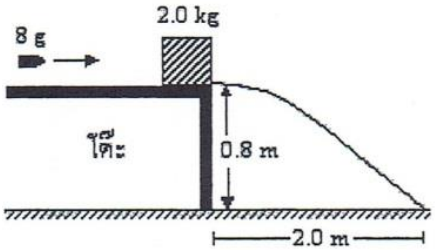
$mgh + \frac{1}{2}mv^2 - fs = 0$

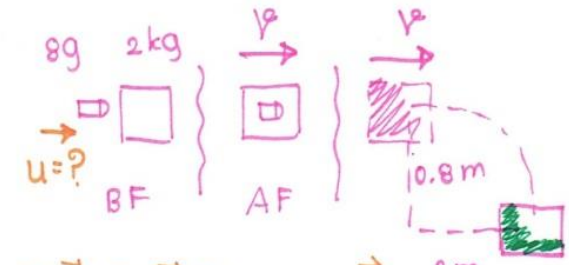
$2400(10)1 + \frac{1}{2}(400)200^2 = f(1)$

$f = 8{,}004{,}000$ N #

h ✗ v

Ent 31 ลูกปืนมวล 8 กรัม ยิงตรงไปยังท่อนไม้มวล 2.0 กิโลกรัม ซึ่งวางอยู่บนขอบโต๊ะพื้นลื่นที่มีความสูง 0.8 เมตร เมื่อลูกปืนกระทบท่อนไม้และฝังในเนื้อไม้ ท่อนไม้เคลื่อนที่หล่นจากโต๊ะและตกถึงพื้นห่างจากโต๊ะ 2 เมตร จงหาอัตราเร็วของลูกปืนในหน่วยเมตรต่อวินาที (Ent Oct'43 เติมคำ)





$m_1\vec{u}_1+m_2\vec{u}_2=(m_1+m_2)\vec{v}$

$\frac{8}{1000}u+0=(2+\frac{8}{1000})v$

$8u=2008v$

$u=251v$ —①

x: $S_x=u_xt$

$2=vt$

y: $S_y=u_yt+\frac{1}{2}gt^2$

$0.8=0+5t^2 \rightarrow t=0.4s$

$\therefore v=\frac{2}{0.4}=5\ m/s$ #

$u=251(5)$

$=1255\ m/s$ #

Ent 32 กระสุนปืนมวล 20 กรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 500 เมตรต่อวินาที เข้าไปในกระสอบทราย ใช้เวลา 1.0 มิลลิวินาที กระสุนจึงหยุด ถ้าแรงต้านทานของทรายที่กระทำต่อกระสุนมีค่าคงตัวแรงต้านทานนี้มีค่าเท่าใดในหน่วยกิโลนิวตัน

(Ent Mar'42 เติมคำ)

$\Sigma Ft=mv-mu$

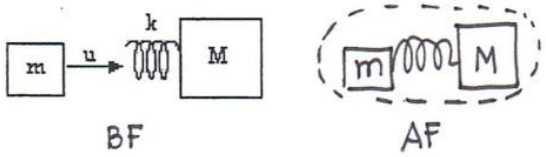
$F(1\times10^{-3})=\frac{20}{1000}[0-500]$

$F=-10\times10^{3}\ N=-10\ kN$ #

Ent 33 มวล m วิ่งเข้าชนมวล M ที่ติดสปริงเบามีค่าคงตัวของสปริง k ด้วยความเร็ว u ดังรูป พลังงานจลน์ของระบบเป็นเท่าไร เมื่อ m กับ M ใกล้กันที่สุด (Ent'39)

↳ ติดกันไป

1. $\frac{1}{2}mu^2$
2. $\frac{1}{2}\left(\frac{m}{M}\right)mu^2$
3. $\frac{1}{2}\left(\frac{M}{m+M}\right)mu^2$
4. $\frac{1}{2}\left(\frac{m}{m+M}\right)mu^2$



$m_1\vec{u}_1+m_2\vec{u}_2=(m_1+m_2)\vec{v}$

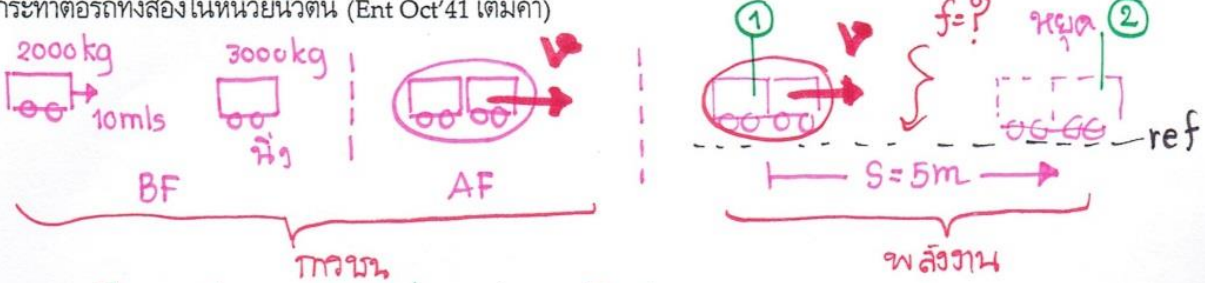
$mu+0=(m+M)v$

$v=\frac{mu}{(m+M)}$

$E_k=\frac{1}{2}(m+M)\left[\frac{mu}{(m+M)}\right]^2$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{m}{m+M}\right)mu^2$ #

Ent 34 รถยนต์คันหนึ่งมวล 2000 กิโลกรัม แล่นด้วยความเร็ว 10 เมตรต่อวินาที แล้วชนกับรถยนต์อีกคันหนึ่งมวล 3000 กิโลกรัม ซึ่งจอดอยู่นิ่ง ภายหลังการชนรถทั้งสองติดกันและไถลไปได้ไกล 5 เมตร แล้วหยุด จงหาขนาดของแรงเสียดทานที่พื้นถนนกระทำต่อรถทั้งสองในหน่วยนิวตัน (Ent Oct'41 เติมคำ)



$m_1\vec{u}_1+m_2\vec{u}_2=(m_1+m_2)\vec{v}$

$2000(10)+0=5000v$

$v=4\ m/s$

$E_1+W_{1\rightarrow2}=E_2$

$\frac{1}{2}mv^2-fs=0$

$\frac{1}{2}(5000)4^2=f(5)$

$f=8000\ N$ #