



Work and Energy

CHAPTER 2

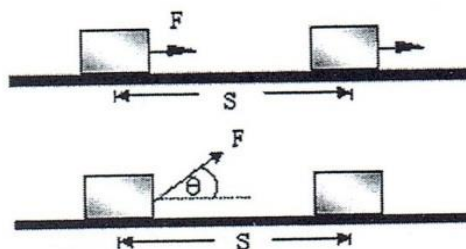
งานและการคำนวณ

งาน (W) คือ ผลการออกแรงกระทำต่อวัตถุและวัตถุเคลื่อนที่ได้ในแนวแรงมีค่าเท่ากับผลคูณของแรงกับการกระจัดที่อยู่ในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่ เป็นปริมาณ Scalar ซึ่งได้จากการ Dot Vector

$$W = \vec{F} \cdot \vec{S}$$

$$W = FS \text{ เมื่อ } F \parallel S$$

$$W = FS \cos \theta \text{ เมื่อ } F \nparallel S$$



TIP & TRICK

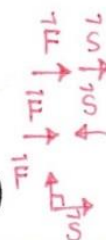


1. งานมีได้ทั้งค่าบวกและลบ

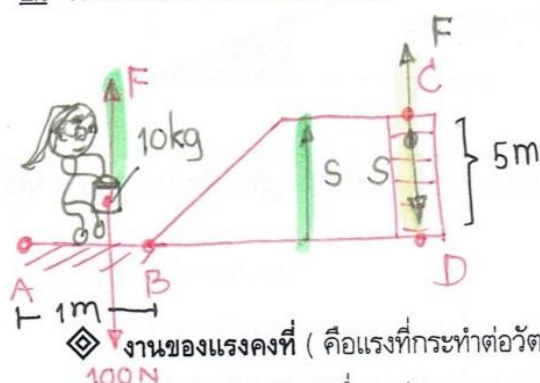
$W \rightarrow \oplus$ แสดงว่า $\vec{F}$ อยู่ในแนวเดียวกับ $\vec{S}$ ($\theta = 0^\circ$) เช่น W_F

$W \rightarrow \ominus$ แสดงว่า $\vec{F}$ ทิศตรงข้ามกับ $\vec{S}$ ($\theta = 180^\circ$) เช่น W_f

2. งานของ **แรงที่ตั้งฉาก** กับทิศการเคลื่อนที่จะมีค่าเป็นศูนย์ ($\theta = 90^\circ$)



Ex จงพิจารณาการทางานดังต่อไปนี้



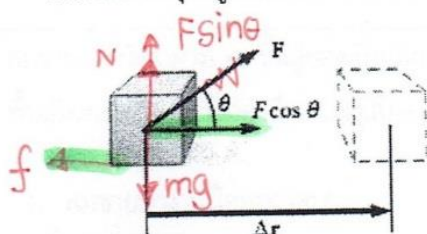
$$W_{AB} = 0 \text{ J} \#$$

$$W_{BC} = +FS = 100(5) = 500 \text{ J} \#$$

$$W_{CD} = -500 \text{ J} \#$$

งานของแรงคงที่ (คือแรงที่กระทำต่อวัตถุโดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดแรงตลอดการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้น)

พิจารณาวัตถุดังรูปเพื่อหาค่างานของ



$$(a) W_F = (F \cos \theta) S = FS \cos \theta$$

$$(b) W_f = -fS$$

$$(c) W_{\text{net}} = W_F + W_f =$$

→ สันใจหา $\vec{S}$

Tip

$$W = FS$$

จำกัด

สมดุล

Newton

$$\Sigma F = ma$$

TIP & TRICK



1. งานของแรงใดๆคิดเฉพาะแรงนั้นๆ

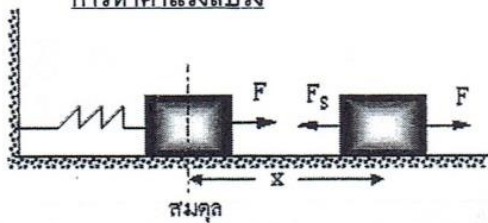
2. ถ้าโจทย์ถามทางานโดยปกติ หมายถึง

งานของแรงจุด (W_F) เสมอ

พื้นที่ใต้กราฟ $FS = W$
(คิดเครื่องหมายด้วย)

◇ งานจากแรงไม่คงที่ คือแรงที่มีการเปลี่ยนขนาดค่าแรงตามแนวการเคลื่อนที่เช่น แรงสปริง (F_s)

การหาค่าแรงสปริง



$F_s = kx$ เมื่อ x = ระยะยืดหรือหด (m)

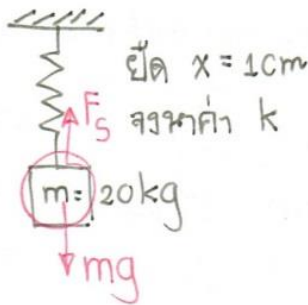
k = ค่านิจสปริง, ค่าคงที่ของสปริง (N/m)

จากรูป $F = F_s$ ที่ตำแหน่งสมดุล

จะได้สมการคำนวณ $F = kx$

↓ มักหาจากกฎสามข้อ

Ex



Solⁿ

$\uparrow = \downarrow$

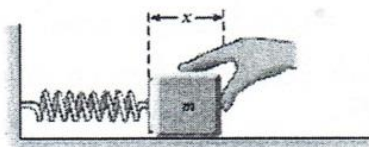
$F_s = mg$

$kx = mg$

$k = \frac{mg}{x} = \frac{20(10)}{0.01} = 20,000 \frac{N}{m}$

#

พิจารณาการหางานของแรงในการดึง - อัดสปริง

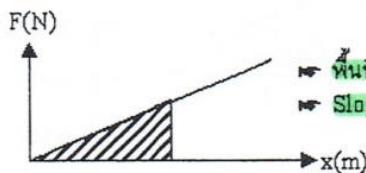


เนื่องจากแรงที่ดึงสปริงมีค่าไม่คงที่ จึงต้องใช้ **แรงเฉลี่ย** ในการหางาน

ดังนั้น

$W = \frac{1}{2} kx^2$

พลังงานศักย์ยืดหยุ่น



พื้นที่ใต้กราฟ $F \cdot X = W$
Slope $F \cdot X = k$

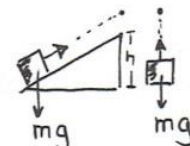
Ent 1 ออกแรงดึงเชือกที่ผูกก่อนหิน หมุนให้เคลื่อนที่เป็นวงกลม ค่ากล่าวข้อใดถูกต้อง

1. ไม่มีการทำงาน
2. งานเท่ากับผลคูณของแรงสู่ศูนย์กลางกับเส้นรอบวง
3. งานเท่ากับผลคูณของแรงสู่ศูนย์กลางกับเส้นผ่านศูนย์กลาง
4. งานเท่ากับผลคูณของแรงสู่ศูนย์กลางกับรัศมี



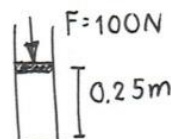
Ent 2 สมชายลากวัตถุมวล m ขึ้นสู่ยอดพื้นเอียงด้วยความเร็วคงตัว ส่วนสมหญิงใช้รถเตี้ยด้วยกั้ววัตถุเดียวกันนี้ขึ้นสู่ยอดพื้นเอียงเช่นกัน ถ้าไม่คำนึงถึงแรงเสียดทาน ข้อใดกล่าวถูกต้อง

1. สมชายทำงานน้อยกว่าสมหญิง
2. สมชายทำงานมากกว่าสมหญิง
3. สมชายทำงานเท่ากับสมหญิง
4. ไม่สามารถสรุปได้



Ent 3 ชายคนหนึ่งพบว่าเขาต้องออกแรงขนาด 100 นิวตัน ในการอัดลมเข้าไปในสูบลมจักรยาน ซึ่งมีกระบอกสูบยาว 0.25 เมตร และอัดถึง 16 ครั้ง ลมจึงเต็มยางล้อรถ เขาทำงานไปกี่จูล

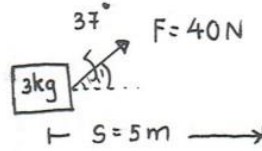
1. 800
2. 400
3. 100
4. 50



$W = 16 FS$
 $= 16(100) \frac{1}{4}$
 $= 400 \text{ J}$

Ent 4 มวล 3 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นราบที่มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน 0.2 ออกแรงจุด 40 นิวตัน ในแนวทำมุม 37 องศา กับพื้น เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ได้ 5 เมตร งานของแรงจุดมีค่ากี่จูล

1. 160
2. 100
3. 80
4. 60



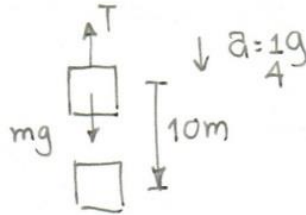
$$W = (40 \cos 37^\circ) 5$$

$$= 40 \times \frac{4}{5} \times 5$$

$$= 160 \text{ J}$$

Ent 5 วัตถุมวล 4 กิโลกรัมแขวนอยู่ในแนวตั้งด้วยเชือกเส้นหนึ่งเหนือระดับพื้น 20 เมตร ถ้าหย่อนเชือกให้มวลลดต่ำลงมาเป็นระยะทาง 10 เมตร ด้วยอัตราเร่ง $\frac{1}{4}g$ จงหางานที่ทำโดยแรงดึงเชือก (ให้ใช้ค่า $g = 10$ เมตร/วินาที²) ตอบในหน่วยจูล

1. +370
2. -370
3. +300
4. -300



$$\Sigma F = ma$$

$$mg - T = m\left(\frac{1}{4}g\right)$$

$$40 - T = 4\left(\frac{1}{4} \cdot 10\right)$$

$$T = 30 \text{ N}$$

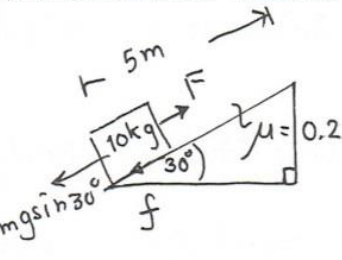
$$W = -TS$$

$$= -30(10)$$

$$= -300 \text{ J}$$

Ent 6 มวล 10 กิโลกรัม วางอยู่บนพื้นเอียง ทำมุม 30 องศา กับแนวราบ ถ้าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างผิวของวัตถุกับพื้นเอียงเท่ากับ 0.2 งาน ในการนำมวลนี้ ขึ้นไปตามพื้นเอียงระยะทาง 5 เมตร เท่ากับเท่าไร (ค่า $g = 10$ เมตร/วินาที²)

1. 335.6 จูล
2. 336.5 จูล
3. 336.6 จูล
4. 334.0 จูล



$$W = FS$$

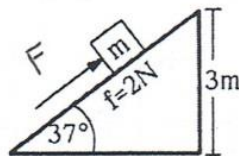
$$= (mg \sin 30^\circ + f) S$$

$$= \left(100 \cdot \frac{1}{2} + 0.2 mg \cos 30^\circ\right) S$$

$$= \left[50 + 0.2(100) \frac{\sqrt{3}}{2}\right] 5 = 336.5 \text{ J}$$

Ent 7 จงหางานในการเคลื่อนกล่อ 40 กิโลกรัม ขึ้นไปตามพื้นเอียงทำมุม 37 องศา กับพื้นราบ ไปยังจุดซึ่งสูงจากพื้นราบ 3 เมตร ถ้าแรงเสียดทานระหว่างกล่อกับพื้นเอียง = 2 นิวตัน (กำหนด $\sin 37^\circ = \frac{3}{5}$)

1. 130 จูล
2. 1,190 จูล
3. 1,200 จูล
4. 1,110 จูล

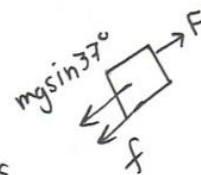


$$W = FS$$

$$= [mg \sin 37^\circ + f] S$$

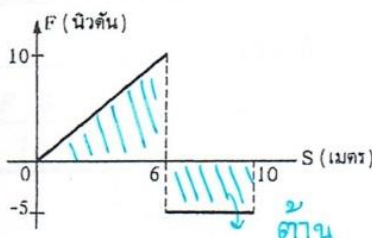
$$= \left[400\left(\frac{3}{5}\right) + 2\right] 5$$

$$= 1210 \text{ J}$$



Ent 8 จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ของมวล 5 กิโลกรัม ซึ่งถูกแรงกระทำในแนวเดียวกับการเคลื่อนที่โดยเปลี่ยนแปลงไปตามระยะทาง ดังรูป จงหาพื้นที่ใต้กราฟ

1. 10 จูล
2. 20 จูล
3. 30 จูล
4. 40 จูล

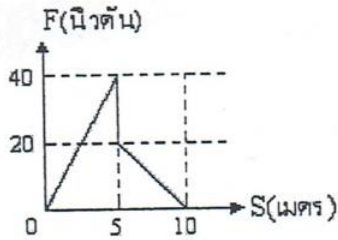


$$W = \frac{1}{2}(6)(10) + 4(5)$$

$$= 30 + 20$$

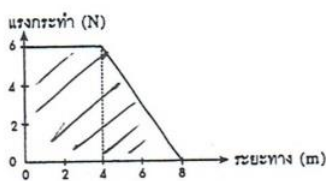
$$= 50 \text{ J}$$

Ent 9 แรง F กระทำกับวัตถุแสดงโดยกราฟดังรูป งานที่เกิดขึ้นในระยะ 10 เมตรเป็นกี่จูล (Ent Oct'42 เต็มคำ)



$$W = \text{Area} \\ = \frac{1}{2}(5)(40) + \frac{1}{2}(5)(20) \\ = 150 \text{ J} \quad \#$$

Ent 10 จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ของวัตถุมวล 5 กิโลกรัม ซึ่งถูกแรงกระทำในแนว 60 องศา เทียบกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ โดยขนาดของแรงกระทำเปลี่ยนแปลงไปตามระยะทางดังรูป จงหาขนาดของงานในหน่วยจูลที่แรงนี้กระทำ (Ent'41 เต็มคำ)



$$W = \text{Area} \cos 60^\circ \\ = \frac{1}{2}(8+4)6 \cdot \frac{1}{2} \\ = 18 \text{ J}$$

Ent 11 สปริงอยู่ในตำแหน่งสมดุล มีความหมายตรงกับข้อใด

1. ตำแหน่งที่สปริงหดมากที่สุด
2. ตำแหน่งที่สปริงยืดได้มากที่สุด
3. ตำแหน่งที่อยู่กึ่งกลางระหว่างตำแหน่งในข้อ 1 และ 2
4. ถ้าไม่มีแรงใดทำ สปริงจะอยู่ ณ ตำแหน่งนั้น

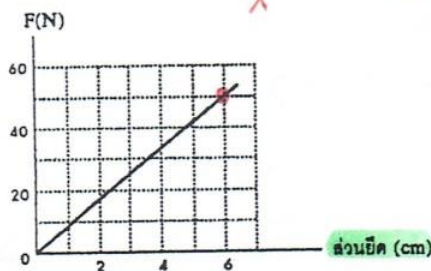
Ent 12 ในการทดลองยืดสปริง งานของแรงที่ดึงสปริงไม่ขึ้นกับสิ่งใด

$$W_s = \frac{1}{2}kx^2$$

1. ชนิดของสปริง
2. ลักษณะการดึงสปริง
3. ระยะของสปริง
4. ค่าคงตัวของสปริง

Ent 13 จากการทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของแรงกับระยะทางที่สปริงยืดออก ได้กราฟความสัมพันธ์ดังรูป ในการทดลองนี้ ถ้ายืดสปริงออกจากสมดุล 12 เซนติเมตร พลังงานศักย์ยืดหยุ่นขณะนั้นจะมีค่าเท่ากับเท่าไร

1. 1.2 จูล
2. 3 จูล
3. 4 จูล
4. 6 จูล



$$W_s = \frac{1}{2}kx^2 \quad \text{ไม่หา k จาก slope}$$

$$W_s = \text{Area} \\ = \frac{1}{2}(0,12)(100) \\ = 6 \text{ J} \quad \#$$

กำลัง (Power)

กำลัง คือ งานของแรง ($\vec{F}$) ที่ทำได้ใน 1 หน่วยเวลา หรืออัตราการทำงานต่อ 1 หน่วยเวลา

หน่วยที่ควร $\boxed{\text{JUM}}$

$$\boxed{1 \text{ kW} = 1000 \text{ watt}}$$

$$\boxed{1 \text{ h.p.} = 746 \text{ watt}}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot S}{t} = F \cdot v$$

watt, J/s

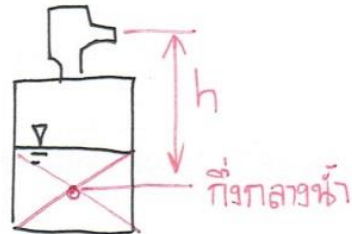
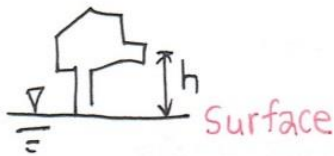
$\vec{v}$ ความเร็ว

Special

การคิดกำลังในการสูบน้ำ + ฉีดน้ำ

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh + \frac{1}{2}mv^2}{t}$$

- หมายเหตุ ① ถ้าระดับน้ำคงที่เช่น สูบน้ำจากแม่น้ำ จะใช้ระยะทางจากผิวน้ำถึงเครื่องสูบน้ำ
 ② ถ้าสูบน้ำแล้วระดับน้ำต่ำลง เช่น สูบน้ำจากบ่อน้ำ ให้คิดระยะทางจากกึ่งกลางน้ำที่สูบน้ำถึงเครื่องสูบน้ำ



Ent 14 นาย ก ออกแรงคงตัวขนาด 150 นิวตัน ผลักวัตถุมวล 10 กิโลกรัม จากหยุดนิ่ง ให้เคลื่อนที่ไปตามแนวราบได้ระยะทาง 5 เมตร ภายในเวลา 2 วินาที ถ้าผิวสัมผัสระหว่างวัตถุ กับพื้นมีแรงเสียดทานโดยค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์เป็น 0.5 จงหากำลังของนาย ก ที่ใช้ในการผลักวัตถุนี้ในหน่วยวัตต์ (Ent'37 เต็มคำ)

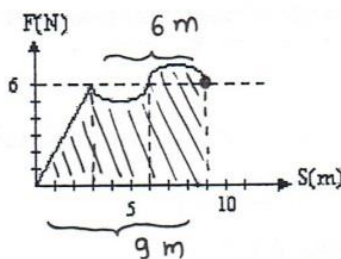
$$P = \frac{W}{t} = \frac{FS}{t} = \frac{150(5)}{2} = 375 \text{ W} \#$$

Ent 15 จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรง (F) กับการกระจัด (S) ถ้าแรงนี้กระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่ไปตามการกระจัดนี้ใช้เวลา 5 วินาที จงหางานและกำลังมีค่าเท่าใด (Ent'39)

$$W = \text{Area} = \frac{1}{2}(9+6)6 = 45 \text{ J}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{45}{5} = 9 \text{ W} \#$$

- ① งาน 45 จูล กำลัง 9 วัตต์
 2. งาน 54 จูล กำลัง 9 วัตต์
 3. งาน 54 จูล กำลัง 10.8 วัตต์
 4. งาน 60 จูล กำลัง 12 วัตต์



$$P = Fv$$

Ent 16 ชายคนหนึ่งมีน้ำหนัก 700 นิวตัน ชีจจักรยานหนัก 200 นิวตัน ขึ้นเนินชันด้วยอัตราเร็วคงที่ 3 เมตร/วินาที ชายคนนั้นจะต้องใช้กำลังเท่าไร ถ้าแรงต้านทานการเคลื่อนที่เป็นแบบนิวตันมีขนาดเป็น 2 เท่าของความเร็วรถจักรยาน

1. 30 วัตต์
 2. 60 วัตต์
 3. 70 วัตต์
 ④ 72 วัตต์



$$P = \frac{W}{t} = \frac{Fv}{t} = 24(3) = 72 \text{ W} \#$$

แรงขับเคลื่อน

$$F = mgsin\theta + f = 900\left(\frac{1}{50}\right) + 6 = 18 + 6 = 24 \text{ N}$$

Note ถ้า จั ไม่คงที่

$$P = F\left(\frac{u+v}{2}\right) \#$$



Ent 17 เครื่องสูบน้ำเครื่องหนึ่ง ภายในเวลา 1 ชั่วโมง สามารถสูบน้ำได้มวล 3600 กิโลกรัม ขึ้นจากบ่อลึก 10 เมตร และฉีดออกไปด้วยความเร็ว 30 เมตรต่อวินาที กำลังของเครื่องสูบน้ำอย่างน้อยต้องเท่าใด (Ent Mar'42)

1. 100 W

2. 150 W

3. 550 W

4. 1000 W

$$P = \frac{mgh + \frac{1}{2}mv^2}{t}$$

$$= \frac{3600(10)10 + \frac{1}{2}(3600)30^2}{1 \times 3600}$$

$$= 100 + 450 = 550 \text{ W}$$

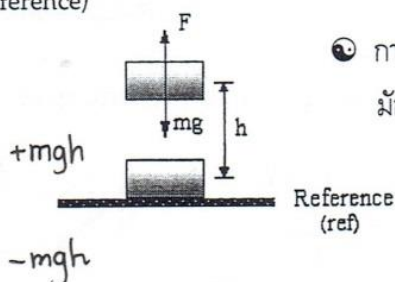
#

พลังงาน (Energy) และความสัมพันธ์ระหว่างงาน

① พลังงานศักย์ คือ พลังงานที่พร้อมที่จะทำงานโดยสะสมอยู่ในวัตถุ ณ ตำแหน่งต่างๆกันซึ่งมี 2 ประเภท

1.1 พลังงานศักย์โน้มถ่วง (E_p) : เป็นพลังงานที่เกิดขึ้นเมื่อมีการเปลี่ยนระดับความสูงโดยขึ้นอยู่กับความสูงของวัตถุเมื่อเทียบกับระดับอ้างอิง (reference)

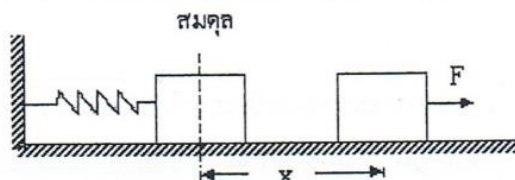
$$E_p = mgh$$



⊙ การหา E_p นี้ต้องหา ref. ให้เหมาะสมโดยส่วนมาก มักเลือกกระดับต่ำสุดของการเคลื่อนที่เป็น ref.

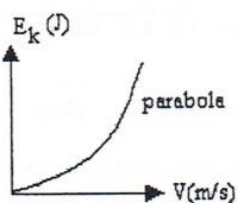
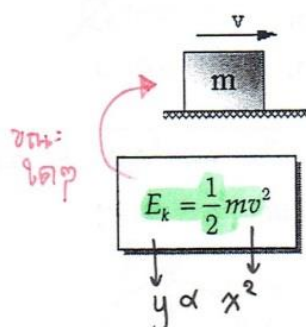
1.2 พลังงานศักย์ยืดหยุ่น (E_{ps}) : เป็นพลังงานที่ขึ้นอยู่กับระยะยืดออกหรือหดจากตำแหน่งสมดุล

$$E_{ps} = \frac{1}{2}kx^2$$



② พลังงานจลน์ : เป็นพลังงานของวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ พิจารณาเป็น 2 ประเภท

2.1 พลังงานจลน์ในการเคลื่อนที่

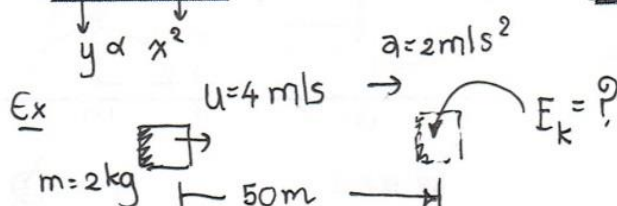


TIP & TRICK



ถ้าเราพิจารณา ผลต่างของ E_k ระหว่าง 2 ตำแหน่งเราเรียกว่า "การเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์, ΔE_k "

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$



$$v^2 = u^2 + 2as$$

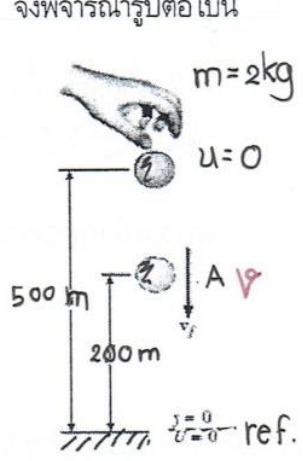
$$= 16 + 2(2)50 = 216$$

$$\therefore E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2)(216) = 216 \text{ J}$$

#

2.2 พลังงานจลน์ในการหมุน : พิจารณาภาวะเมื่อวัตถุหมุนอยู่กับที่หรือเคลื่อนที่พร้อมการหมุน $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$

ตัวอย่าง จงพิจารณารูปต่อไปนี้



$m = 2\text{ kg}$
 $u = 0$
 $E_{p,A} = ?$, $E_{k,A} = ?$
 $mgh = 2(10)(200) = 4000\text{ J}$
 $v^2 = u^2 + 2gs = 0 + 10(2)(300) = 6000$
 $\therefore E_{k,A} = \frac{1}{2}(2)(6000) = 6000\text{ J}$

$$W \rightleftharpoons E$$

④ ความสัมพันธ์ระหว่าง W , E_p และ E_k

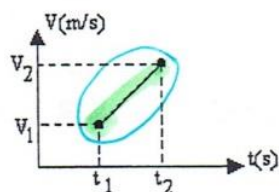
W เกิดขึ้นได้ต้องมีการเปลี่ยนตำแหน่งการเคลื่อนที่

$$W = mgh = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

พบว่ W สามารถได้จากพลังงานเสมอ

TIP & TRICK

การหางานจากกราฟ $v-t$ จากรูปพิจารณงานในช่วง $t_1 - t_2$ โดย

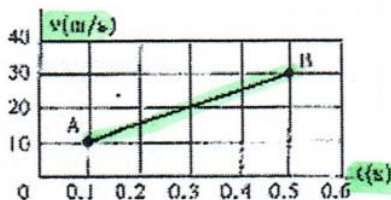


$$W = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$W = FS = \frac{1}{2}m(v^2 - u^2)$$

Ent 18 นักฟิสิกส์คนหนึ่ง ทุ่มลูกเหล็กมวล 4 กิโลกรัมออกไปและเขียนกราฟระหว่างเวลา t และความเร็ว v ของลูกเหล็กขณะเคลื่อนที่ได้ดังรูป จงคำนวณว่าระหว่าง A และ B มีการทำงานเท่าไรในหน่วยจูล

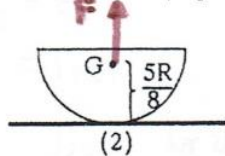
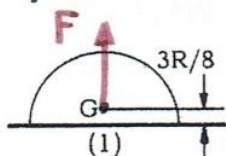
1. 1400 จูล
2. 1500 จูล
3. 1600 จูล
4. 1700 จูล



$u = 10\text{ m/s}$ - A
 $v = 30\text{ m/s}$ - B
 $m = 4\text{ kg}$

$$W = \frac{1}{2}(4)[30^2 - 10^2] = 2(800) = 1600\text{ J}$$

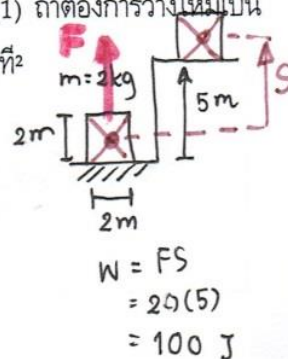
Ent 19 วัตถุครึ่งทรงกลมมีมวล 100 กิโลกรัม และมีรัศมี $R = 0.8$ เมตร วางบนพื้นระดับราบในรูป (1) ถ้าต้องการวางใหม่เป็นรูป (2) ต้องใช้งานเท่าใดเมื่อ G เป็นจุดศูนย์กลางของครึ่งวงกลม และใช้ $g = 10$ เมตร/วินาที²



1. 200 จูล
3. 400 จูล

2. 300 จูล
4. 500 จูล

$$W = FS = 1000 \left[\frac{2R}{8} \right] = 1000 \left[\frac{0.8}{4} \right] = 200\text{ J}$$



$$W = FS = 20(5) = 100\text{ J}$$

หลักอนุรักษ์พลังงาน (Law of Conservation of Energy)

“เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ภายใต้แรงอนุรักษ์พลังงานรวมของระบบจะคงที่กล่าวคือพลังงานรวมของวัตถุจะไม่สูญหายไปไหนแต่อาจเปลี่ยนรูปหนึ่งไปอีกรูปหนึ่งได้”

สูตรอนุรักษ์พลังงาน

$$W_F + W_f = +FS - fs$$

$$E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$$

$$(mgh + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2)_1$$

h x v
COE

หลักการใช้สมการ 1. พิจารณาการเคลื่อนที่ 2 ตำแหน่ง

- เลือก reference โดยมัก ใช้ตำแหน่งต่ำสุด เป็นเกณฑ์ $\rightarrow$ datum
- ใช้สมการอนุรักษ์พลังงาน

ลักษณะการเลือกระดับอ้างอิงและการเข้าสมการอนุรักษ์พลังงาน

~~h x v~~ ~~h x v~~

①

$E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$
 $(mgh + 0 + 0) - fs = (0 + \frac{1}{2}mv^2 + 0)$

②

$E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$
 $\frac{1}{2}mv^2 + 0 = \frac{1}{2}kx^2$

③

$E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$
 $mgh + 0 = \frac{1}{2}mv^2$
 $v = \sqrt{2gh}$ for $u=0$

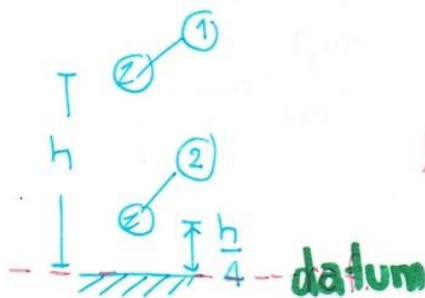
④

$E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$
 $mgh + 0 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2$



Ent 20 ลูกบอลตกจากจุด A ซึ่งสูง h จากพื้น เมื่อผ่านจุด B ซึ่งสูง $\frac{h}{4}$ จากพื้น จะมีอัตราเร็วเท่าใด (Ent Oct'41)

1. $(gh/2)^{1/2}$ m/s
2. $(gh)^{1/2}$ m/s
3. $(3gh/2)^{1/2}$ m/s
4. $(2gh)^{1/2}$ m/s



$$E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$$

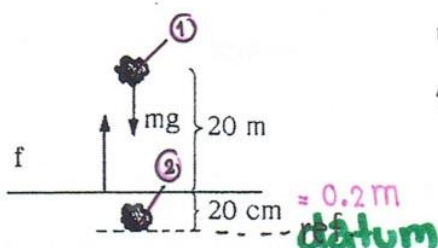
$$mgh + 0 = mg\left(\frac{h}{4}\right) + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{3}{4}gh = \frac{1}{2}v^2$$

$$v = \left[\frac{3gh}{2}\right]^{1/2} \#$$

Ent 21 ก้อนหินมวล 10 กิโลกรัม จากที่สูงจากพื้น 20 เมตร ก้อนหินกระทบพื้นและจมลงไปลึก 20 ซม. ถ้าแรงต้านของอากาศมีค่า 28 นิวตัน จะหาได้ว่าแรงเสียดทานเฉลี่ยของพื้นมีค่าเท่ากับกี่นิวตัน

1. 7200 นิวตัน
2. 7400 นิวตัน
3. 7300 นิวตัน
4. 7900 นิวตัน



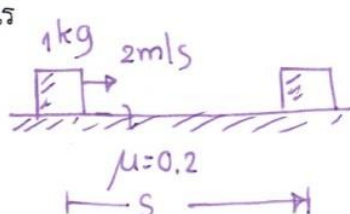
$$mgh - f_1 s_1 - f_2 s_2 = 0$$

$$10(10)(20.2) = 28(20) + f(0.2)$$

$$f = 7300 \text{ N} \#$$

Ent 22 ผลักวัตถุก้อนหนึ่งมวล 1 กก. ให้ไถลไปตามพื้นราบขรุขระด้วยความเร็ว 2 เมตร/วินาที ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างพื้นกับวัตถุมีค่า 0.2 ให้หาว่าวัตถุไปได้ไกลเท่าไร

1. 1 เมตร
2. 2.13 เมตร
3. 3 เมตร
4. 4 เมตร



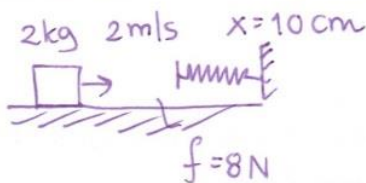
$$\frac{1}{2}mv^2 - fs = 0$$

$$\frac{1}{2}(1)2^2 = \mu mgs$$

$$2 = 0.2(10)s$$

$$s = 1 \text{ m} \#$$

Ent 23 มวล 2 กิโลกรัม เคลื่อนที่ในแนวราบบนพื้นที่มีแรงเสียดทาน 8 นิวตัน เข้าชนสปริงด้วยความเร็ว 2 เมตรต่อวินาที ทำให้สปริงหดได้ 10 เซนติเมตร ค่าคงตัวของสปริงเป็นเท่าใดในหน่วยนิวตัน/เมตร (Ent'39 เต็มค่า)



$$\frac{1}{2}mv^2 - fs = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}(2)2^2 - 8(0.1) = \frac{1}{2}k(0.1)^2$$

$$2 - 0.8 = \frac{0.01}{2}k$$

$$\therefore k = 60 \text{ N/m}$$

Ent 24 รถทดลองมวล 0.5 กิโลกรัม วิ่งด้วยอัตราเร็ว 2.0 เมตรต่อวินาที บนพื้นราบ เข้าชนสปริงอันหนึ่งซึ่งมีปลายข้างหนึ่งยึดติดกับผนังและมีค่าคงตัวของสปริง 200 นิวตันต่อเมตร สปริงจะหดตัวเท่าใดในจังหวะที่มวลลดอัตราเร็วลงเป็นศูนย์พอดี (Ent Oct'43)



1. 10 เซนติเมตร
2. 20 เซนติเมตร
3. 30 เซนติเมตร
4. 40 เซนติเมตร

$$E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$$

$$\frac{1}{2}mu^2 + 0 = \frac{1}{2}kx^2$$

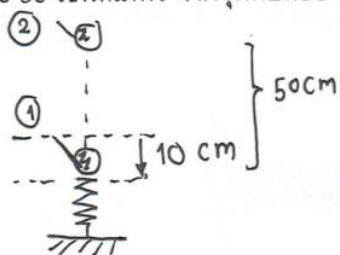
$$0.5(2)^2 = 200x^2$$

$$x = \frac{1}{10} \text{ m}$$

$$x = 10 \text{ cm}$$

Ent 25 กตมวล 1 กิโลกรัมบนสปริงซึ่งตั้งในแนวตั้ง ให้สปริงยุบตัวลงไป 10 เซนติเมตร จากนั้นก็ปล่อย ปรากฏว่ามวลถูกดีดให้ลอยสูงขึ้นเป็นระยะ 50 เซนติเมตร จากจุดที่ปล่อย จงหาค่าคงตัวของสปริง (Ent Oct'42)

1. 8 N/m
2. 10 N/m
3. 800 N/m
4. 1,000 N/m



$$E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$$

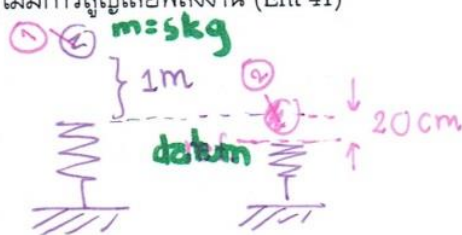
$$\frac{1}{2} kx^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2} k(0.1)^2 = 1(10)(0.5)$$

$$k = 1000 \text{ N/m} \#$$

Ent 26 จากการปล่อยวัตถุมวล 5 กิโลกรัม ตกอิสระลงบนสปริงเบาที่วางตั้งอยู่บนพื้น โดยระยะห่างจากวัตถุถึงยอดของสปริงเท่ากับ 1.0 เมตร เมื่อวัตถุตกกระทบสปริงปรากฏว่าสปริงหดสั้นลงจากเดิม 20 เซนติเมตร ก่อนดีดกลับ จงคำนวณค่าคงตัวของสปริงโดยประมาณว่าไม่มีการสูญเสียพลังงาน (Ent'41)

1. 2,500 N/m
2. 3,000 N/m
3. 3,500 N/m
4. 4,000 N/m



$$\frac{1}{2} kx^2 = mgh$$

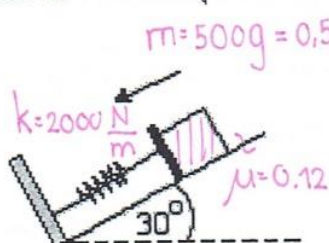
$$\frac{1}{2} k(0.2)^2 = 5(10)(1.2)$$

$$0.02 k = 60$$

$$k = 3000 \text{ N/m} \#$$

Ent 27 วัตถุก้อนหนึ่งมีมวล 500 กรัม วางชิดกับเส้นที่มีสปริงยึดไว้และอยู่ปลายล่างของพื้นเอียงที่ทำมุม 30 องศา กับแนวระดับ *** ดังรูป ค่าคงตัวของสปริงมีค่า 2000 นิวตันต่อเมตร อัดวัตถุนี้ให้มีความยาวของสปริงหดเข้าไป 3.0 เซนติเมตร จากความยาวปกติ ** แล้วปล่อยเพื่อให้เคลื่อนไปตามพื้นเอียง ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างพื้นเอียงกับวัตถุมีค่า 0.12 วัตถุจะเคลื่อนที่ตามพื้นเอียงได้ไกลเท่าไร เมื่อวัดจากจุดเริ่มปล่อย (Ent'38)

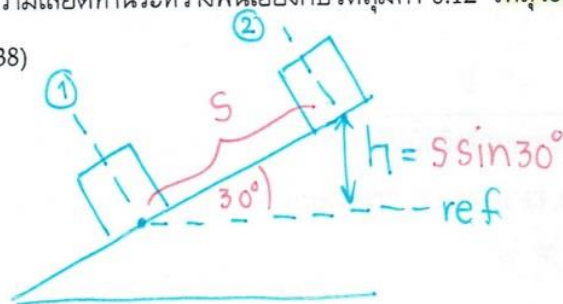
1. 15 cm
2. 20 cm
3. 25 cm
4. 30 cm



$$E_1 + W_{1 \rightarrow 2} = E_2$$

$$\frac{1}{2} kx^2 - fs = mgh$$

$$\frac{1}{2} kx^2 - \mu Ns = mg(ss \sin 30^\circ)$$



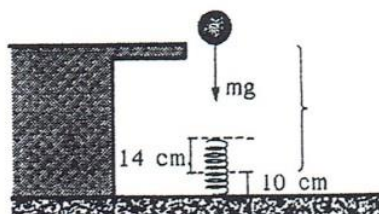
$$\frac{1}{2} kx^2 - \mu mg \cos 30^\circ S = mg S \sin 30^\circ$$

$$\frac{1}{2} (2000) (0.03)^2 - 0.12 (0.5) 10 \frac{\sqrt{3}}{2} S = 0.5 (10) \frac{S}{2}$$

$$S = 0.30 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

Ent 28 วัตถุตกจากโต๊ะสูง 80 เซนติเมตร ลงไปบนสปริงที่ตั้งอยู่ในแนวตั้ง ค่านิจของสปริง 2100 N/m ความยาวของสปริงปกติ 24 เซนติเมตร แต่ถ้าวัดจากจุดลงเหลือความยาวต่ำสุด 10 เซนติเมตร ก่อนที่วัตถุจะหยุด , มวลของวัตถุนี้มีค่าเท่ากับเท่าไร

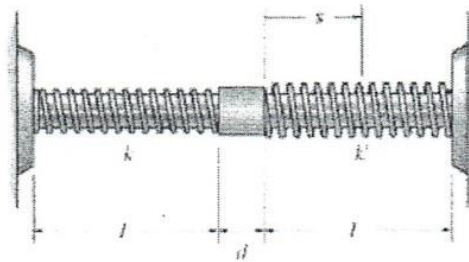
1. 2.92 กิโลกรัม
2. 2.93 กิโลกรัม
3. 2.94 กิโลกรัม
4. 2.95 กิโลกรัม



Ent 29 The collar has mass M and rests on the smooth rod. Two springs are attached to it and the ends of the rod as shown. Each spring has an uncompressed length l . If the collar is displaced a distance $s = s'$ and released from rest, determine its velocity at the instant it returns to the point $s = 0$.

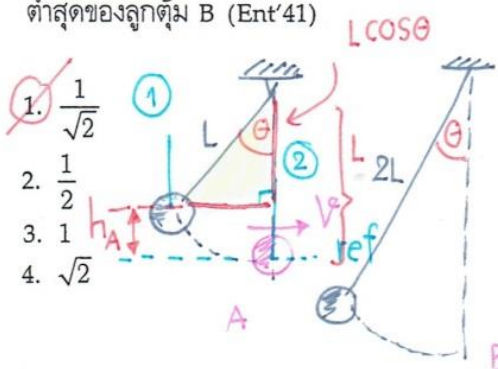
Given:

$$\begin{aligned} M &= 20 \text{ kg} & k &= 50 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ s' &= 0.5 \text{ m} \\ l &= 1 \text{ m} & k' &= 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ d &= 0.25 \text{ m} \end{aligned}$$



$u=0$

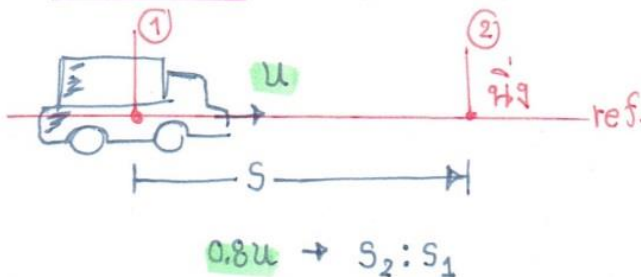
Ent 30 ลูกตุ้ม A มวล 1 กิโลกรัม ผูกด้วยเชือกยาว L และลูกตุ้ม B มวล 2 กิโลกรัม ผูกด้วยเชือกยาว $2L$ เมื่อปล่อยให้ลูกตุ้มทั้งสองแกว่งด้วยมุมขนาดเดียวกันเทียบกับแนวตั้ง อัตราเร็วที่จุดต่ำสุดของลูกตุ้ม A จะเป็นกี่เท่าของอัตราเร็วที่จุดต่ำสุดของลูกตุ้ม B (Ent'41)



$$\begin{aligned} E_1 + W_{1 \rightarrow 2} &= E_2 \\ mgh &= \frac{1}{2}mv^2 \\ v &= \sqrt{2gh} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2gh_A}}{\sqrt{2gh_B}} = \sqrt{\frac{h_A}{h_B}} = \sqrt{\frac{L - L\cos\theta}{2L - 2L\cos\theta}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ent 31 รถบรรทุกสินค้าคันหนึ่งวิ่งด้วยความเร็ว u สามารถเบรกให้รถหยุดได้ในระยะทาง s ถ้ารถคันนี้วิ่งด้วยความเร็ว $0.8u$ และเบรกด้วยแรงเท่าเดิม รถบรรทุกคันนี้จะหยุดได้ในระยะทางกี่เท่าของระยะทางในครั้งแรก (Ent Mar'43, เต็มคำ)



$$\begin{aligned} E_1 + W_{1 \rightarrow 2} &= E_2 \\ \frac{1}{2}mv^2 - fs &= 0 \\ \frac{1}{2}mv^2 &= fs \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mu^2 &= fs_1 \quad \text{--- (1)} \\ \frac{1}{2}m(0.8u)^2 &= fs_2 \quad \text{--- (2)} \\ \therefore \frac{s_2}{s_1} &= 0.8^2 = 0.64 \end{aligned}$$

Ent 32 ช่างหาสีมวล 60 กิโลกรัม อยู่บนแป้นไม้มวล 20 กิโลกรัม ถูกเพื่อนซึ่งอยู่ด้านล่างดึงด้วยแรง 400 นิวตัน โดยผ่านล้อและเฟลา ดังรูป ถ้าเฟนดึงเชือกได้ยาว 1.60 เมตร ถ้าไม่มีการสูญเสียพลังงานเลย ช่างหาสีจะเคลื่อนที่ได้สูงกี่เมตร (Ent Mar'42 เต็มคำ)

