มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค
วันที่ 19 ตุลาคม 2557
วิชา 215-221 216-221 Engineering Mechanics II

ประจำปีการศึกษา 1/2557
เวลา 09.00-12.00 น.
ห้อง A201, A401, A205, R201
ห้องหัวหุ่น

คำสั่ง

ข้อสอบมีทั้งหมด 5 ข้อ ทำหมดทุกข้อ
ห้ามนำเอกสารใด ๆ และ เครื่องคิดเลข เข้าห้องสอบ
อนุญาตใช้ดินสอได้

ข้อ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	20	
2	20	
3	20	
4	20	
5	20	

ชื่อ-สกุล.....
รหัส.....
อาจารย์ผู้สอน.....

ดร.กิตตินันท์ มลิวรรณ
รศ.ไพโรจน์ ศิริรัตน์
ดร.สมชาย แซ่อึ้ง
ดร.จีระภา สุขแก้ว
อ.ชลิตา หิรัญสุข

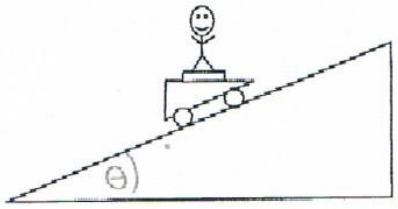
ผู้ออกข้อสอบ

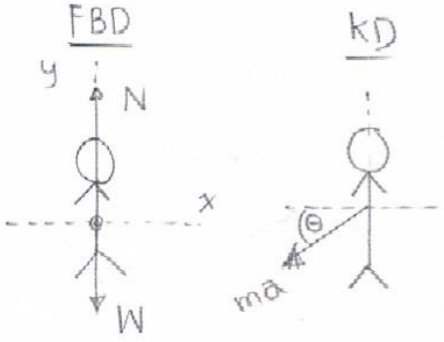
RIGHT KIDS

ข้อ 1. (20 คะแนน) อ.สมชาย แซ่อึ้ง ผู้ออกข้อสอบ

1.1 ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนตาชั่งซึ่งวางอยู่บนพื้นระดับของรถเลื่อนคันหนึ่ง ถ้ารถเลื่อนคันนี้เลื่อนลงไปตามพื้นเอียงลื่นไร้แรงเสียดทาน แล้วพบว่าตาชั่งอ่านน้ำหนักได้ร้อยละ 75 ของน้ำหนักจริง จงหาว่าพื้นเอียงเอียงทำมุมเท่าไรกับแนวราบ (10 คะแนน)

$N = 0.75W$





ตามแนวพื้นเอียง : $\Sigma F = ma$

$$mg\sin\theta = ma$$

$$a = g\sin\theta \quad -(1)$$

y : $\Sigma F_y = ma_y$

$$W - N = ma\sin\theta$$

$$W - 0.75W = m(g\sin\theta)\sin\theta$$

$$0.25mg = mg\sin^2\theta$$

$$\sin\theta = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad \theta = 30^\circ$$

#

BRIGHT KIDS

1.2 กล่องสินค้ามวล 200 kg (B) วางอยู่บนท้ายรถบรรทุก (A) ซึ่งแล่นอยู่บนถนนที่เป็นแนวเส้นตรงและอยู่ในแนวราบ โดยกล่องวางนิ่งบนรถบรรทุกซึ่งกำลังแล่นด้วยอัตราเร็ว 72 km/h เมื่อคนขับเห็นสิ่งกีดขวางจึงต้องการที่จะหยุดรถ ถ้าแรงที่ใช้ในการเบรกรถมีค่าคงที่ จงหา (10 คะแนน)

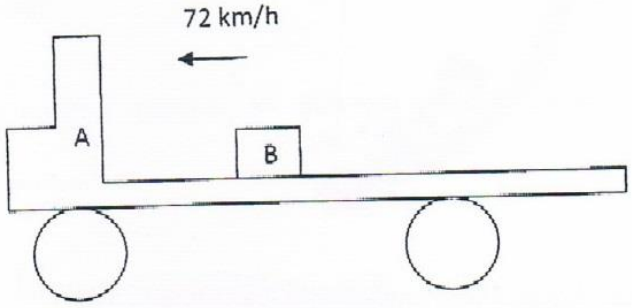
a) ระยะทางที่น้อยที่สุดที่ใช้ในการหยุดรถโดยที่กล่อง B ไม่มีการไถล

b) ถ้าคนขับต้องการหยุดรถให้ได้ภายในระยะทาง 50 m กล่อง B ที่อยู่บนรถจะเลื่อนไปเป็นระยะทางเท่าไรจึงจะหยุด (ระยะทางที่เทียบกับกระบะรถ)

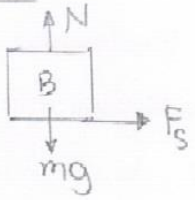
กำหนดให้สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิตและจลน์ระหว่างกล่องกับพื้นกระบะรถมีค่าเท่ากับ 0.39 และ 0.38 ตามลำดับ และให้ถือว่ากระบะท้ายรถยาวมาก (ใช้ค่า $g = 10\ m/s^2$)

μ_s μ_k

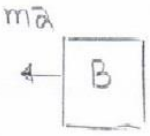
$72 \times \frac{5}{18} = 20\ m/s$



a) FBD



kD



$\overset{+}{\leftarrow}$ X: $\Sigma F_x = ma_x$

$-\mu_s N = ma$

$-\mu_s mg = ma$

$a = -(0.39)10$

$a = -3.9\ m/s^2$

b) รถ: $v^2 = v_0^2 + 2as$

$0 = 20^2 + 2a(50)$

$a = -4\ m/s^2$

กล่อง $\Sigma F = ma$

$-\mu_k N = ma$

$-0.38mg = ma$

$a = -3.8\ m/s^2$

$v^2 = v_0^2 + 2as$

$0 = 20^2 + 2(-3.8)s$

$s = 52.63\ m.$

$\therefore \Delta s = 2.63\ m$

รถต้อง break ด้วย $a = -3.9\ m/s^2$ กล่องจึงไม่ไถล (เริ่มไถล)

$\overset{+}{\leftarrow}$ $v^2 = v_0^2 + 2as$

$0 = 20^2 + 2(-3.9)s$

$\therefore s = 51.28\ m$

#

BRIGHT IDS

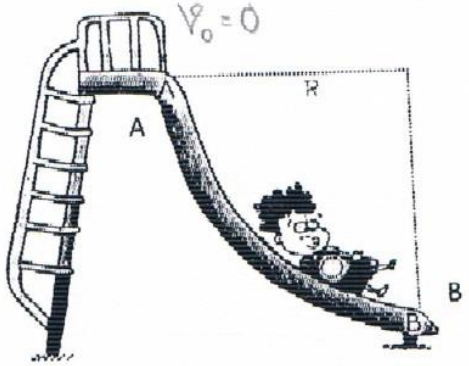
ข้อ 2. (20 คะแนน) อ.จีรภา สุขแก้ว ผู้ออกข้อสอบ

เด็กมีมวล M กิโลกรัม เล่นกระดานลื่น (ปราศจากแรงเสียดทาน) ซึ่งมีส่วนโค้งเป็นหนึ่งในสี่ของวงกลมที่มีรัศมี R เมตร ถ้าเด็กเริ่มลื่นลงจากหยุดนิ่งที่จุดสูงสุด A ในช่วงของการลื่นลงจาก A ไป B นั้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

(ก) ขนาดของความเร็วสูงสุด(v_{max}) เกิดขึ้นที่ไหน และมี ขนาดเท่าไร

(ข) จงหา ค่าแรงปฏิกิริยา ที่ตำแหน่งนั้น (ตำแหน่งที่มีความเร็วสูงสุด)

คำตอบจะต้องอยู่ในรูปของตัวแปร M, R, g



จงตอบคำถามเบื้องต้น (5 คะแนน) ถ้าตอบไม่ได้ ให้เราไปแสดงวิธีทำด้านหลังก่อน แล้วกลับมาตอบคำถามเหล่านี้

i) ขนาดของความเร็ว(v)ของเด็ก ที่เกิดขึ้นในระหว่างการเล่นจาก A -> B มีการเปลี่ยนแปลงหรือไม่ และ อย่างไร

☑ มากขึ้น ☐ น้อยลง ☐ ไม่เปลี่ยนแปลง

ii) ขนาดของแรงปฏิกิริยา (N) ที่พื้นกระดานลื่นกระทำกับเด็ก มีการเปลี่ยนแปลงหรือไม่ และ อย่างไร

☑ มากขึ้น ☐ น้อยลง ☐ ไม่เปลี่ยนแปลง

iii) ขนาดของ ความเร่งในแนวสัมผัส (a_t) มีค่าคงที่หรือไม่

☐ คงที่ ☑ ไม่คงที่

iv) หลังจากผ่านการคำนวณและวิเคราะห์แล้ว คำตอบข้อไหน ถูกต้อง

☐ ความเร่งในแนวสัมผัส ที่ B มีค่าต่ำสุด เท่ากับ 0 ☐ ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

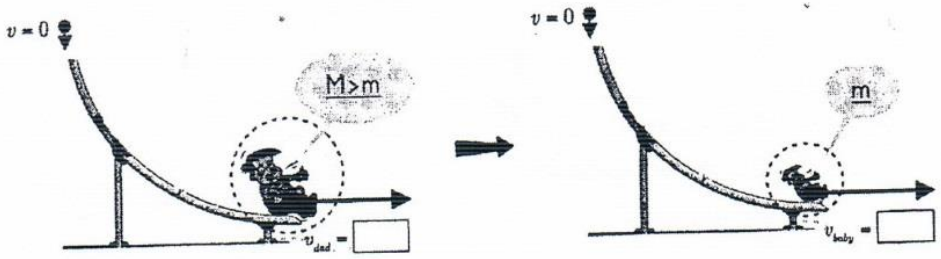
☐ ความเร่งในแนวสัมผัส ที่ A มีค่าสูงสุดเท่ากับ g ☑ ถูกทั้งสองข้อ

$a_{t_{B,max}} = g\cos 90^\circ = 0$

$a_{t_B} = g\cos 0^\circ = g$

BRIGHT

v) จงเปรียบเทียบอัตราเร็วของเด็ก ที่จุดต่ำสุด B ระหว่างกรณี เด็กโต (M) กับ เด็กเล็ก (m)

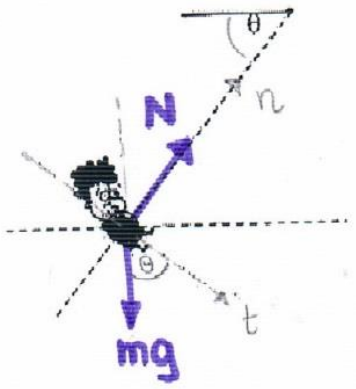


❒ มากกว่า ❑ น้อยกว่า ☑ เท่ากัน

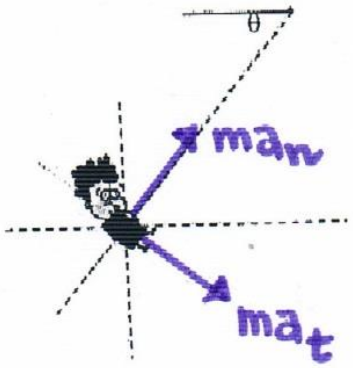
วิธีทำ

ขั้นตอนที่ ๑ **Kinetics** => เขียน **FBD & KD** และ ตั้งสมการการเคลื่อนที่ (equation of motion) ของเด็ก ในแต่ละแนว (n-t)

FBD ของ BOY



KD ของ BOY



$t: \Sigma F_t = ma_t$

$mg\cos\theta = ma_t$

$a_t = g\cos\theta$ —①

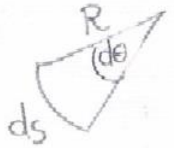
$n: \Sigma F_n = ma_n$

$N - mg\sin\theta = \frac{mv_t^2}{\rho}$ —②

BRIGHT IDS

ขั้นตอนที่ ๒ Kinematics => จงหา สมการความเร็ว ของเด็กน้อยที่ มุมต่างๆ ในช่วง A=>B

พิจารณา แนว แกน t



$$\int v\,dv = \int a_t\,ds$$

$$\int_0^v v\,dv = \int_0^\theta g\cos\theta\,(R\,d\theta)$$

$$\frac{v^2}{2}\Big|_0^v = gR\sin\theta\Big|_0^\theta$$

$$\frac{v^2}{2} = gR\sin\theta$$

$$v = \sqrt{2gR\sin\theta} \quad \#$$

v_{max} ~ $\sin\theta = 1$

$\theta = 90^\circ$

$\therefore\ v_{max} = \sqrt{2gR}$

หา N ณ ตำแหน่ง B

จาก ②

$$N - mg\sin\theta = \frac{mv^2}{\rho}$$

$$N - mg(1) = \frac{m(2gR)}{R}$$

$$N = 3mg \quad \#$$

คำตอบ ค่าความเร็วสูงสุดเกิดขึ้นที่ ตำแหน่ง B และ มี ขนาด = $\sqrt{2gR}$ m/s

BRIGHT KIDS

ข้อ 3. (20 คะแนน) อ.ชลิตา หิรัญสุข ผู้ออกข้อสอบ

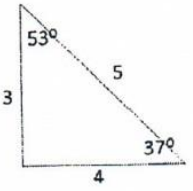
The piston of the hydraulic cylinder makes 2 kg arm OA rotate in the vertical plane at a constant rate $\dot{\theta}$ = 1 rads^{-1}. Determine the acceleration of pin A at the instant when

a) $\theta = 37^o$

b) $\theta = 53^o$

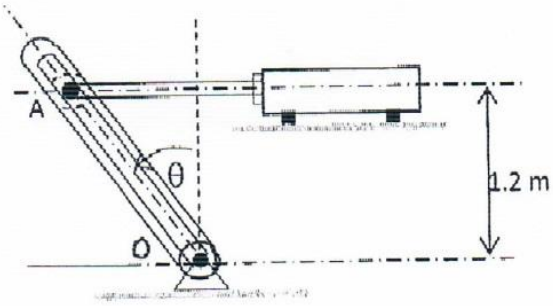
แปล : ลูกสูบของกระบอกไฮดรอลิค ทำให้แขน OA ซึ่งมีมวล 2 kg หมุนในระนาบดิ่ง ที่ความเร็วเชิงมุมคงที่ 1 rad/s^{-1} จงหาความเร่งของสลัก A ที่ตำแหน่ง (a) $\theta = 37^\circ$ (b) $\theta = 53^\circ$ และแรงที่แขน OA กระทำต่อสลัก A ในเทอมของ r และ θ

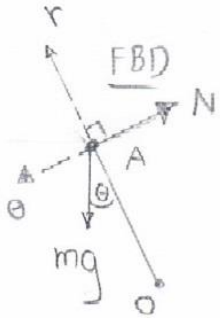
And the force that the arm OA exerts on pin A in term of r and θ

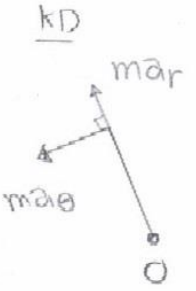


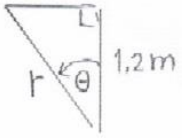
Given $d(\sec\theta) = \sec\theta\tan\theta\, d\theta$

$d(\tan\theta) = \sec^2\theta\, d\theta$









$\cos\theta = \frac{1.2}{r}$

$r = 1.2\sec\theta$

$\dot{r} = 1.2(\sec\theta\tan\theta)\dot{\theta} = 1.2(\sec\theta\tan\theta)$; $\dot{\theta} = 1$ คงที่

$\ddot{r} = 1.2[\sec\theta\cdot\sec^2\theta\cdot\dot{\theta} + \tan\theta\cdot\sec\theta\tan\theta\,\dot{\theta}]$

$= 1.2[\sec^3\theta + \sec\theta\cdot\tan^2\theta]$

θ
$\dot{\theta} = 1$ rad/s
$\ddot{\theta} = 0$ rad/s^2

a) $\vec{a} = a_r\hat{u}_r + a_\theta\hat{u}_\theta$

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 1.2\left[\left(\frac{5}{4}\right)^3 + \left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)^2\right] - 1.2\left(\frac{5}{4}\right)(1)$

$= 1.6875$ m/s^2

$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 2(1.2)\left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)(1) = 2.25$ m/s^2

$\theta = 37^\circ$: $\vec{a} = 1.69\,\hat{u}_r + 2.25\,\hat{u}_\theta$ m/s^2 #

ทำนองเดียวกัน $\theta = 53^\circ$: $\vec{a} = 7.11\,\hat{u}_r + 5.33\,\hat{u}_\theta$ m/s^2

b) θ: $\sum F_\theta = ma_\theta$

$N - mg\sin\theta = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$

$N - mg\sin\theta = m[2\times1.2\sec\theta\tan\theta] = 2.4m\sec\theta\tan\theta$ #

BRIGHT KIDS

ข้อ 4. (20 คะแนน) อ.กิตตินันท์ มลิวรรณ ผู้ออกข้อสอบ

4.1 (8 คะแนน) ถ้ารถกระบะมีระยะเบรค 5 m เมื่อหยุดรถที่ความเร็ว 36 km/hr จงหาระยะเบรคที่ความเร็ว 72 km/hr ด้วยวิธีงานและพลังงาน

เหมือนข้อ 2 ปี 58

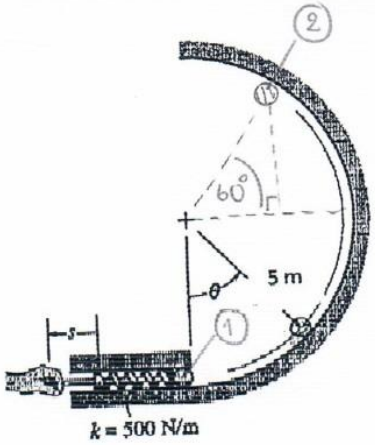
BRIGHT KIDS

4.2 ลูกบอลมวล 0.5 kg ถูกทำให้เคลื่อนที่ตามส่วนโค้งในแนวดิ่งด้วยเครื่องยิง ดังรูป ถ้าลูกบอลหลุดออกจากส่วนโค้งที่มุม θ = 150° กำหนดให้ g = 10 m/s^2 , sin 30° = 0.5

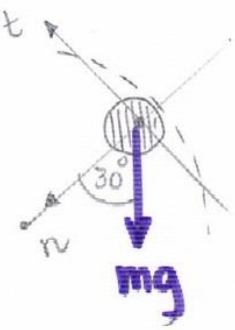
1) เขียน FBD ของลูกบอลที่ตำแหน่งเริ่มหลุดออกจากส่วนโค้ง (3 คะแนน)

2) หาความเร็วขณะที่ลูกบอลเริ่มหลุดออกจากส่วนโค้ง (4 คะแนน)

3) หาระยะ s ของเครื่องยิงที่ทำให้ลูกบอลหลุดออกจากส่วนโค้ง ด้วยวิธีงานและพลังงาน (5 คะแนน)



(1) FBD



ต.ห.② ; N = 0 ลูกบอลหลุดจากโค้ง

(2) $n : \Sigma F_n = ma_n$

$mg\cos 30^\circ = \frac{mv^2}{\rho}$

$v = \sqrt{g\rho\cos 30^\circ} = \sqrt{10(5)\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{25\sqrt{3}}$

$v = 6.58$ m/s #

(3) $T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2$

$\frac{1}{2}kx^2 = mgh$ → $h = R + R\sin 60^\circ = 5 + 5\frac{\sqrt{3}}{2} = 9.33$ m

$\frac{1}{2}(500)s^2 = 0.5(10)(9.33)$

$s = 0.432$ m #

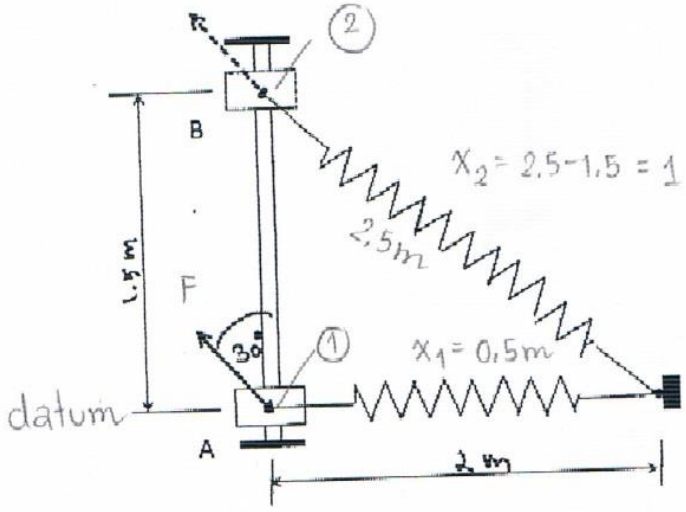
BRIGHTIDS

ข้อ 5. (20 คะแนน) อ.ไพโรจน์ คีรีรัตน์ ผู้ออกข้อสอบ

5.1 (3 คะแนน) จงอธิบายความแตกต่างระหว่าง งาน (work) พลังงาน (energy) และ กำลัง (power)

- การทำ งาน เกิดได้ ต้องมีการสูญเสียพลังงาน ซึ่ง เหมือนกัน เปลี่ยนรูปกลับไปมาได้ และ
- กำลัง เป็นการวัด งาน ที่เกิดได้ในช่วงเวลาหนึ่งๆ

5.2 (7 คะแนน) ปลอกเลื่อนมีมวล 2 kg ติดอยู่กับสปริงซึ่งมีความแข็ง k = 30 N/m และมีความยาวอิสระ(ยังไม่ยืด/หด) เท่ากับ 1.5 m ปลอกถูกปล่อยให้เคลื่อนที่จากสภาพนิ่งที่ A ปลอกเคลื่อนที่จากจุด A ไปจุด B ด้วยแรงกระทำคงที่ 50 N (ทั้งทิศและขนาด) จงคำนวณหาความเร็วของปลอกเลื่อนที่ตำแหน่ง B กำหนดให้ $\cos 30^\circ = 0.8$, $\sin 30^\circ = 0.5$



$$T_1 + V_1 + \Sigma U_{1\to 2} = T_2 + V_2$$

$$0 + \frac{1}{2}kx_1^2 + (F\cos 30^\circ)S = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 + mgh$$

$$\frac{1}{2}(30)[0.5^2 - 1^2] + 50\frac{\sqrt{3}}{2}(1.5) = \frac{1}{2}(2)v^2 + 2(10)1.5$$

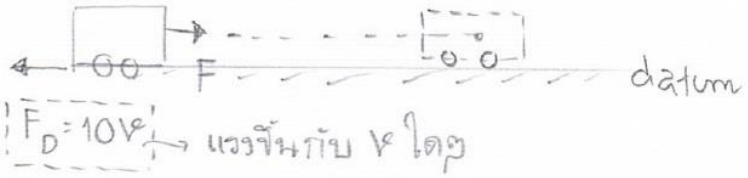
$$\therefore \quad v = 4.87 \text{ m/s} \quad \#$$

BRIGHT KIDS

5.3 (10 คะแนน) รถมีมวล 2000 kg เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 2 m/s^2 คงที่ โดยเริ่มเคลื่อนที่จากสภาพนิ่ง ที่เวลา t = 0 s แรงเสียดทานของรถ $F_D = 10v$ N โดย v = ความเร็ว (m/s)

ณ เวลา t = 5 s จงหากำลังของเครื่องยนต์ (power) งาน (work) พลังงานจลน์ (kinetic energy) และพลังงานศักย์ (potential energy) กำหนดให้ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์เท่ากับ 50%

$m = 2000$ kg $\quad a = 2$ m/s^2 $\quad t = 5$ s



$\Sigma F = ma$

$F - 10v = 2000(2)$

$F = 4000 + 10v$ —①

↓ แรงขับเคลื่อน

$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (a คงที่)

$= 0 + \frac{1}{2}(2)5^2$

$s = 25$ m —②

$v = v_0 + at = 2(5) = 10$ m/s —③

(1) $\epsilon = \frac{P_{out}}{P_{in}} \rightarrow P_{in} = \frac{Fv}{\epsilon} = \frac{(4000+10v)v}{\epsilon}$

↓ ประสิทธิภาพ

$t = 5$s ; $P_{in} = [4000+10(10)]\frac{10}{0.5} = 8.2\times10^4$ W #

(2) $U_E = FS = [4000+10(10)]25 = 1.03\times10^5$ J #

(3) $T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2000)10^2 = 10^5$ J #

(4) $V = 0$ J #

BRIGHT IDS