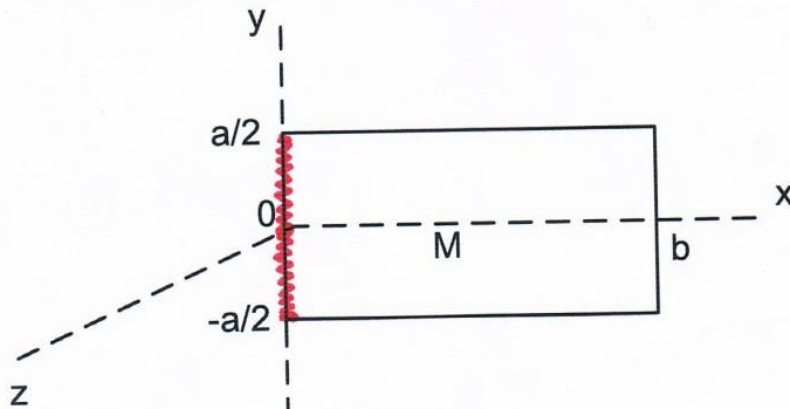




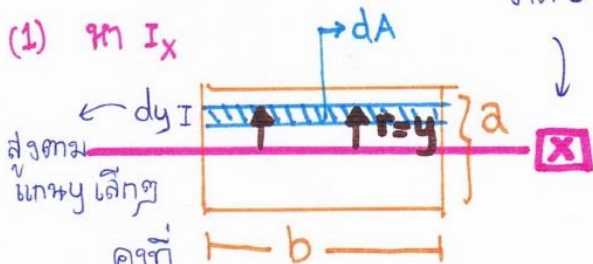
# Problems

- 1) แผ่นสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีความหนาแน่นสม่ำเสมอมวล  $M$  กว้าง  $a$  ยาว  $b$  วางในระนาบ  $xy$  จงหาโมเมนต์ความเฉื่อยของแผ่นสี่เหลี่ยมนี้รอบแกน  $x$ ,  $y$  และ  $z$  ดังรูป



วาด 1 แกน

(1) หา  $I_x$



step1

$$dm = \sigma dA = \sigma (b dy)$$

step2

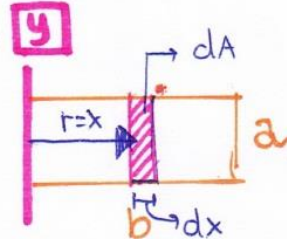
$$I_x = \int r^2 dm = \int y^2 \sigma b dy = \sigma b \int_{-a/2}^{a/2} y^2 dy = \sigma b \left[ \frac{y^3}{3} \right]_{-a/2}^{a/2}$$

$$= \frac{\sigma b}{3} \left[ \left( \frac{a}{2} \right)^3 - \left( -\frac{a}{2} \right)^3 \right]$$

$$= \frac{M}{ab} \times \frac{1}{3} \left[ \frac{a^3}{8} + \frac{a^3}{8} \right]$$

$$= \frac{M}{3a} \left[ \frac{2a^3}{8} \right] = \frac{1}{12} Ma^2 \quad \#$$

(2) หา  $I_y$



step1

$$dm = \sigma dA = \sigma a dx$$

step2

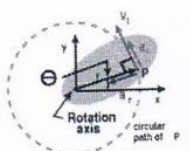
$$I_y = \int r^2 dm = \int x^2 \sigma a dx = \sigma a \int_0^b x^2 dx = \sigma a \left[ \frac{x^3}{3} \right]_0^b = \frac{M}{ab} \times \frac{a}{3} \times b^3$$

$$I_y = \frac{1}{3} Mb^2 \quad \#$$

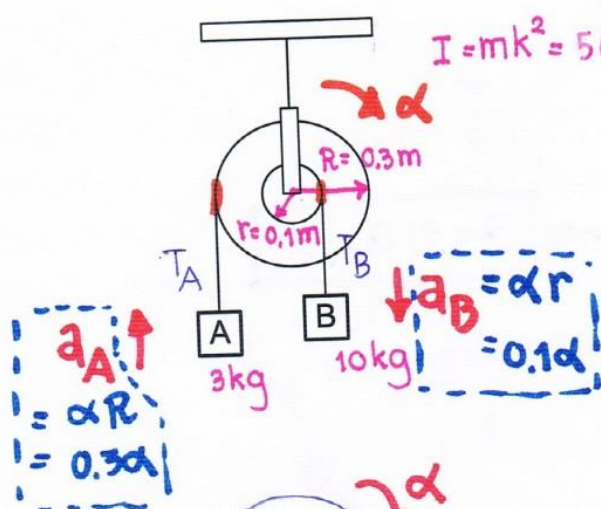
(3)  $I_z$  หาจาก ท.บ. แกน  $\perp$  (แกน  $z$  แกน  $\perp$  แกน  $x$  และ  $y$ )

$$I_z = I_x + I_y$$

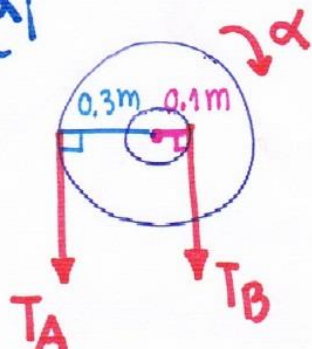
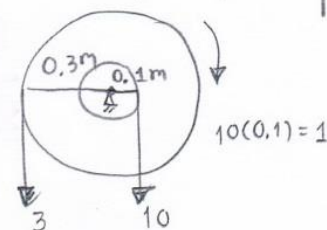
$$= \frac{1}{12} Ma^2 + \frac{1}{3} Mb^2 \quad \#$$



- 2) รอกมวล 5 kg รัศมีวงใน 0.1 m รัศมีวงนอก 0.3 m รัศมีใจเรชั่น 0.2 m มีมวล A = 3 kg แขนงที่ขอบด้านนอกและมวล B = 10 kg แขนงที่ขอบด้านใน ดังรูป ถ้าไม่คิดแรงเสียดทานที่จุดหมุน จงหาความเร่งเชิงมุมของรอกและความเร่งของมวล B และความตึงเชือกของเชือก A



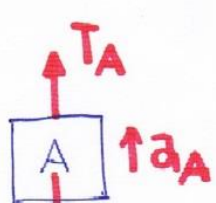
$3(0.3) = 0.9$



$\sum \tau_{\text{ext}} = I\alpha$

$T_B(0.1) - T_A(0.3) = 0.2\alpha$

$T_B - 3T_A = 2\alpha \quad \text{--- (1)}$

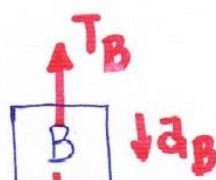


$3g = 29.43 \text{ N}$

$\sum F_{\text{ext}} = m\vec{a} \quad \rightarrow 0.3\alpha$

$T_A - 29.43 = 3a_A$

$T_A - 29.43 = 0.9\alpha \quad \text{--- (2)}$



$10g = 98.1 \text{ N}$

$\sum F_{\text{ext}} = m\vec{a} \quad \rightarrow 0.1\alpha$

$98.1 - T_B = 10a_B$

$98.1 - T_B = \alpha \quad \text{--- (3)}$

From (1);  $(98.1 - \alpha) - 3(29.43 + 0.9\alpha) = 2\alpha$

$98.1 - \alpha - 88.29 - 2.7\alpha = 2\alpha$

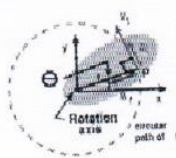
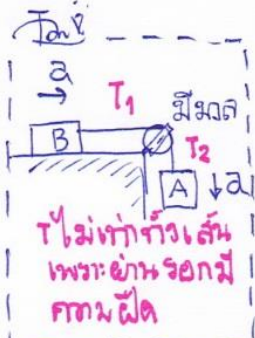
$\alpha = 1.72 \text{ rad/s}^2$

แทนใน (2);  $T_A - 29.43 = 0.9(1.72)$

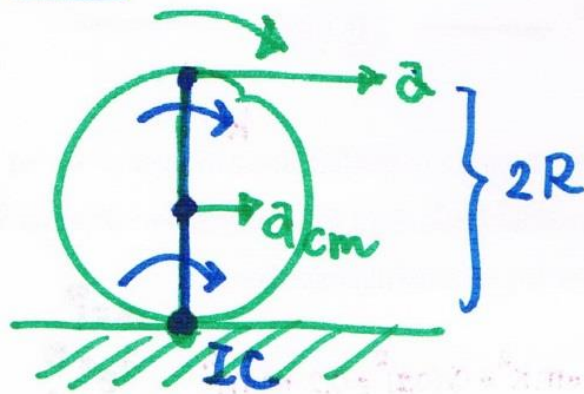
$T_A = 30.98 \text{ N}$

$a_B = 0.1(1.72)$

$a_B = 0.172 \text{ m/s}^2$



Prove



$$\alpha_{IC} = \alpha_{cm}$$

$$\frac{a}{2R} = \frac{a_{cm}}{R} \rightarrow \boxed{a = 2a_{cm}}$$

from ③;  $T - 29.43 = 5a$  — ④

① + ④;  $78.48 - 29.43 = 13a$

$$a = 3.77 \text{ m/s}^2$$

$$\therefore \boxed{a_{cm} = \frac{a}{2} = 1.87 \text{ m/s}^2}$$

from ④;  $T - 29.43 = 5(3.77)$

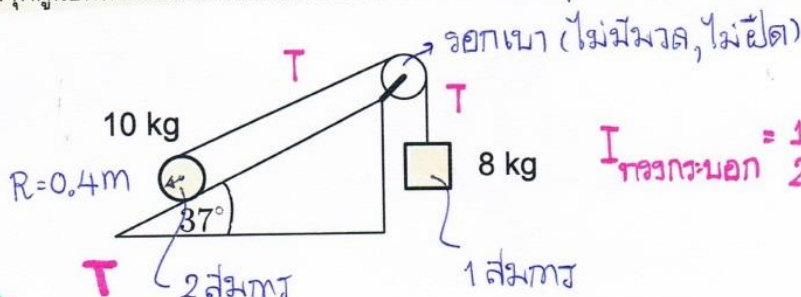
$$\boxed{T = 48.28 \text{ N}}$$

3) ล้อตันมวล 10 kg รัศมี 0.4 m มีเชือกเบาพันรอบแล้วนำไปวางบนพื้นเอียงลาดทำมุม 37° กับแนวราบ

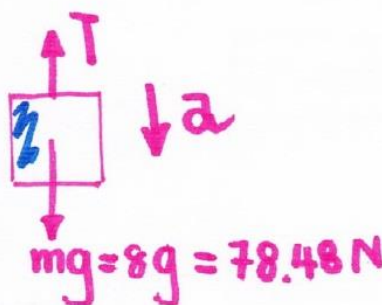
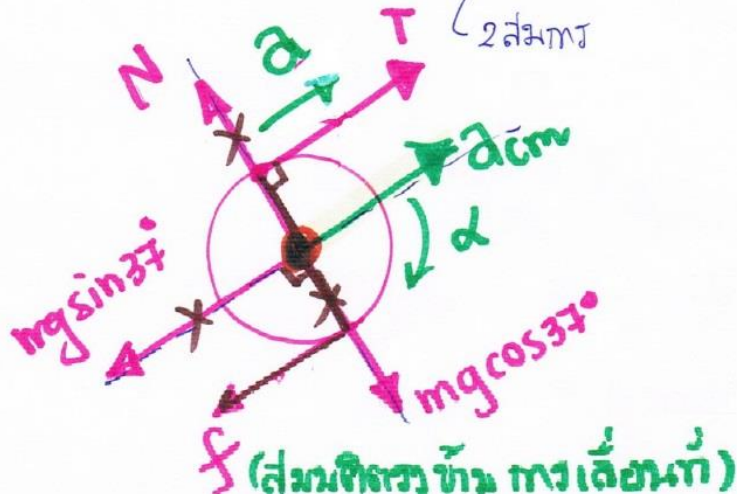
ปลายหนึ่งของเชือกผูกกับมวล 8 kg พาดบนรอกเบา ถ้าถือว่าทรงกระบอกเคลื่อนที่แบบกลิ้ง จงหาแรงดึงเชือก, ความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของล้อตันและแรงเสียดทานที่น้อยที่สุดระหว่างผิวของล้อตันกับพื้นเอียง

หมุน + เส้นก้ำ

$T = ?$   
 $a_{cm} = ?$   
 $f = ?$



$$I_{\text{ทอกรวนนอก}} = \frac{1}{2}MR^2$$



$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \quad \text{ทั้งก้อน}$$

$$T - mg \sin 37^\circ - f = 10 a_{cm}$$

$$T - 58.86 - f = 10 \left( \frac{a}{2} \right)$$

$$T - 58.86 - f = 5a \quad \text{--- (2)}$$

$$\sum \vec{\tau}_{\text{ext}} = I\vec{\alpha} \quad (\text{take m.m.t. รอบศ.กมล.})$$

$$TR + fR = \frac{1}{2}MR^2 \left( \frac{a}{R} \right)$$

$$T + f = \frac{1}{2}(10)a = 5a \quad \text{--- (3)}$$

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

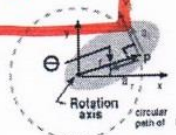
$$78.48 - T = 8a \quad \text{--- (1)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \text{เชือก} \quad a &= 2a_{cm} \\ a_{cm} &= \frac{a}{2} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{a}{R} \text{ เทียบ cm}}$$

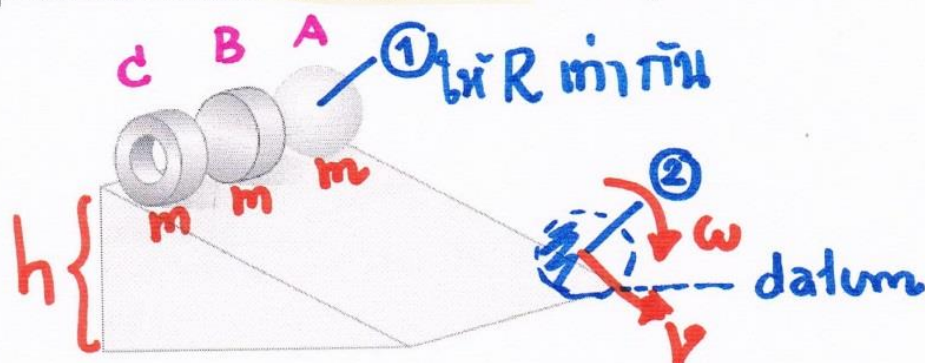
$$\text{(2) = (3); } T - 58.86 - f = T + f \leadsto f = -29.43 \text{ N}$$

$$\boxed{f = 29.43 \text{ N} \text{ ทิศ } \nearrow}$$



→  $V_{\text{รวม}}$

4) จากรูปจงพิจารณาว่ามวลใดจะเคลื่อนที่ถึงพื้นล่างก่อนกัน เพราะเหตุใด



พิจารณา ก่อนใดๆ

$$E_1 + W + E_N = E_2 \quad \text{กลิ้ง} \quad \boxed{V = \omega R}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

$$2mgh = mv^2 + \frac{I}{R^2}v^2$$

$$2mgh = \left(m + \frac{I}{R^2}\right)v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2mgh}{\left(m + \frac{I}{R^2}\right)}} \quad ; \quad v \propto \frac{1}{\sqrt{I}}$$

$$I_A = \frac{2}{5}mR^2 \quad I_B = \frac{1}{2}mR^2 \quad I_C = mR^2$$

$$\therefore I_A < I_B < I_C \quad \therefore v_A > v_B > v_C$$

จะได้ A ถึงพื้นก่อน #

