

BRIGHT KIDS
Academic of science

PHYSICS-MATHS BY P'JUE

P **RE FLIGHT**

SERIES 1

MIDTERM

PHYSICS 1

BELIEVE
in
YOURSELF

PSU INTANIA

1-2559

P'JUE

Pre Flight Phy 1 Mid-59 (Series 1)

PRE FLIGHT MIDTERM PHYSICS 1-2559 (SERIES 1)

ข้อ 1 แรง $\vec{F} = 2\hat{e}_x - \hat{e}_y + 3\hat{e}_z$ N กระทำกับมวล 2 kg ซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง $\vec{r}_1 = \hat{e}_x + 3\hat{e}_y + 2\hat{e}_z$ m

แล้วทำให้วัตถุหยุดที่ตำแหน่ง $\vec{r}_2 = 4\hat{e}_x + 3\hat{e}_y - 5\hat{e}_z$ m จงหา

ก. $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

ข. ขนาดของ $\vec{F}$

ค. ขนาดของ $\Delta\vec{r}$

ง. งานของแรง $\vec{F}$

จ. มุมระหว่างเวกเตอร์ $\vec{F}$ กับ $\Delta\vec{r}$

ฉ. ไดรেকชันโคไซน์ของ $\vec{F}$ และ $\Delta\vec{r}$

ช. ถ้าแรง $\vec{F}$ นี้กระทำกับมวลที่ระยะ $\Delta\vec{r} = \hat{e}_x + 2\hat{e}_y - 1.5\hat{e}_z$ m จงหาทอร์กของ

แรงนี้รอบจุด (2, 4, 3)

(15 คะแนน)

ก) $\Delta\vec{r} = (4\hat{e}_x + 3\hat{e}_y - 5\hat{e}_z) - (\hat{e}_x + 3\hat{e}_y + 2\hat{e}_z) = 3\hat{e}_x - 7\hat{e}_z$ m #

ข) $|\vec{F}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{14} = 3.74$ N #

ค) $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{3^2 + (-7)^2} = \sqrt{58} = 7.62$ m #

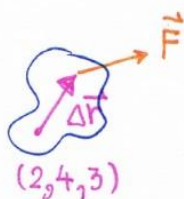
ง) $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = (2\hat{e}_x - \hat{e}_y + 3\hat{e}_z) \cdot (3\hat{e}_x - 7\hat{e}_z) = 6 - 21 = -15$ J #

จ) $\cos\theta = \frac{\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}}{|\vec{F}| |\Delta\vec{r}|} = \frac{-15}{\sqrt{14} \sqrt{58}} = 121.8^\circ$ #

ฉ) $(\cos\alpha_{\vec{F}}, \cos\beta_{\vec{F}}, \cos\gamma_{\vec{F}}) = \left(\frac{F_x}{|\vec{F}|}, \frac{F_y}{|\vec{F}|}, \frac{F_z}{|\vec{F}|}\right) = \left(\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{-1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right)$

$(\cos\alpha_{\Delta\vec{r}}, \cos\beta_{\Delta\vec{r}}, \cos\gamma_{\Delta\vec{r}}) = \left(\frac{\Delta r_x}{|\Delta\vec{r}|}, \frac{\Delta r_y}{|\Delta\vec{r}|}, \frac{\Delta r_z}{|\Delta\vec{r}|}\right) = \left(\frac{3}{\sqrt{58}}, 0, \frac{-7}{\sqrt{58}}\right)$

ช)



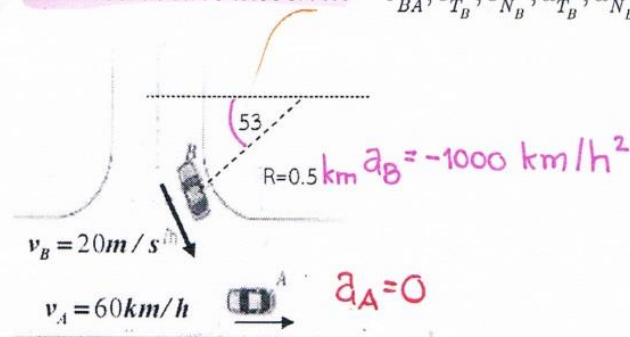
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$= \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ 1 & 2 & -1.5 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & -1.5 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \hat{e}_x - \begin{vmatrix} 1 & -1.5 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \hat{e}_y + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \hat{e}_z$$

$$= 4.5\hat{e}_x - 6\hat{e}_y - 5\hat{e}_z \text{ Nm} \#$$

ข้อ 5 จากรูปรถ A และ B เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 60 km/h และ 20 m/s ตามลำดับ ถ้ารถ B ลดอัตราเร็ว 1000 km/h² ขณะที่รถ A มีความเร็วคงที่ $\vec{v}_{BA}, \hat{e}_{T_B}, \hat{e}_{N_B}, \vec{a}_{T_B}, \vec{a}_{N_B}, \vec{a}_B, \vec{a}_{BA}$



$$(1) \vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

$$= [72 \cos 37^\circ \hat{e}_x + 72 \sin 37^\circ (-\hat{e}_y)] - [60 \hat{e}_x]$$

$$\vec{v}_{BA} = -2.4 \hat{e}_x - 43.2 \hat{e}_y \quad \text{km/h} \quad \#$$

$$(2) \hat{e}_{T_B} = 1 \cos 37^\circ \hat{e}_x - 1 \sin 37^\circ \hat{e}_y = 0.8 \hat{e}_x - 0.6 \hat{e}_y \quad \#$$

$$(3) \hat{e}_{N_B} = 1 \cos 53^\circ \hat{e}_x + \sin 53^\circ \hat{e}_y = 0.6 \hat{e}_x + 0.8 \hat{e}_y \quad \#$$

$$(4) \vec{a}_{T_B} = a_T \hat{e}_T = -1000 (0.8 \hat{e}_x - 0.6 \hat{e}_y) = -800 \hat{e}_x + 600 \hat{e}_y \quad \text{km/h}^2 \quad \#$$

$$(5) \vec{a}_{N_B} = a_N \hat{e}_N = 10368 (0.6 \hat{e}_x + 0.8 \hat{e}_y) = 6221 \hat{e}_x + 8294 \hat{e}_y \quad \text{km/h}^2 \quad \#$$

$$\boxed{\vec{a}_N = \frac{v^2}{R} = \frac{72^2}{0.5} = 10368}$$

$$(6) \vec{a}_B = \vec{a}_{T_B} + \vec{a}_{N_B} = 5421 \hat{e}_x + 8894 \hat{e}_y \quad \text{km/h}^2 \quad \#$$

$$(7) \vec{a}_{BA} = \vec{a}_B - \vec{a}_A = 5421 \hat{e}_x + 8894 \hat{e}_y \quad \text{km/h}^2 \quad \#$$

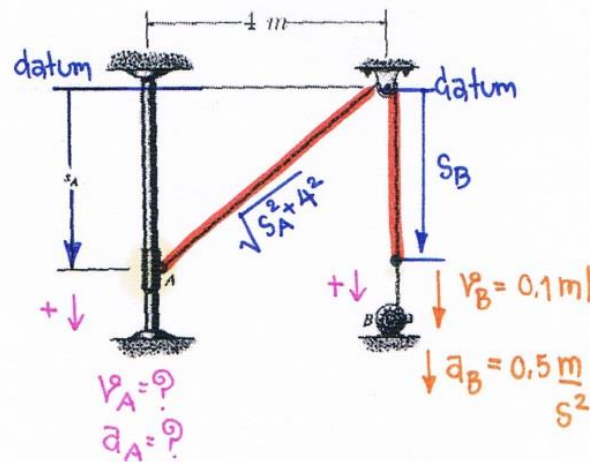
ข้อ 6 จากรูปขณะปลายเชือก B กำลังเคลื่อนที่ลงด้วยความเร็ว

10 cm/s และความเร่งคงที่ 50 cm/s^2 ในทิศลงอยู่

ปลอก A จะอยู่ตำแหน่ง $s_A = 3 \text{ m}$ ง.ข. แทนหลังสุด

1) จงหาความเร็วและความเร่งของปลอกเหล็ก A ขณะนั้น

2) การกระจัดของปลอกเหล็ก A เมื่อเวลาผ่านไป 1 วินาที



$$L = s_B + \sqrt{s_A^2 + 16} \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{d(1)}{dt}; \quad 0 = v_B + \frac{2s_A v_A}{2\sqrt{s_A^2 + 16}}$$

คูณไขว้ $\rightarrow$ diff

$$v_B = \frac{-s_A v_A}{\sqrt{s_A^2 + 16}} \quad \text{--- (2)} \quad v_B \sqrt{s_A^2 + 16} = -s_A v_A$$

$$\frac{d(2)}{dt}; \quad \left(v_B \frac{2s_A v_A}{2\sqrt{s_A^2 + 16}} + \sqrt{s_A^2 + 16} a_B \right) = -[s_A a_A + v_A v_A] \quad \text{--- (3)}$$

(1) จาก (2); $+0.1 = \frac{-3v_A}{\sqrt{3^2 + 16}} \rightarrow v_A = -0.167$
 $v_A = 0.167 \text{ m/s} \uparrow \#$

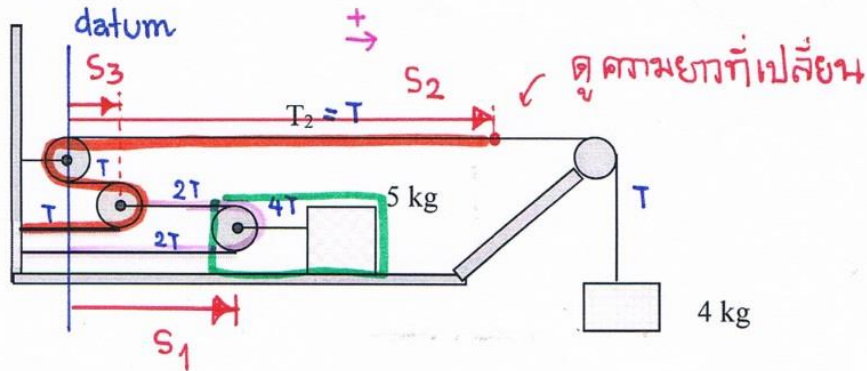
จาก (3); $\frac{0.1(3)(-0.167)}{5} + 5(+0.5) = -[3a_A + (-0.167)^2]$
 $a_A = -0.839 \text{ m/s}^2$
 $a_A = 0.839 \text{ m/s}^2 \uparrow \#$

(2)

$t = 1 \text{ s}$
 $\uparrow a = 0.839 \text{ m/s}^2$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$
 $s = \frac{1}{2}(0.839)1^2$
 $s = 0.42 \text{ m} \#$

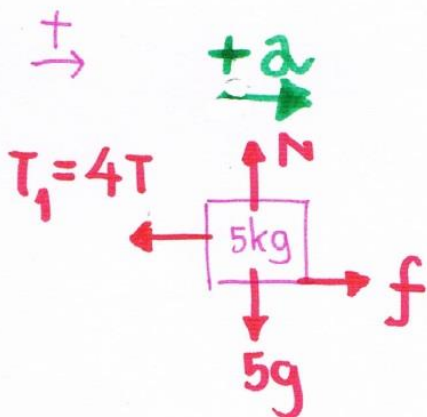
ข้อ 7 จากรูปเมื่อปล่อยให้มวลเคลื่อนที่ จงหาความตึงของเชือก T2 และความเร่งของมวล 5 kg
กำหนดพื้นมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่ากับ 0.2



$$L_1 = S_2 + 2S_3 \rightarrow 0 = a_2 + 2a_3 \quad \text{--- (1)}$$

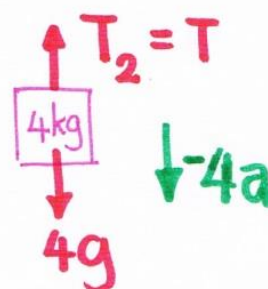
$$L_2 = S_1 + (S_1 - S_3) \rightarrow 0 = 2a_1 - a_3 \quad \text{--- (2)}$$

$$2 \times (2) + (1); \quad 4a_1 + a_2 = 0$$



$$\Sigma F = ma$$

$$f - 4T = 5a \quad \text{--- (1)}$$



$$\Sigma F = ma$$

$$4g - T = 4(-4a) \quad \text{--- (2)}$$

$$\begin{aligned} &\text{ให้ } T_2 = T \\ &\quad T_1 = 4T \\ &\hline &\text{ให้ } a_1 = a \\ &\quad a_2 = -4a \end{aligned}$$

ข้อ 10 ปล่องปืนจันมวล 300 กิโลกรัม ซึ่งอยู่สูง 0.5 เมตร เหนือปลายเสาเข็มมวล 800 กิโลกรัม ลงมาชนแล้วเคลื่อนที่ติดกันไปลึก 0.1 เมตร ถ้า ช่วงเวลาชนเท่ากับ 0.05 วินาที จงหา

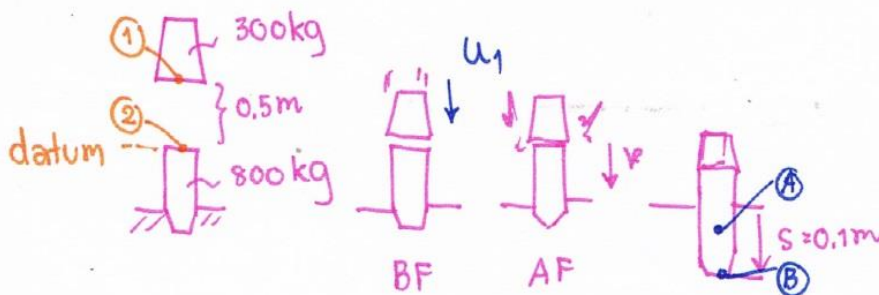
ก. ความเร็วของปืนจันก่อนชนและหลังชน

ข. แรงที่เสาเข็มกระทำกับปืนจัน

ค. แรงต้านของดินที่เสาเข็ม

ง. พลังงานจลน์ที่สูญเสียไปหาชนกัน

(10 คะแนน)



ก) $E_1 + W_{F_N} = E_2$
 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$
 $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81)(0.5)} = 3.13 \text{ m/s} \rightarrow u_1 = 3.13 \text{ m/s} \downarrow \#$

$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$

$300(3.13) + 0 = 1100v \rightarrow v = 0.8536 \text{ m/s} \#$

ข) $\sum Ft = mv - mu$

$N(0.05) = 300(0.8536 - 3.13) \rightarrow N = -13658.4$

$N = 13,658 \text{ N} \uparrow \#$

ค) $E_A + W_{F_N} = E_B$

$mgh + \frac{1}{2}mv^2 - fs = 0$

$1100(9.81)(0.1) + \frac{1}{2}(1100)(0.8536)^2 - f(0.1) = 0 \rightarrow f = 14798 \text{ N} \#$

ง) $\Delta E_k = \sum E_{kf} - \sum E_{ki}$

$= \frac{1}{2}(1100)(0.8536)^2 - \left[\frac{1}{2}(300)(3.13)^2 \right] = -1069 \text{ J} \#$

ข้อ 12 ระบบประกอบด้วยมวล 2 ก้อน 2 และ 3 kg มีเวกเตอร์บอกตำแหน่งเป็น จงหา

ก. เวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวล

$$V_1 = 10 \text{ m/s}$$

ข. เวกเตอร์บอกตำแหน่งของมวล 3 kg เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

$$V_2 = 20 \text{ m/s}$$

ค. ความเร็วของจุดศูนย์กลางมวล

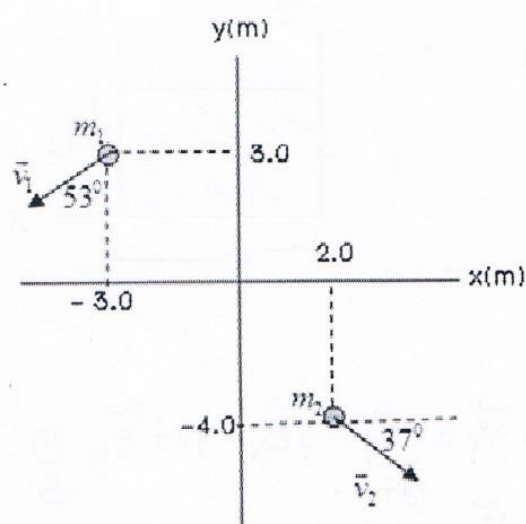
ง. ความเร็วของมวล 2 kg เทียบกับจุดศูนย์กลางมวล

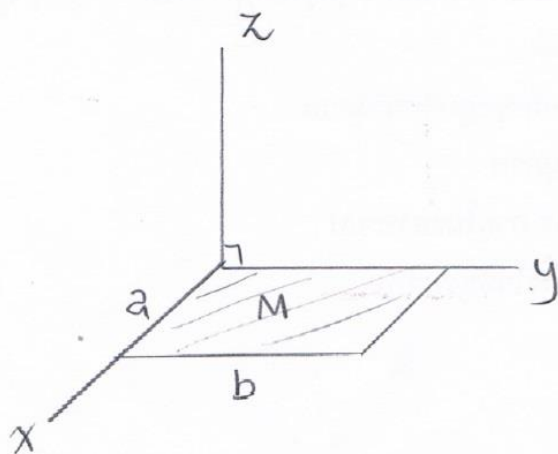
จ. โมเมนตัมเชิงเส้นของระบบอนุภาค

ฉ. โมเมนตัมเชิงมุมภายนอก และ ภายในของระบบ

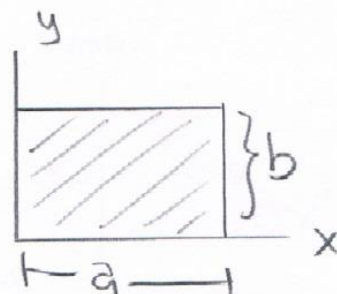
ช. พลังงานจลน์ภายนอกและ ภายในของระบบ

(20 คะแนน)





$$I_z = I_x + I_y$$



..
Don!

$$\vec{v}_1 = \frac{d\vec{r}_1}{dt} = 3\hat{e}_x + 18t^2\hat{e}_y \frac{m}{s}$$

$$\vec{v}_2 = \frac{d\vec{r}_2}{dt}$$

$$\vec{r}_1 = 3t\hat{e}_x + (6t^3 + 1)\hat{e}_y \text{ m}$$

$$\vec{r}_2 = (t^2 - 1)\hat{e}_x + 3t^2\hat{e}_y \text{ m} \quad \text{th. } t = 1.5 \text{ s}$$

1) $\vec{r}_{cm}$ 2) $\vec{v}_{cm}$ 3) $\vec{r}'_1$ 4) $\vec{v}'_2 \rightarrow \vec{v}_2 - \vec{v}_{cm}$

$$= \frac{1}{M} [m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2] = \frac{1}{M} [m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2]$$

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_{cm}$$

5) $\vec{L} = \vec{L}^{ext} + \vec{L}^{int}$

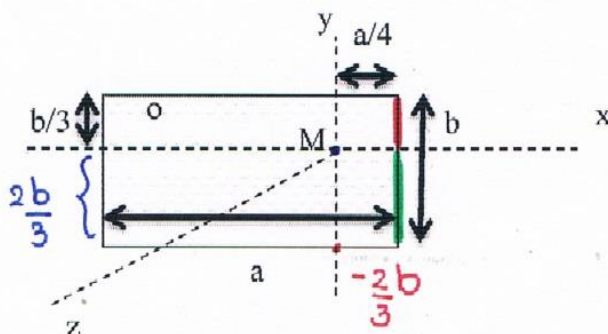
$$m_1(\vec{r}_1 \times \vec{v}_1) + m_2(\vec{r}_2 \times \vec{v}_2)$$

$$M(\vec{r}_{cm} \times \vec{v}_{cm})$$

b) $E_k = E_k^{ext} + E_k^{int}$

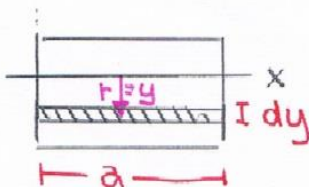
$$\boxed{v_1^2 = \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_1}$$

ข้อ 13 จากรูปจงแสดงวิธีการหาโมเมนต์ความเฉื่อยรอบแกน x, y และ z ของ แผ่นโลหะสม่ำเสมอ
กว้าง $a = 30$ cm ยาว $b = 60$ cm มวลเท่ากับ 5 kg (10 คะแนน)



$$(3) I_z = I_x + I_y = 0.2656 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \#$$

$$(1) I_x = \int r^2 dm$$



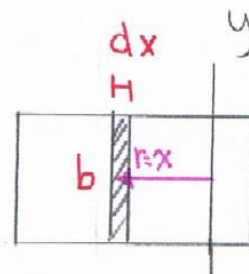
$$\text{Step 1 } dm = \sigma dA = \sigma (a dy)$$

$$\begin{aligned} \text{Step 2 } I_x &= \int y^2 \sigma (a dy) \\ &= \sigma a \int_{-\frac{2}{3}b}^{\frac{b}{3}} y^2 dy \\ &= \sigma a \left[\frac{y^3}{3} \right]_{-\frac{2}{3}b}^{\frac{b}{3}} \\ &= \frac{M}{ab} \cdot \frac{a}{3} \cdot \left[\left(\frac{b}{3} \right)^3 - \left(-\frac{2}{3}b \right)^3 \right] \\ &= \frac{M}{3b} \cdot \frac{b^3}{3} \end{aligned}$$

$$I_x = \frac{1}{9} Mb^2$$

$$\therefore I_x = \frac{1}{9} (5) (0.6)^2 = 0.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \#$$

(2)



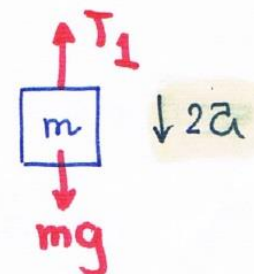
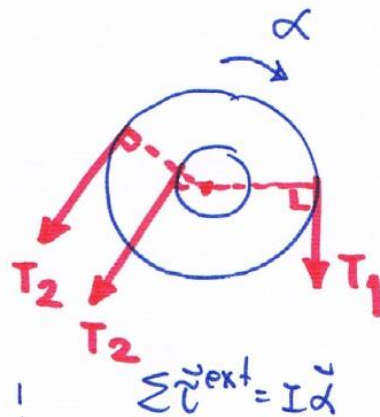
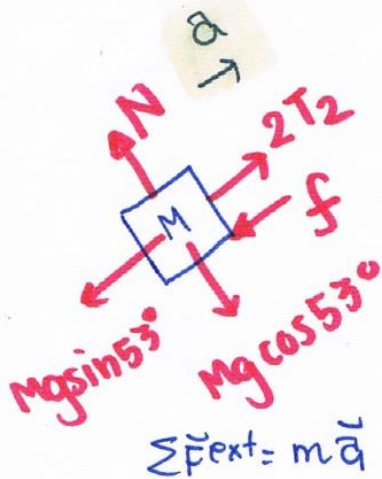
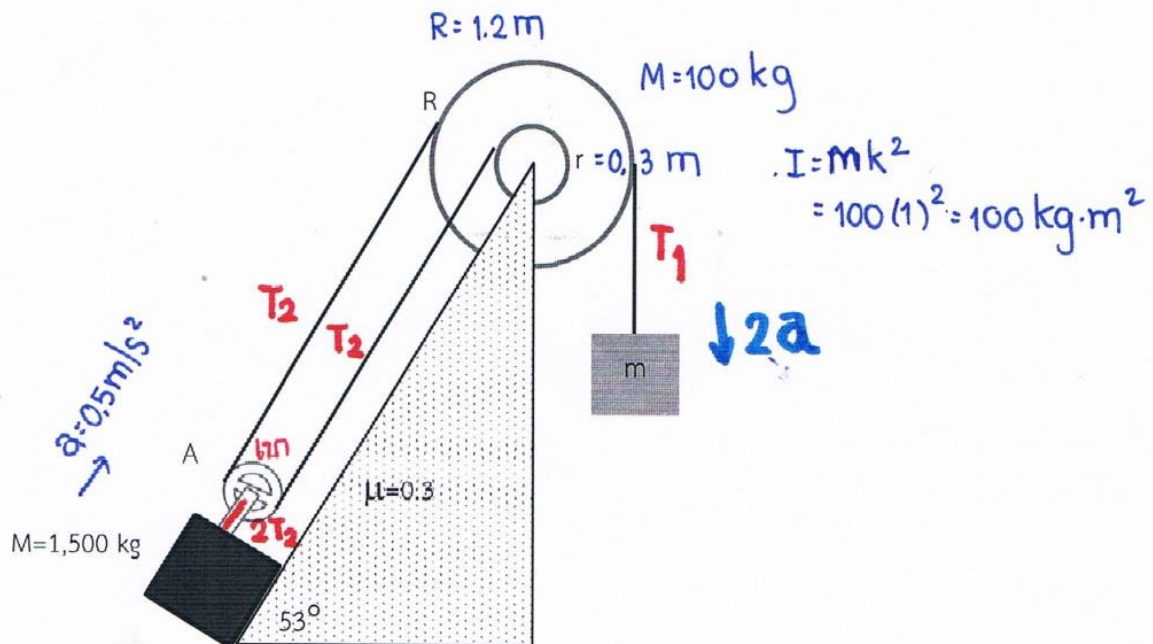
$$\text{Step 1 } dm = \sigma dA = \sigma (b dx)$$

$$\begin{aligned} \text{Step 2 } I_y &= \int x^2 \sigma b dx \\ &= \sigma b \int_{-\frac{3}{4}a}^{\frac{a}{4}} x^2 dx \\ &= \sigma b \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-\frac{3}{4}a}^{\frac{a}{4}} \\ &= \frac{M}{ab} \cdot \frac{b}{3} \cdot \left[\left(\frac{a}{4} \right)^3 - \left(-\frac{3}{4}a \right)^3 \right] \\ &= \frac{M}{3a} \cdot \frac{7a^3}{16} \end{aligned}$$

$$I_y = \frac{7}{48} Ma^2$$

$$\therefore I_y = \frac{7}{48} (5) (0.3)^2 = 0.0656 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \#$$

ข้อ 17 จากรูป ถ้า ล้อและเพลา มวล $M = 100 \text{ kg}$ มีรัศมีภายนอก R และภายใน r โดย $R = 4r = 1.2 \text{ m}$ และสปริงมีค่าคงที่ $k = 1.0 \text{ m}$ จงหาขนาดของมวล m ที่สามารถดึงมวล $M = 1,500 \text{ kg}$ ขึ้นไปตามพื้นเอียงที่ $\mu = 0.2$ โดยที่ มวล M มีความเร่ง 0.5 m/s^2



$$2T_2 - 1500(9.81)\frac{4}{5} - f = 1500a$$

$$2T_2 - 1200(9.81) - \mu N = 750$$

$$2T_2 - 11772 - 0.3Mg \cos 53^\circ = 750$$

$$T_2 = 7585 \text{ N}$$

$$T_1 R - T_2 R - T_2 r = 100 \left(\frac{2a}{R} \right)$$

$$T_1(1.2) - T_2(1.2) - T_2(0.3) = 200 \frac{a}{1.2}$$

$$T_1(1.2) - T_2(1.5) = \frac{200}{1.2} a \quad \text{--- (2)}$$

$$T_1 = 9551 \text{ N}$$

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$9.81m - T_1 = m(2a)$$

$$9.81m - T_1 = 2ma \quad \text{--- (3)}$$

$$m = 1084 \text{ kg}$$