

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

ประจำปีการศึกษา 2556

เวลา 13.30 – 16.30 น.

ห้อง Robot, S201, R200

คำสั่ง :

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 3 ส่วน 9 หน้ารวมปก
2. ให้ทำหมดทุกข้อในตัวข้อสอบ และอนุญาตให้ทำในหน้าหลังของแต่ละข้อ
3. เขียนชื่อ รหัส และ ชื่ออาจารย์ผู้สอน ทุกหน้า หน้าใดไม่เขียนจะไม่รับการตรวจข้อสอบ
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลข
4. ห้ามหยิบยื่นอุปกรณ์ใดๆ
5. ห้ามนำเอกสารใด ๆ เข้าห้องสอบ
6. กำหนดให้ใช้ค่า $g = 10 \text{ m/s}^2$

ทุจรีติในการสอบ โทษขึ้นต่ำคือปรกติในรายวิชาที่ทุจรีติและพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

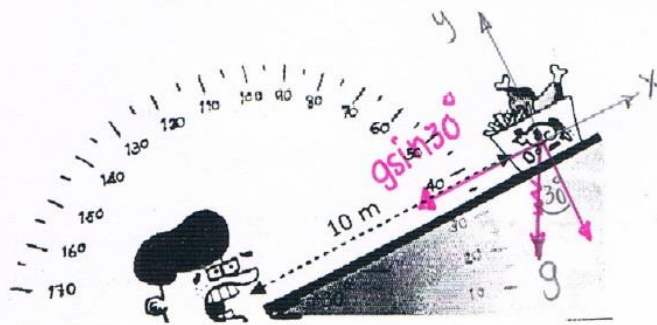
อ. ชลิตา หิรัญสุข
ดร.สมชาย แซ่อึ้ง
ดร.จีระภา สุขแก้ว

ผู้ออกข้อสอบ

ตอนที่ 1 ทดสอบ Kinematics of a Particle ออกและตรวจโดย อาจารย์ จีระภา สุขแก้ว

ทุกข้อจะต้องแสดงให้เห็นที่มาของการได้มาซึ่งคำตอบ ตัวอย่างเช่น มีลูกศรแสดงทิศทาง มีการแตกเวกเตอร์ให้เห็นได้ชัดเจน มีการตั้งสมการ แสดงการคำนวณ มีอะนัสจะไม่โต้คะแนน และบังคับใช้ ค่าอัตราเร่งโน้มถ่วงของโลก $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 1) ทดสอบปล่อยลูกบอลให้ไหลลงตามพื้นเอียงผิวเรียบทำมุม 30° องศา ถาถูกปล่อยห่างจากปากหุ่ยนต์กินขาไก่เป็นระยะ 10 เมตร ดังรูป จงแสดงวิธีหาเวลาในการเคลื่อนที่ของลูกบอลจากจุดปล่อยถึงปากหุ่ยนต์ [5 คะแนน]



$$\int_0^v dv = \int_0^t a dt = \int_0^t (g \sin 30^\circ) dt$$

$$v = 5t$$

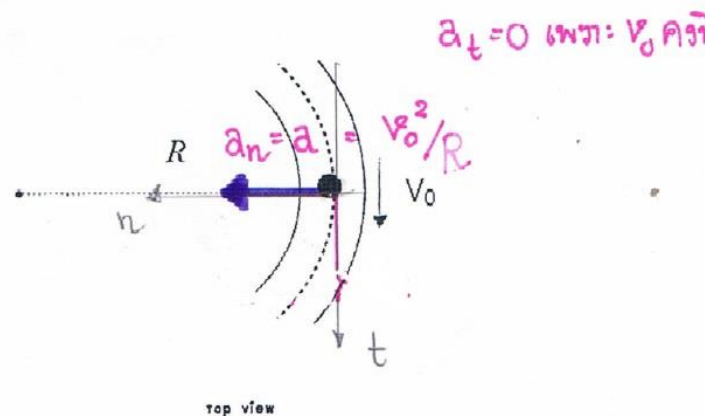
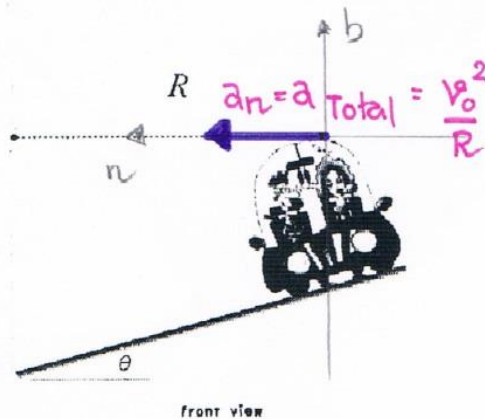
$$\int_0^s ds = \int_0^t v dt = \int_0^t 5t dt = \frac{5t^2}{2}$$

$$s = 2.5t^2$$

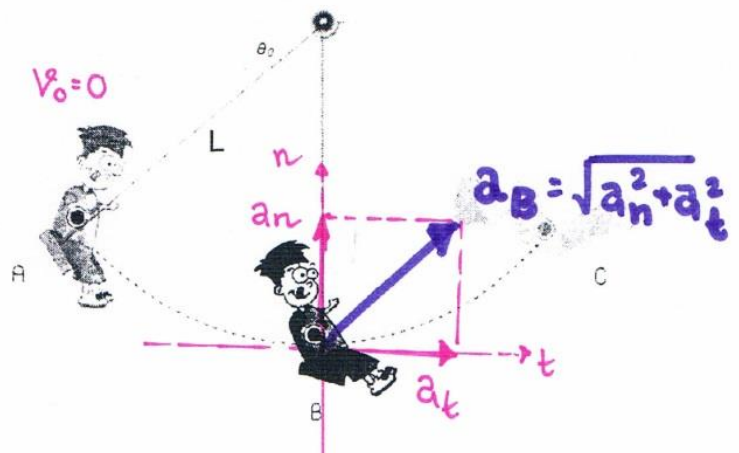
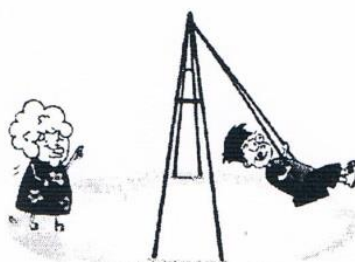
$$\therefore 10 = 2.5t^2 \sim t = 2 \text{ s} \#$$

- 2) จงเขียนลูกศรแสดง ขนาด และ ทิศทาง ของ ความเร่ง รวม (total acceleration) ของ วัตถุ ณ ขณะนี้ ดังรูป [5 คะแนน]

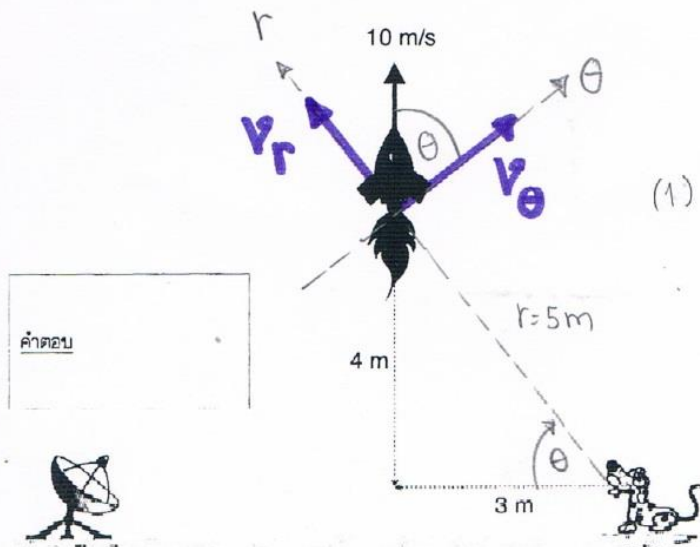
- i) รถยนต์ที่กำลังวิ่งเข้าโค้ง ด้วยอัตราเร็วคงที่ $v_0 \text{ m/s}$ จงเขียนลูกศรแสดง ขนาดและทิศทางของความเร่งลงบนรูปทั้งสอง



- ii) เด็กน้อยนั่งเปล (ถูกปล่อยจาก A) ณ ตำแหน่ง B มีอัตราเร็วเท่ากับ $v_0 \text{ m/s}$ จงเขียนลูกศรแสดง ความเร่งรวม ของเด็กน้อยที่ตำแหน่ง B ($a_B = ?$)



- 3) ลูกหมาน้อยพยายามแหงนหน้าตามจุดรวดของเล่น ที่กำลังทะยานขึ้นสู่ฟ้า ณ ขณะดังรูป ลูกหมาน้อยกำลังแหงนหน้ามองตามด้วยอัตราการหมุนของคอเท่าไร และ ลูกหมาจะเห็นจรวดวิ่งห่างจากเขามากออกไปด้วยอัตราเร็วเท่าไร แสดงทิศทาง ลงบนรูปให้เห็นที่มาของคำตอบ [10 คะแนน]



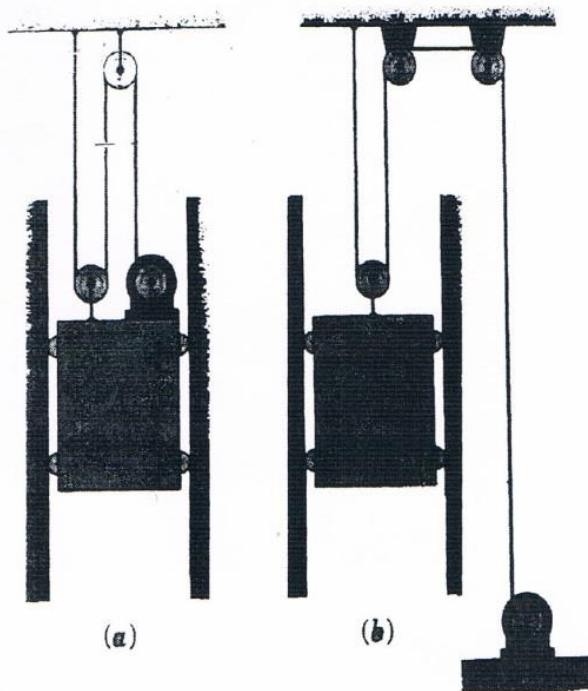
ลูกหมา r- θ จรวด x-y

$$\begin{aligned} v_r &= 10 \sin \theta & v_\theta &= 10 \cos \theta \\ \dot{r} &= 10 \sin \theta & r \dot{\theta} &= 10 \cos \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad 5 \dot{\theta} &= 10 \left(\frac{3}{5} \right) \\ \dot{\theta} &= 1.2 \text{ rad/s} \quad \# \end{aligned}$$

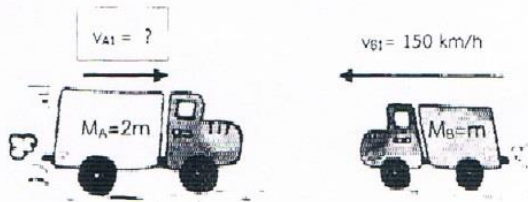
$$\begin{aligned} (2) \quad \dot{r} &= 10 \left(\frac{4}{5} \right) \\ \dot{r} &= 8 \text{ m/s} \quad \# \end{aligned}$$

- 4) ในการออกแบบระบบลิฟท์ระหว่างนักศึกษา 2 กลุ่มคือ (a) วางมอเตอร์ไว้บนตัวลิฟท์ และ (b) ซึ่งเลือกวางมอเตอร์ไว้บนพื้นข้างนอกแทน ดังรูป อยากทราบว่า เมื่อต้องการยกลิฟท์ขึ้น 3 ชั้น (~ 10 เมตร) มอเตอร์แต่ละตัวจะต้องหมุนผ่านระยะความยาวเชือกเท่าไร และ หากลิฟท์ทั้งสองใช้เวลาจากเริ่มต้นถึงจุดหมายด้วยเวลาที่เท่ากัน อยากทราบว่า มอเตอร์ทั้งสองที่มีขนาดรัศมีเดียวกัน จะต้องมียัตราการหมุนที่เท่ากันหรือไม่ อย่างไร [10 คะแนน]



- 5) ในการสอบสวนหาสาเหตุการชนกันของรถบรรทุก 2 คัน A และ B ซึ่งจากหลักฐานต่างๆ สรุปได้ว่า มวลและความเร็วก่อนและหลังชน แสดงได้ดังรูป หลังพ่วงชนรถ A ถูกดันโดยรถ B ให้เคลื่อนที่ไปด้วยกันทางซ้าย ดังรูป

(i) จงหาอัตราเร็วก่อนชนของรถ A [5 คะแนน]

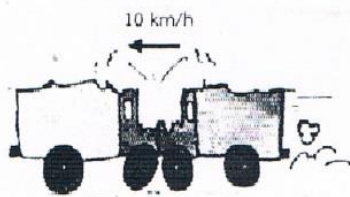


BEFORE

$$m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$2m v_{A1} + m(-150) = (3m)(-10)$$

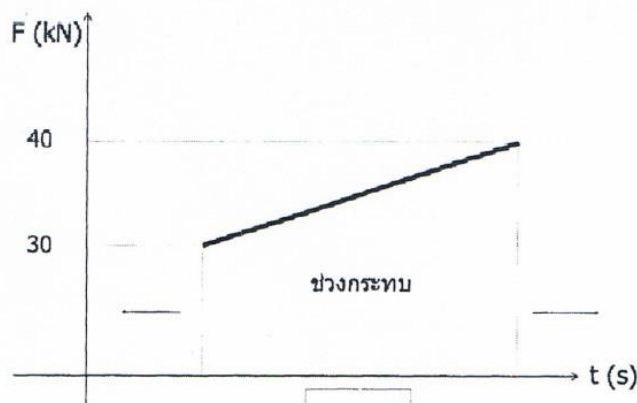
$$v_{A1} = 60 \text{ km/h} \rightarrow \#$$



AFTER

- (ii) กำหนดให้ แรงที่เกิดขึ้น ในขณะที่รถกระทบกัน เป็นดังกราฟ จงหาช่วงเวลาของการกระทบ ($\Delta t = ?$) โดยกำหนดให้

$m = 1800 \text{ kg}$ [5 คะแนน]



$\Delta t = ?$

พิจารณา A

$$m \vec{v}_2 = m \vec{v}_1 + \int \sum \vec{F} dt$$

$$1800 [-10] \times \frac{5}{18} = 1800 (60) \times \frac{5}{18} + \text{Area}$$

$$1800 \times \frac{5}{18} [-10 - 60] = -\frac{1}{2} (30 + 40) \times 10^3 \times \Delta t$$

$$\Delta t = 1 \text{ s} \#$$



"คิดเท่าไร ๆ ก็ไม่รู้ ต่อเมื่อหยุดคิดได้จึงรู้ แต่ต้องอาศัยความคิดนั้นแหละจึงรู้"

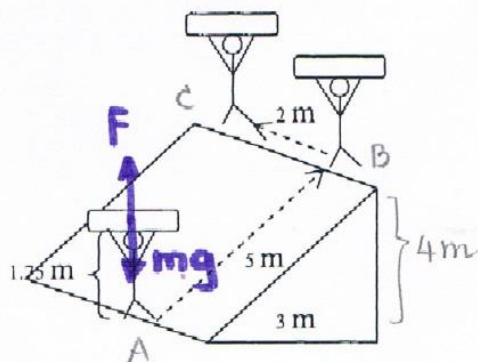
หลวงปู่ดุลย์ อตุโล

ตอนที่ 2 ทดสอบ Work and Energy ออกและตรวจโดย อาจารย์ สมชาย แซ่เอ็ง

(คะแนนในส่วนนี้ เต็ม 50 คะแนน โดยคิดเป็น 40 % ของคะแนนเต็มทั้งหมด)

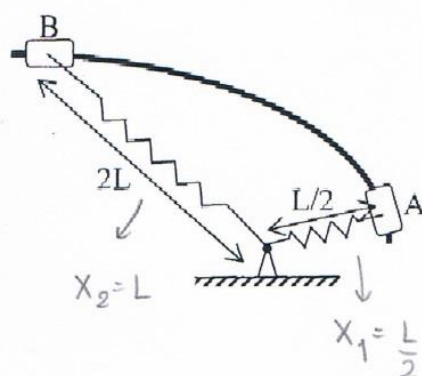
1. จงหางานที่เกิดขึ้นในกรณีต่อไปนี้ (15 คะแนน ข้อละ 5 คะแนน)

1.1 นาย ก สูง 175 cm แบกของหนัก 50 N เดินขึ้นไปบนพื้นเอียงตามเส้นทางดังรูปด้วยอัตราเร็วคงที่ จงหางานที่นาย ก ทำ



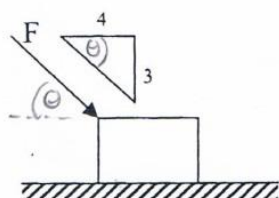
$$\begin{aligned}
 U_T &= U_{A \rightarrow B} + U_{B \rightarrow C} \\
 &= +FS + 0 \\
 &= 50(4) \\
 &= 200 \text{ J} \quad \#
 \end{aligned}$$

1.2 ปลายถูกสวมบนเส้นลวดโค้ง และถูกผูกติดกับสปริงที่มีค่าคงที่ k ยาวปกติ L จงหาขนาดของงานเนื่องจากแรงสปริงถ้าวัตถุเคลื่อนที่จาก A ไป B



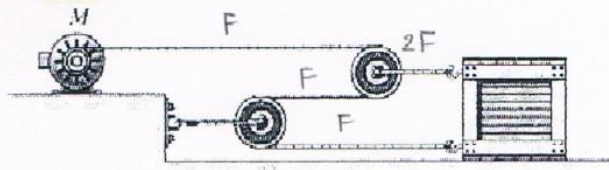
$$\begin{aligned}
 U_{Fs} &= -\frac{1}{2} k (x_2^2 - x_1^2) \\
 &= -\frac{1}{2} k \left[L^2 - \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right] \\
 &= -\frac{3}{8} k L^2 \quad \#
 \end{aligned}$$

1.3 ออกแรงขนาด $F = 2s + 2$ นิวตัน ผลักกล่องที่วางนิ่งอยู่บนพื้นลื่นในทิศดังรูป จงหาขนาดของงานนี้เมื่อผลักให้กล่องเคลื่อนที่ไปได้ 5 เมตร

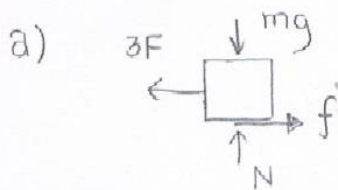


$$\begin{aligned}
 U_F &= \int F ds \\
 &= \int (F \cos \theta) ds \\
 &= \frac{4}{5} \int_0^5 (2s + 2) ds \\
 &= \frac{4}{5} \left[\frac{2s^2}{2} + 2s \right]_0^5 = 28 \text{ J} \quad \#
 \end{aligned}$$

2. มอเตอร์ออกแรงที่ไม่คงที่โดยมีความสัมพันธ์กับเวลา $F = 8t^2 + 20$ โดยมีหน่วยเป็นนิวตัน และ t มีหน่วยเป็นวินาที โดยมอเตอร์ถูกใช้ในการดึงกล่องมวล 220 kg ผ่านระบบรอกดังรูป ถ้ามอเตอร์ดึงเป็นเวลา 6 วินาที จงหางานที่เกิดขึ้นจากแรงทั้งหมดในกรณีต่อไปนี้ (20 คะแนน)



- a. พื้นลื่นไร้แรงเสียดทาน
b. พื้นมีความฝืด โดยมี สัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต 0.3 และ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ 0.2



$$\begin{aligned}
 U_T &= U_F + U_N + U_f \\
 &= 3FS \\
 &= 3[8(6)^2 + 20](16.69) \\
 &= 1.54 \times 10^4 \text{ J} \#
 \end{aligned}$$

b) พิจารณาก่อน t เริ่มค.ท

$$3F = \mu_s N$$

$$3(8t^2 + 20) = 0.3(220 \times 10)$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$t = 1 \text{ s} \quad U_T = U_F + U_{F_k}$$

$$= 3FS - \mu_k NS = [3F - \mu_k mg]S$$

ดึงเป็น
เวลา 6 s

$$= [3(8 \cdot 6^2 + 20) - 0.2(2200)] \left(0.109 \frac{(1)^4}{12} + 0.2727 \frac{(1)^2}{2} \right)$$

$$U_T = 484 (0.1454)$$

$$\therefore U_T = 70.39 \text{ J} \#$$

หาค

$$\Sigma F = ma$$

$$3(8t^2 + 20) = 220a$$

$$a = 0.1091t^2 + 0.2727 \text{ m/s}^2$$

$$\int_0^v dv = \int_0^t a dt$$

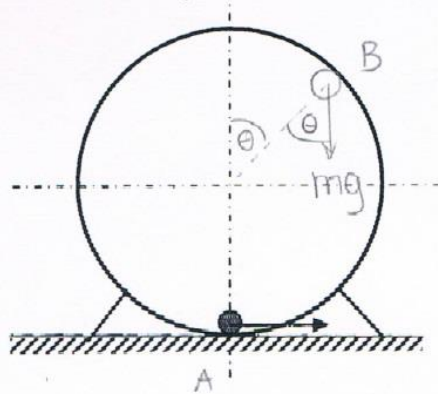
$$v = 0.1091 \frac{t^3}{3} + 0.2727t \text{ m/s}$$

$$\int_0^s ds = \int_0^t v dt$$

$$s = 0.1091 \frac{t^4}{12} + 0.2727 \frac{t^2}{2}$$

$$\begin{aligned}
 s|_{t=6s} &= 11.7828 + 4.9086 \\
 &= 16.69 \text{ m}
 \end{aligned}$$

3. จากรูปติดลูกบอลออกไปตามแนวราบด้วยอัตราเร็ว $2\sqrt{Rg}$ ไปตามทางโค้งลื่นรัศมี R ซึ่งวางอยู่ในระนาบตั้ง จงหาว่าลูกบอลจะเริ่มหลุดจากรางโค้งที่ระดับความสูงวัดจากพื้นราบตามแนวตั้งเป็นกี่เท่าของรัศมี (15 คะแนน)



$$n: \sum F_n = ma_n$$

$$T + mg \cos \theta = m \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{gR \cos \theta} \quad (\text{ทำให้เริ่มหลุด})$$

$$T_A + \cancel{V_A} + \sum U_{A \rightarrow B} = T_B + \cancel{V_B}$$

$$\frac{1}{2} m [2\sqrt{Rg}]^2 = \frac{1}{2} m [\sqrt{gR \cos \theta}]^2 + mg[R + R \cos \theta]$$

$$4Rg = gR \cos \theta + 2gR[1 + \cos \theta]$$

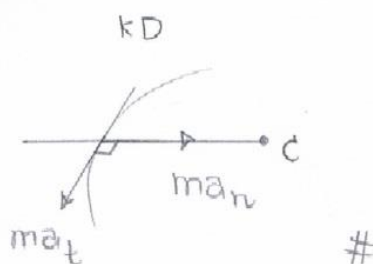
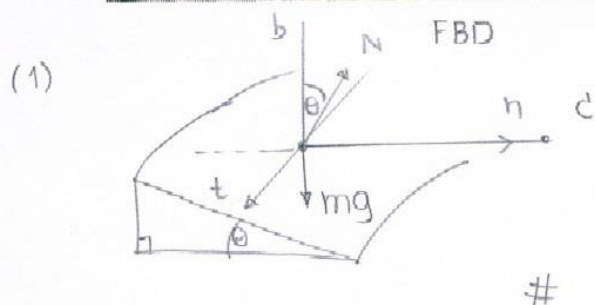
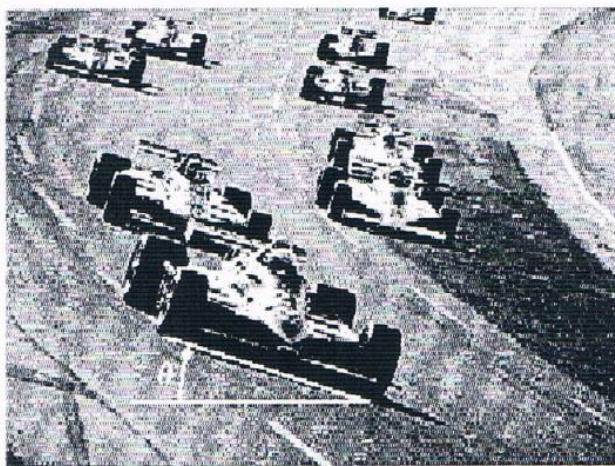
$$3 \cos \theta = 2$$

$$\cos \theta = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \frac{h}{R} = \frac{R + R \cos \theta}{R} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} = 1.67 \quad \#$$

ตอนที่ 3 ทดสอบ Force mass and acceleration ออกและตรวจโดย อาจารย์ ชลิตา หิรัญสุข

หาอัตราเร็วของรถแข่งตามภาพประกอบโดยที่ไม่ต้องอาศัยแรงเสียดทานรถแข่งก็ยังเคลื่อนที่ต่อไปได้โดยไม่เลื่อนขึ้นหรือลงตามการลาดเอียงของพื้นถนน รถแข่งมวล m เคลื่อนที่ตามโค้งรัศมี ρ พื้นถนนเอียงทำมุม θ ตามภาพประกอบ (Free Body Diagram 5 คะแนน Kinetic Diagram 5 คะแนน และหาอัตราเร็วของรถแข่ง 10 คะแนน)



(2) $\Sigma F_n = ma_n$
 $N \sin \theta = \frac{mv^2}{\rho}$ — ①

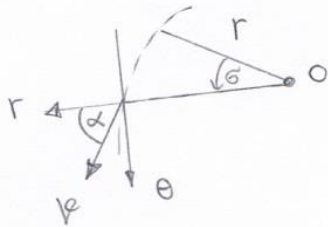
$\Sigma F_b = 0$
 $N \cos \theta = mg$ — ②

① ; $\tan \theta = \frac{v^2}{\rho g}$
 ②

$v = \sqrt{\rho g \tan \theta}$ #

ต่อมาถ้ารถแข่งคันดังกล่าวต้องการเปลี่ยนช่องจราจรให้ไถ่ล่อออกมาจากจุดศูนย์กลางโดยที่อัตราเร็วของรถยังคงเท่าเดิม หาค่าแรงกระทำต่อรถเมื่อรถห่างมาจากจุดเดิมเป็นระยะขจัด r ด้วยมุม σ และกำหนดให้ $\dot{r} = 0$ ความเร็วของรถทำมุม α กับ r และกำหนดให้ $\ddot{\theta} = 0$ (10 คะแนน)

$$v_r = \dot{r}, v_\theta = r\dot{\theta}, a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2, a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}, \tan \Psi = r / (dr/d\theta)$$



$$\ddot{r} = 0 \quad \ddot{\theta} = 0$$

$$v \cos \alpha = v_r = \dot{r}$$

$$v \sin \alpha = v_\theta = r\dot{\theta} \rightarrow \dot{\theta} = \frac{v \sin \alpha}{r}$$

$$\Sigma F_r = m a_r : F_r = m [\ddot{r} - r(\dot{\theta})^2]$$

$$F_r = -m r \left[\frac{v \sin \alpha}{r} \right]^2$$

$$F_r = -m \frac{v^2}{r} \sin^2 \alpha$$

$$\Sigma F_\theta = m a_\theta : F_\theta = m [r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}]$$

$$F_\theta = m \left[2 v \cos \alpha \cdot \frac{v \sin \alpha}{r} \right]$$

$$F_\theta = \frac{2 m v^2 \cos \alpha \sin \alpha}{r}$$

