

ชื่อ-สกุล _____ รหัสนักศึกษา _____ อาจารย์ผู้สอน _____

K8 086955 2122

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบปลายภาค ประจำปีการศึกษาที่ 2

ปีการศึกษา 2557

วันจันทร์ที่ 18 พฤษภาคม 2558

เวลา 9.00-12:00 น.

วิชา 215-221 Engineering Mechanics II

ห้อง ห้วหุ่น (Robot)

คำสั่ง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 2 ตอน 13 หน้า ให้ทำทุกข้อ คะแนนรวม 130 คิดส่วนเพียง 110 อีก 20 ถือเป็นโบนัส
2. ไม่อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ และ ห้าม ยืมอุปกรณ์ใดๆในห้องสอบ
3. ให้เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และ ชื่ออาจารย์ผู้สอน ลงในข้อสอบทุกหน้า
4. ให้ใช้ค่า $g=10 \text{ m/s}^2$ และ เลือกใช้ตารางหา I_G ในหน้าสุดท้าย
5. ขอให้ทุกคนทำข้อสอบให้ดีที่สุดค่ะ ^.^

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือปรับตกในรายวิชาที่ทุจริตและพักการเรียน 2 ภาคการศึกษา

Topics		ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
Kinematics of a Rigid Body	Types of Motion	1-5	20	
	Rotation about a fixed axis	6	15	
	Use : IC	7-8	15	
	Use : Relative Motion Analysis	9	20	
Kinetics of a Rigid Body	Work & Energy Method	10	20	
	Use : Newton Method	11	20	
	Work & Energy Method	12	20	
รวม			130 (50%)	

อ. สมชาย แซ่ฮึง (01 : 2MaE, 2MnE)

อ. จีระภา สุขแก้ว (02 : ตกค้าง)

(ผู้ออกข้อสอบ)

ตอนที่ 1 Kinematics of a Rigid Body ออก และ ตรวจโดย อาจารย์ จีระภา สุขแก้ว

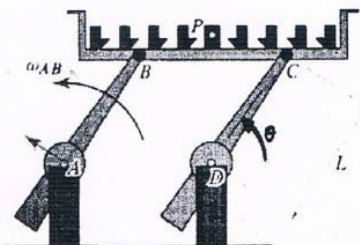
- 1) [2 คะแนน] Kinematics of a Particle และ Kinematics of a Rigid Body ต่างกันอย่างไร จงอธิบาย

อธิบาย Particle เราสามารถสมมติระบบเป็นจุด แต่ Rigid body จะมีขนาดและรูปร่างเข้ามาเกี่ยวข้อง ซึ่งสามารถเคลื่อนที่ แล้วยังมีทอร์มเมนต์ได้ด้วย

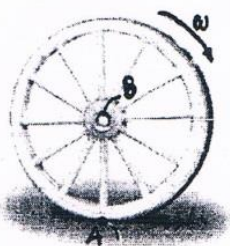
- 2) [2 คะแนน] Kinetics of a Rigid Body ต่างจาก Kinematics of a Rigid Body อย่างไร จงอธิบาย

อธิบาย kinetics of a Rigid Body สนใจเหตุที่ทำให้เกิดทอร์มเคลื่อนที่ เช่น เวกเตอร์หรือโมเมนต์-โมเมนต์ตามเคียว แต่ kinematics สนใจ ลักษณะของทอร์มเคลื่อนที่

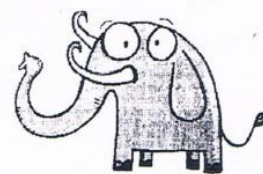
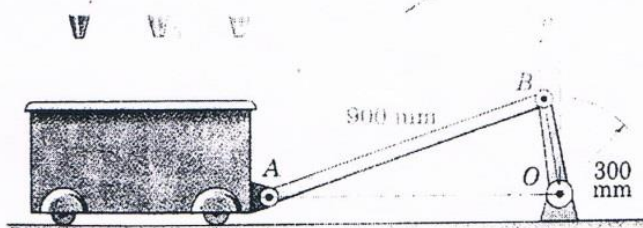
- 3) [6 คะแนน] จงระบุชื่อ ชนิดของการเคลื่อนที่ ของชิ้นส่วนต่างๆ ต่อไปนี้ ให้ถูกต้อง เลือกใช้ ได้ทั้ง ภาษาไทย & ภาษาอังกฤษ ของ a) เรือเครื่องเล่นในสวนสนุก b) ล้อเกวียนที่กลิ้งไปบนพื้นโดยไม่ไถล และ c) ระบบโยกกรรบรทุกดินปลูกผักให้เลื่อนไปมารับน้ำจากหัวสเปรย์ฉีด โดยแขน OB ถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์ ให้หมุนรอบจุดตรึง O



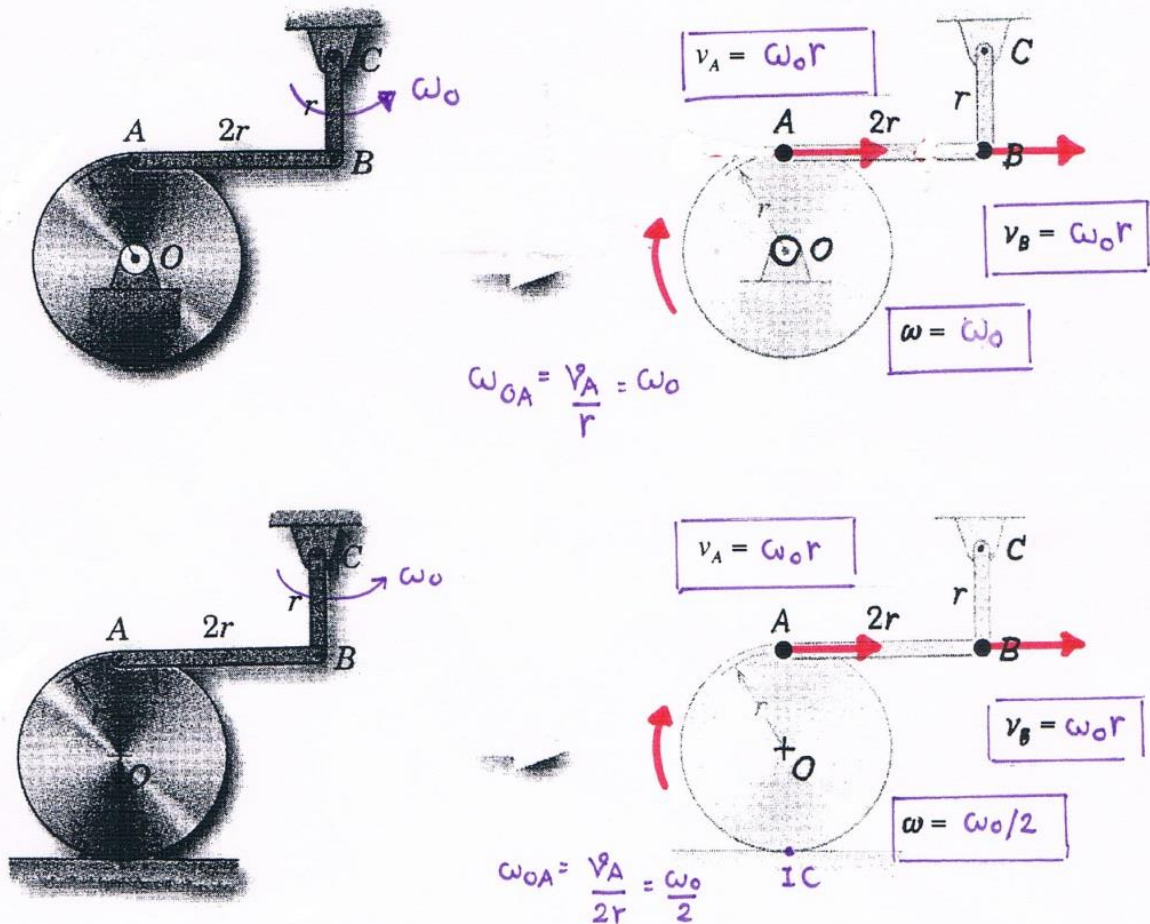
- ① Rod AB : Rotation about a fixed axis
- ② Rod DC : Rotation about a fixed axis
- ③ Passenger Boat BPC : Translation (curvilinear)



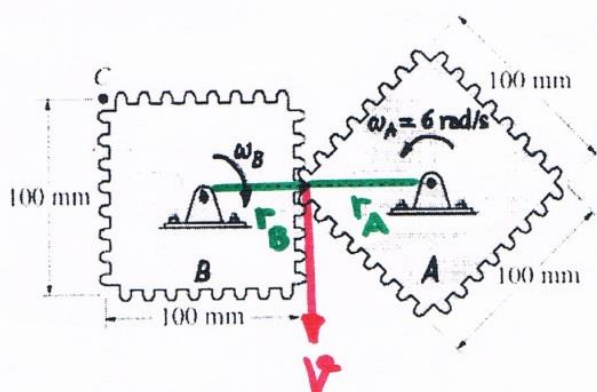
- ④ Wheel AB : General plane motion
- ⑤ Rod OB : Rotation about a fixed axis
- ⑥ Rod AB : General plane motion
- ⑦ Cart A : Translation (Rectilinear)



- 4) [6 คะแนน] แขน BC ถูกขับเคลื่อนโดยมอเตอร์ให้หมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ $\omega_{BC} = \omega_0$ rad/s
- a) จงเขียน ลูกศร แสดงทั้ง ขนาด และ ทิศทาง ของ ความเร็ว ที่จุด A และ B ลงบนรูปที่กำหนดให้ด้านขวา
- b) จงแสดง ทิศทางการหมุน และ หา ขนาด ของ ความเร็วเชิงมุม ของ Disk OA



- 5) [4 คะแนน] แผ่นสี่เหลี่ยม A และ B ขบกัน โดยมีขนาดรูปร่างแสดงดังรูป ในขณะที่ อัตราเร็วเชิงมุมของแผ่น A มีขนาดคงที่ 6 rad/s ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ดังรูป จงหา ω_B [คำตอบติด square root ง่ายๆ ได้]

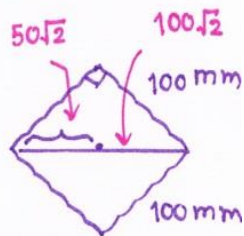


$$v_A = v_B$$

$$\omega_A r_A = \omega_B r_B$$

$$6(50\sqrt{2}) = \omega_B(50)$$

$$\omega_B = 6\sqrt{2} \text{ rad/s}$$

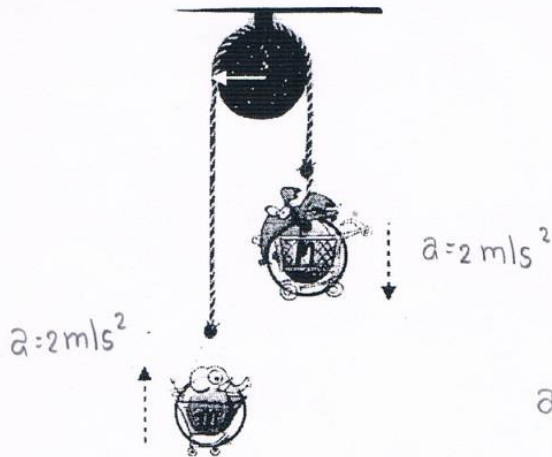


=> $\omega_B = 6\sqrt{2} \text{ rad/s}$

- 6) [15 คะแนน] ระบบซึ่งประกอบด้วยมวล m kg และ M kg ผูกคล้องผ่านรอกซึ่งมีรัศมี $r=100$ mm ดังรูป หลังถูกปล่อยให้เคลื่อนที่ได้อิสระจากเดิมอยู่นิ่งที่ $t_1=0$ s โดยมวลทั้งสองเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งคงที่ 2 m/s^2 เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที หรือ ที่ $t_2=1$ s จงหา

a) อัตราเร็วเชิงมุมของรอก

b) จำนวนรอบที่รอกหมุนได้

c) ระยะการขจัดของมวล M หรือ m kinematicsมวล m หรือ M

$$v = v_0 + at$$

$$v = 2(1)$$

$$v = 2 \text{ m/s}$$

$$a) \quad v = \omega r$$

$$2 = \omega(0.1) \rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

#

$$b) \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$s = \frac{1}{2}(2)1^2 = 1 \text{ m}$$

$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{1}{0.1} = 10 \text{ rad}$$

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} = 1.59 \text{ rev}$$

$$\text{or } \theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2} \right) t$$

$$= \frac{20(1)}{2} = 10 \text{ rad}$$

$$N = \frac{10}{2\pi} = 1.59 \text{ rev}$$

#

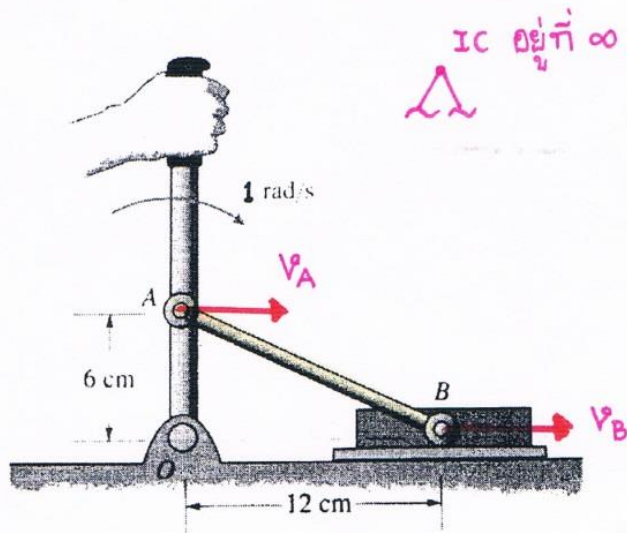
$$c) \quad \text{จาก b) } \rightarrow s = 1 \text{ m}$$

#

คำตอบ

- 7) (6 คะแนน) ระบบคันโยกด้วยมือ เพื่อเลื่อนกล่อง B ดังรูป หากมือหนึ่งพอที่จะทำให้คันโยกมีอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ 1 rad/s จงแสดงการหา จุด IC เพื่อหา ความเร็วของ กล่อง B และ จงหา ความเร็วเชิงมุมของแท่ง AB ที่แต่ละตำแหน่ง พร้อมแสดงจุด IC และ ทิศทางการหมุนของแท่ง AB ลงบนรูป ที่กำหนดให้ทั้งสองตำแหน่ง

* ตำแหน่ง ๑ (+3)



$$v_A = v_B$$

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{r_{A/IC}} = \frac{v_A}{\infty} = 0 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow v_B = 6 \text{ cm/s}$$

$$\Rightarrow \omega_{AB} = 0 \text{ rad/s}$$

$$\text{ที่ } OA : v_A = \omega r_{OA} = 1(6) = 6 \text{ cm/s}$$

ตำแหน่ง ๒ (+3)

$$\text{ที่ } OA : v_A = \omega_{OA} r_{OA}$$

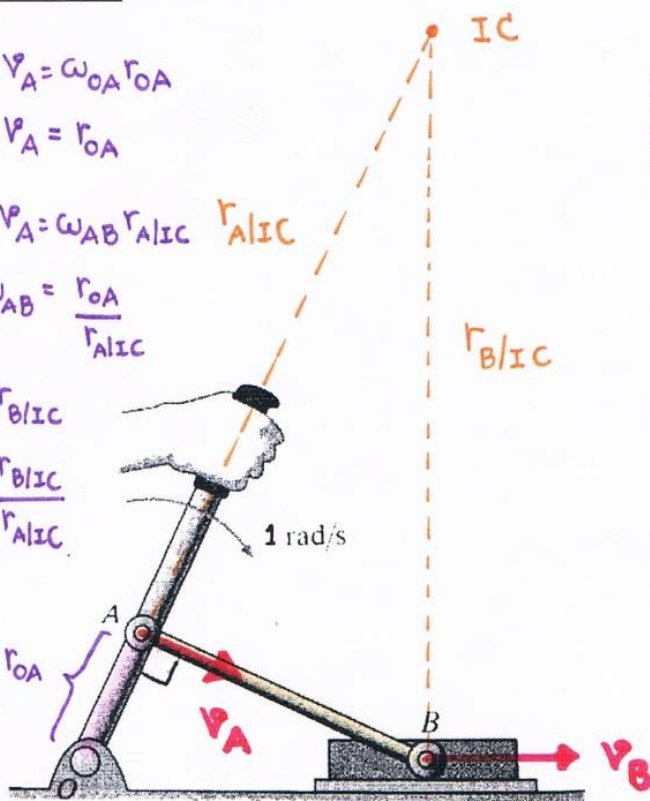
$$v_A = r_{OA}$$

$$\text{ที่ } AB : v_A = \omega_{AB} r_{A/IC}$$

$$\omega_{AB} = \frac{r_{OA}}{r_{A/IC}}$$

$$v_B = \omega_{AB} r_{B/IC}$$

$$= r_{OA} \frac{r_{B/IC}}{r_{A/IC}}$$



ไม่ต้องคำนวณ แค่กำหนด ระยะที่แสดง ด้วยตัวแปร เช่น $r_{A/IC}$ หรือ $r_{B/IC}$ และแสดง คำตอบ ในรูปตัวแปร

$$\Rightarrow \omega_{AB} = \frac{r_{OA}}{r_{A/IC}} \text{ rad/s} = \frac{6}{r_{A/IC}}$$

$$\Rightarrow v_B = r_{OA} \frac{r_{B/IC}}{r_{A/IC}} \text{ cm/s} = 6 \frac{r_{B/IC}}{r_{A/IC}}$$

9) [20 คะแนน] แท่ง AB ยาว L เมตร ปลายทั้งสองเลื่อนที่ไปบนพื้นเอียง ดังรูป ณ ตำแหน่งนี้ ดังรูป ที่ปลาย A มี

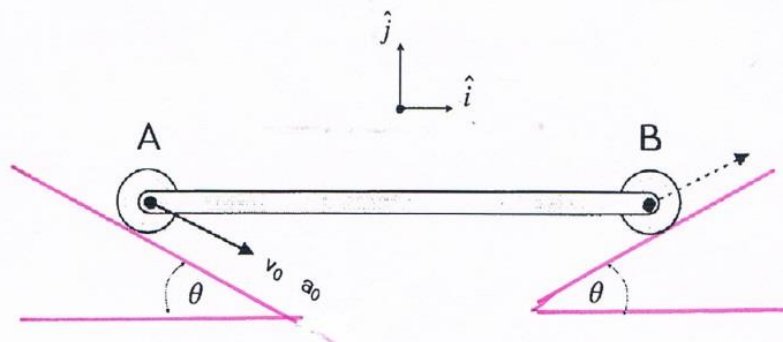
อัตราเร็ว และ อัตราเร่งเชิงมุม v_0 และ a_0 ดังแสดงในรูป จงหา

a) ความเร็วเชิงมุมของแท่ง AB ^{$\frac{v_0}{L}$} และ ความเร็วที่จุด B ^{v_0}

ห้ามใช้ IC $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{B/A}$

b) ความเร่งเชิงมุมของแท่ง AB และ ความเร่งที่จุด B

คำตอบอยู่ในรูปตัวแปรที่กำหนดให้ เท่านั้น $\Rightarrow v_0, a_0, L, \theta$ และ กำหนดให้ $\sin \theta = 3/5$



Velocity ...

>>

$v_B =$	m/s
---------	-------

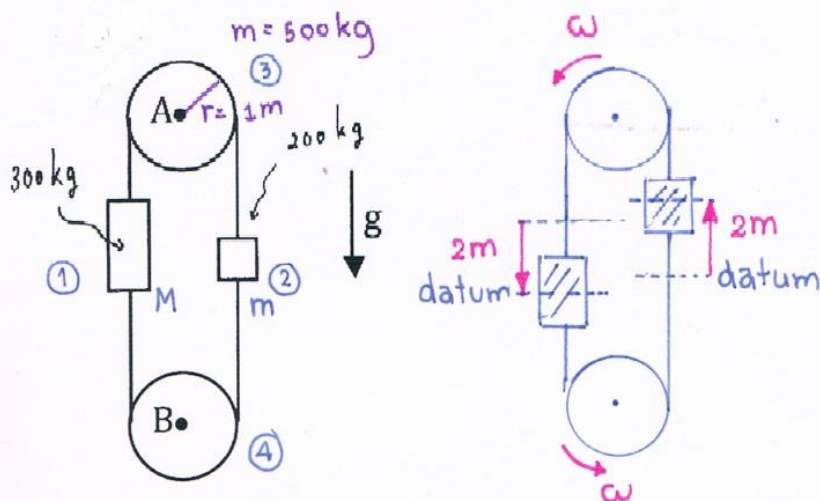
&

$\omega_{AB} =$	rad/s
-----------------	---------

<<

ตอนที่ 2 Kinetics of a Rigid Body ออก ออกและตรวจโดย อาจารย์ สมชาย แซ่อึ้ง

- 10) [20 คะแนน] มวล 200 kg และ 300 kg ถูกผูกติดกับโซ่เบาค้างผ่าน เพื่อง 2 อัน มวลละ 500 kg มีรัศมี 1 m โดยเพื่องทั้งสองมีจุดหมุนตรงที่ A และ B ดังรูป ถ้าปล่อยให้น้ำหนักตกจากหยุดนิ่งให้เคลื่อนที่ไปในแนวดิ่ง จงหา อัตราเร็วเชิงมุม ของเพื่อง เมื่อตุ้มน้ำหนักเคลื่อนที่ไปได้ 2 m โดยไม่ต้องคำนึงถึงแรงเสียดทานใดๆ
- แนะนำให้ใช้ วิธีงาน & พลังงาน



$$T_1 + V_1 + \sum u_{1 \rightarrow 2} = T_2 + V_2$$

$$V = \omega r = \omega$$

$$0 + (Mgh)_1 + 0 = \left(\frac{1}{2} M V_1^2 \right)_1 + \left(\frac{1}{2} m V_2^2 \right)_2 + \left(\frac{1}{2} I \omega^2 \right) \times 2 + (mgh)_2$$

$$300(10)(2) = \left[\frac{1}{2}(300) + \frac{1}{2}(200) + \frac{1}{2}(500)(1^2) \right] \omega^2 + 200(10)(2)$$

$$6000 = 500 \omega^2 + 4000$$

$$500 \omega^2 = 2000$$

$$\omega^2 = 4$$

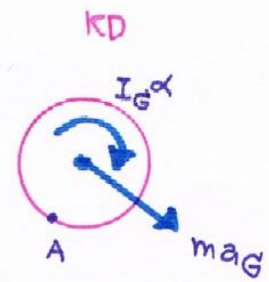
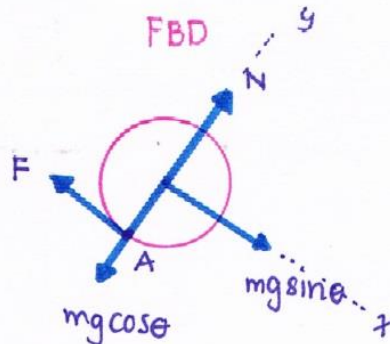
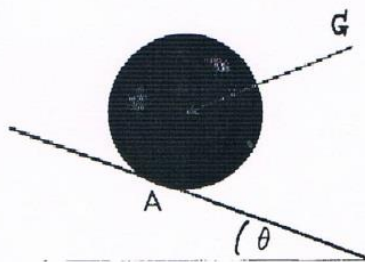
$$\therefore \omega = 2 \text{ rad/s}$$

#

11) [20 คะแนน] ปล้องยวดยัตถุรูปทรงกลมตันมวล 4 kg รัศมี 0.5 m ลงจากพื้นเอียงที่ทำมุม 37 องศา กับแนวระดับ ถ้าไม่มีการไถลเกิดขึ้น จงหา

a) ความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ (a_G)

b) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิตย์ระหว่างผิววัตถุกับพื้นเอียง จะต้องมามีค่าน้อยเท่าไร (μ_s)



$$a) \sum F = ma_{Gx} : mgsin\theta - F = ma_G$$

$$4(10)\frac{3}{5} - F = 4a_G \rightarrow 24 - F = 4a_G \quad \text{--- (1)}$$

$$\begin{aligned} \sum M_A \text{ FBD} &= \sum M_A \text{ KD} : mgsin\theta(r) = I_G \alpha + ma_G r \\ 4(10)\frac{3}{5}(0.5) &= \frac{2}{5}(4)(0.5)^2 \frac{a_G}{0.5} + 4a_G(0.5) \end{aligned}$$

$$12 = 0.8a_G + 2a_G$$

$$a_G = 4.29 \text{ m/s}^2 \quad \#$$

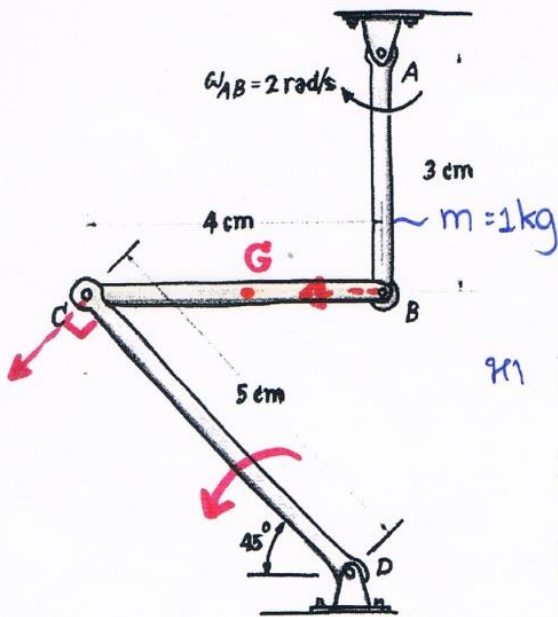
$$b) \text{ จาก (1); } F = 24 - 4a_G = 6.84$$

$$\mu_s N = 6.84$$

$$\mu_s mg \cos \theta = 6.84$$

$$\mu_s (40)\frac{4}{5} = 6.84 \rightarrow \mu_s = 0.214 \quad \#$$

- 3) [20 คะแนน] จากรูป ประกอบด้วยแท่ง AB, BC, และ CD ถ้าแขนแต่ละอันมีมวลกระจายสม่ำเสมอ โดยทุกๆ 1 cm จะมีมวลเท่ากับ 1 kg ณ ตำแหน่ง ดังรูป แขน AB มีอัตราเร็วเชิงมุม 2 rad/s จงหา พลังงานจลน์ของระบบ ณ ขณะนี้



$$T_{\text{total}} = T_{AB} + T_{BC} + T_{CD}$$

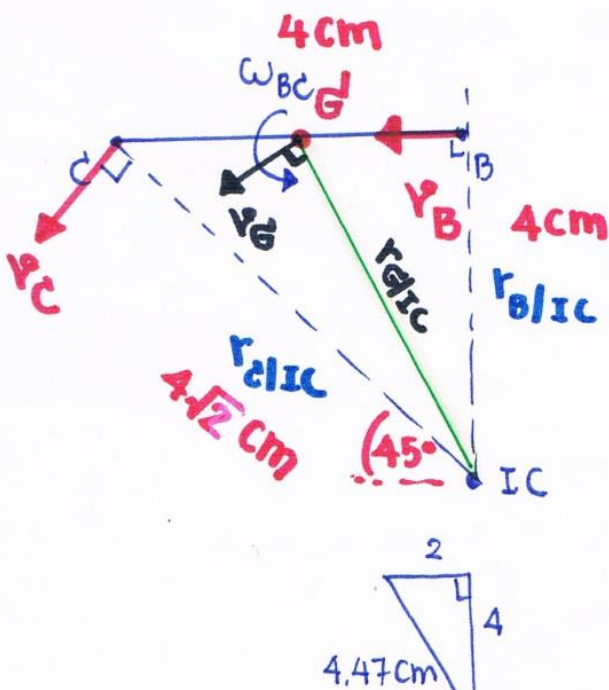
$$= \left(\frac{1}{2} I_A \omega^2 \right)_{AB} + \left(\frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 \right)_{BC} + \left(\frac{1}{2} I_D \omega^2 \right)_{CD}$$

$$\text{ห้ } I_A = \frac{1}{3} mL^2 = \frac{1}{3} (1) (0.03)^2 = 3 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_G = \frac{1}{12} mL^2 = \frac{1}{12} (1) (0.04)^2 = \frac{4}{3} \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_D = \frac{1}{3} mL^2 = \frac{1}{3} (1) (0.05)^2 = \frac{25}{3} \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

IC



ห้ AB: $v_B = \omega r = 2(0.03) = 0.06 \text{ m/s}$

ห้ BC: $v_B = \omega_{BC} r_{B/IC}$

$$0.06 = \omega_{BC} (0.04) \rightarrow \omega_{BC} = 1.5 \text{ rad/s}$$

$$v_C = \omega_{BC} r_{C/IC} = 1.5 \frac{4\sqrt{2}}{100} = 0.085 \text{ m/s}$$

$$v_G = \omega_{BC} r_{G/IC} = 1.5 \frac{4.47}{100} = 0.067 \text{ m/s}$$

ห้ CD: $v_C = \omega r$

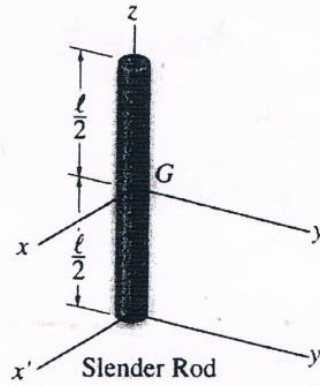
$$0.085 = \omega_{CD} (0.05) \rightarrow \omega_{CD} = 1.7 \text{ rad/s}$$

$$\therefore T_T = \frac{1}{2} (3 \times 10^{-4}) (2)^2 + \frac{1}{2} (1) (0.067)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \times 10^{-4} \right) (0.067)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{25}{3} \times 10^{-4} \right) (1.7)^2$$

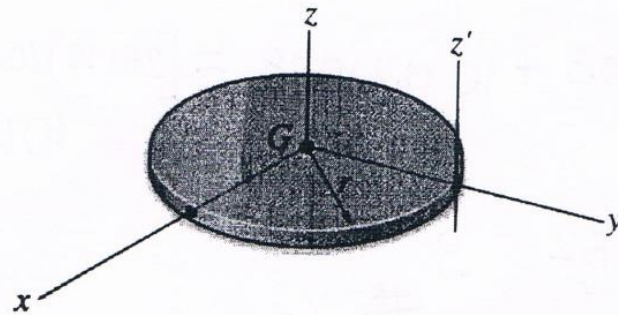
$$T_T = \boxed{4.05 \times 10^{-3}} \text{ J}$$

Mass Moment of Inertia

ฉีกออกมาทางด้านหลังได้เลย ไม่ต้องส่ง

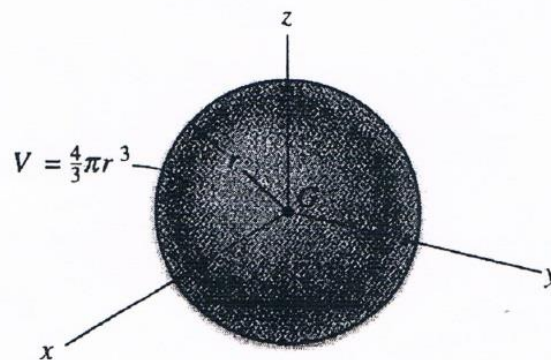


$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{12} m \ell^2 \quad I_{x'x'} = I_{y'y'} = \frac{1}{3} m \ell^2 \quad I_{zz'} = 0$$

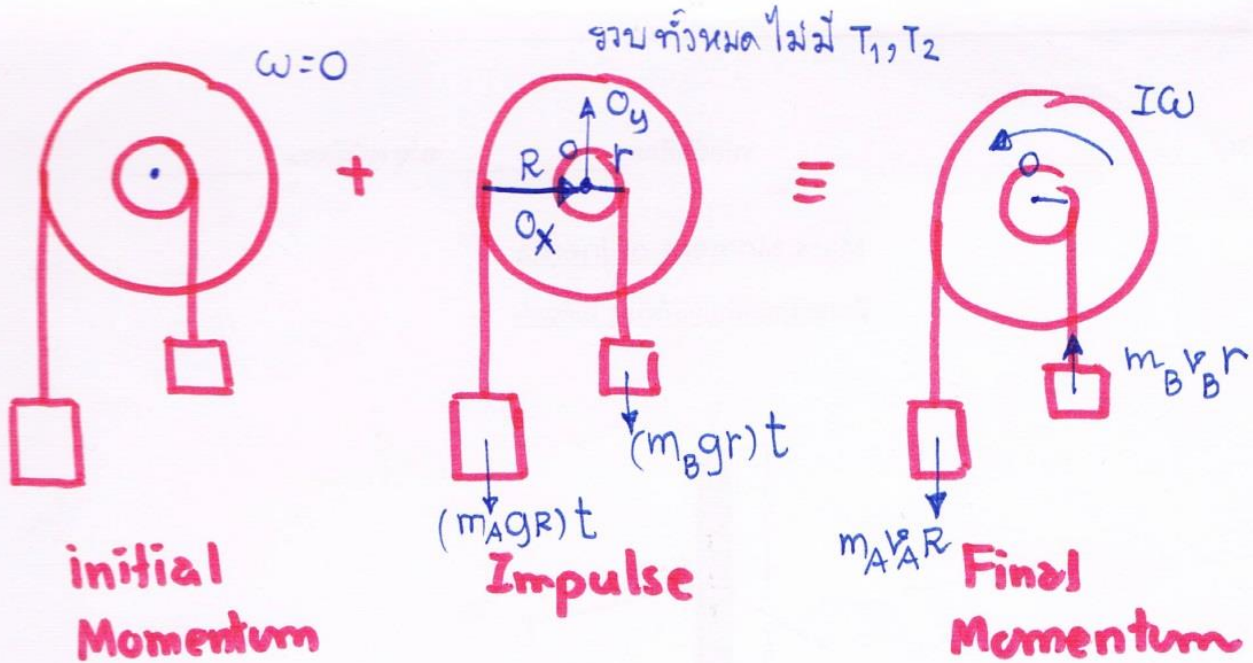


Thin Circular disk

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4} m r^2 \quad I_{zz} = \frac{1}{2} m r^2 \quad I_{z'z'} = \frac{3}{2} m r^2$$



$$I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} = \frac{2}{5} m r^2$$



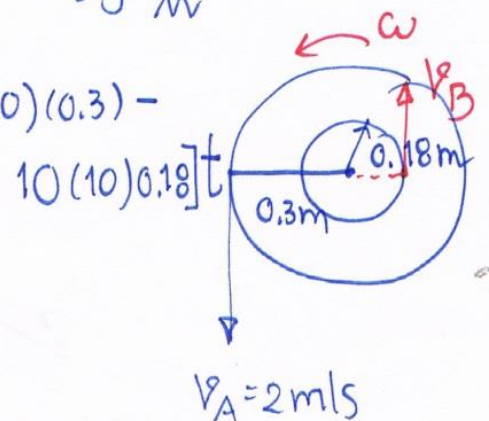
$$H_o = I\omega + mvr$$

$$H_{o2} = H_{o1} + \sum \underline{M}t \quad \leftarrow \text{หมุน}$$

$$(I\omega + m_A v_A R + m_B v_B r) = 0 + m_A g r t - m_B g r t$$

$$1.875 \times \frac{20}{3} + 25(2)(0.3) + 10(1.2)(0.18) = [25(10)(0.3) - 10(10)(0.18)]t$$

$$t = 0.52 \text{ s} \quad \#$$



$$\begin{aligned} v_A &= \omega r_A \\ 2 &= \omega (0.3) \\ \omega &= \frac{20}{3} \text{ rad/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_B &= \omega r_B \\ v_B &= \frac{20}{3} (0.18) = 1.2 \text{ m/s} \end{aligned}$$